



Matematică. Evaluarea Națională 2016 este **ghidul complet** al pregătirii examenului de evaluare națională pentru proba de matematică, fiind în concordanță cu toate manualele alternative aprobate de M.E.C.S. Ghidul parcurge integral conținuturile cuprinse în programa pentru examenul de evaluare națională, aprobată cu ordinul M.E.C.S. nr. 5081 din 15.09.2015, cu respectarea competențelor de evaluat.

Lucrarea cuprinde:

- **Calendarul de desfășurare** a Evaluării Naționale 2016
- Un **memorator** ce include cele mai importante noțiuni și definiții din programă
- **Teme recapitulative**
- **16 teste cu baremele de corectare** de la examenele de evaluare națională din ultimii ani
- **70 de teste după modelul celor elaborate de M.E.C.S.**, care respectă numărul, structura, conținutul și gradul de dificultate ale subiectelor din ultimul an
- **Răspunsuri și sugestii de rezolvări**

Intrați pe **www.Qvis.ro** și puteți completa electronic
PORTOFOLIUL ELEVULUI.

Intrați pe **www.Qedu.ro** și puteți completa electronic
PORTOFOLIUL PROFESORULUI.



Preț cu TVA: 17 LEI

ISBN 978-973-47-2154-2



consolidare

2016

ACTUALIZAT conform
Ordin M.E.C.S.
nr. 5081/15.09.2015

Gheorghe Iurea, Dorel Luchian,
Gabriel Popa, Ioan Șerdean, Adrian Zanoschi

EVALUARE NAȚIONALĂ matematică

86 DE TESTE, DUPĂ MODELUL M.E.C.S.

2016

EDITURA PARALELA 45

Lucrare elaborată în conformitate cu programa școlară
pentru Evaluarea Națională 2016, aprobată prin O.M.E.N.
nr. 4431/2014 și reconfirmată prin O.M.E.C.S. nr. 5081/2015.

Editor: Călin Vlasie

Tehnoredactare: Adriana Vlădescu

Prepress: Marius Badea

Coperta colecției: Ionuț Broșțianu

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

Evaluarea Națională 2016 : Matematică : consolidare : teme recapitulative :

86 de teste după modelul M.E.C.S. / Gheorghe Iurea, Dorel Luchian,

Gabriel Popa, ... - Pitești : Paralela 45, 2015

ISBN 978-973-47-2154-2

I. Iurea, Gheorghe

II. Luchian, Dorel

III. Popa, Gabriel

51(075.33)(079.1)

Copyright © Editura Paralela 45, 2015

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

Gheorghe Iurea, Dorel Luchian,
Gabriel Popa, Ioan Șerdean, Adrian Zanoschi

matematică

evaluarea națională

2016

clasa a VIII-a

Memorator de matematică •

Teme recapitulative •

16 variante extrase pentru

Evaluarea Națională (2010-2015) •

5 Variante de subiecte pentru luna Decembrie •

10 Variante de subiecte pentru luna Martie •

55 Variante de subiecte după modelul M.E.C.S. •

INVATARE DE CONSOLIDARE[®]

antrenament



CALENDARUL
de desfășurare a Evaluării Naționale
pentru absolvenții clasei a VIII-a,
în anul școlar 2015-2016

15–17 iunie 2016	Înscrierea la Evaluarea Națională
17 iunie 2016	Încheierea cursurilor pentru clasa a VIII-a
27 iunie 2016	Limba și literatura română – probă scrisă
28 iunie 2016	Limba și literatura maternă – probă scrisă
29 iunie 2016	Matematică – probă scrisă
1 iulie 2016	Afișarea rezultatelor (până la ora 16)
1 iulie 2016	Depunerea contestațiilor (orele 16–20)
2–4 iulie 2016	Rezolvarea contestațiilor
5 iulie 2016	Afișarea rezultatelor finale după contestații

MEMORATOR DE MATEMATICĂ

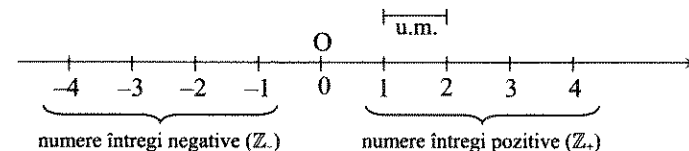
ALGEBRĂ

MULȚIMI NUMERICE

$\mathbb{N}$ – mulțimea numerelor naturale; $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}$ – mulțimea numerelor întregi; $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$, $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}_+ = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Z}_- = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 0\}$.



$\mathbb{Q}$ – mulțimea numerelor raționale; $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ și } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$.

$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{Q}_+ = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Q}_- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\}$.

$\mathbb{R}$ – mulțimea numerelor reale, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ = mulțimea numerelor iraționale.

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

OPERAȚII CU MULȚIMI

Reuniunea: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$.

Intersecția: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$.

Diferența: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$.

OPERAȚII CU NUMERE NATURALE

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{(1+n) \cdot n}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ (citim: „n factorial”); $0! = 1$.

Factor comun: $f \cdot a \pm f \cdot b = f \cdot (a \pm b)$, $\forall a, b, f \in \mathbb{R}$.

Opusul numărului real r este numărul real $-r$.

Inversul numărului real nenul r este numărul real $r^{-1} = \frac{1}{r}$.

TEOREMA ÎMPĂRȚIRII CU REST

În $\mathbb{N}$: $\forall a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0, \exists! c, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r, 0 \leq r < b$.

În $\mathbb{Z}$: $\forall a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0, \exists! c \in \mathbb{Z}, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r, 0 \leq r < |b|$.

DIVIZIBILITATE ÎN $\mathbb{N}$

Pentru $d, m \in \mathbb{N}$ spunem că $d \mid m$ dacă există $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $m = d \cdot x$.

Proprietăți:

$$P_1: 1 \mid n; n \mid 0, \forall n \in \mathbb{N};$$

$$P_2: \text{Dacă } a, d \in \mathbb{N} \text{ și } d \mid a, \text{ atunci } d \mid a \cdot n, \forall n \in \mathbb{N};$$

$$P_3: \text{Dacă } a, b, d \in \mathbb{N}, d \mid a \text{ și } d \mid b, \text{ atunci } d \mid (a \pm b).$$

Criterii de divizibilitate:

I. Folosind ultima cifră a numărului:

$$2 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 2, 4, 6, 8\}; 5 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 5\}; 10 \mid n \Leftrightarrow u(n) = 0.$$

II. Folosind suma cifrelor numărului:

$$3 \mid n \Leftrightarrow 3 \mid S(n); 9 \mid n \Leftrightarrow 9 \mid S(n).$$

III. Folosind ultimele două cifre ale numărului:

$$4 \mid \overline{a...xy} \Leftrightarrow 4 \mid \overline{xy}; 25 \mid \overline{a...xy} \Leftrightarrow 25 \mid \overline{xy}.$$

Număr prim: număr natural care are exact doi divizori.

C.m.m.d.c.: $d = (a, b)$ dacă: i) $d \mid a$ și $d \mid b$;

ii) dacă $d' \mid a$ și $d' \mid b$, atunci $d' \mid d$.

Pentru a calcula (a, b) procedăm astfel:

- descompunem numerele a și b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni, o singură dată, la exponentul cel mai mic și îi înmulțim.

Numerele a și b sunt relativ prime (prime între ele) dacă $(a, b) = 1$.

Dacă $d = (a, b)$, atunci $a = dx, b = dy$, cu $x, y \in \mathbb{N}, (x, y) = 1$.

Dacă $n \mid a$ și $n \mid b$, atunci $n \mid (a, b)$.

Dacă $a \mid b \cdot c$ și $(a, b) = 1$, atunci $a \mid c$.

C.m.m.m.c.: $m = [a, b]$ dacă: i) $a \mid m$ și $b \mid m$;

ii) dacă $a \mid m'$ și $b \mid m'$, atunci $m \mid m'$.

Pentru a calcula $[a, b]$ procedăm astfel:

- descompunem numerele a și b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni și necomuni, o singură dată, la exponentul cel mai mare și îi înmulțim.

Dacă $a \mid n$ și $b \mid n$, atunci $[a, b] \mid n$.

Oricare ar fi $a, b \in \mathbb{N}$, are loc egalitatea $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$.

PUTERI

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{\text{de } n \text{ ori}}; a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*;$$

$$a^0 = 1, \forall a \in \mathbb{R}^*; a^1 = a, \forall a \in \mathbb{R}; 1^n = 1, \forall n \in \mathbb{N}; 0^0 \text{ nu are sens.}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{N}.$$

OPERAȚII CU PUTERI

$$1. a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \forall a \in \mathbb{R}^*, m, n \in \mathbb{Z}.$$

$$2. a^m : a^n = a^{m-n}; \forall a \in \mathbb{R}^*, m, n \in \mathbb{Z}.$$

$$3. (a^m)^n = a^{mn}; \forall a \in \mathbb{R}^*, m, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4. (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n; \forall a, b \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{Z}.$$

$$5. (a : b)^n = a^n : b^n, a, b \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{Z}.$$

$$6. (-1)^n = \begin{cases} 1, & \text{dacă } n \text{ este număr par;} \\ -1, & \text{dacă } n \text{ este număr impar.} \end{cases}$$

FRAȚII ORDINARE, FRAȚII ZECIMALE

Fracție ireductibilă: $\frac{a}{b}$, cu $a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0, (a, b) = 1$.

Fracții echivalente: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ dacă $a \cdot d = b \cdot c$.

Dacă $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^*$, atunci $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow b \mid a$.

Transformarea fracțiilor zecimale în fracții ordinare:

Tipul fracției zecimale	Mod de transformare	Exemplu
zecimală finită	$\overline{a, b_1 b_2 \dots b_k} = a \frac{b_1 b_2 \dots b_k}{10^k}$	$2,79 = 2 \frac{79}{10^2} = \frac{279}{100}$
periodică simplă	$\overline{a, (b_1 b_2 \dots b_k)} = a \frac{b_1 b_2 \dots b_k}{\underbrace{99 \dots 9}_{k \text{ ori}}}$	$13,(24) = 13 \frac{24}{99}$
periodică mixtă	$\overline{a, b_1 b_2 \dots b_k (c_1 c_2 \dots c_p)} = a \frac{b_1 b_2 \dots b_k \cdot \underbrace{10^p}_{p \text{ ori}} - b_1 b_2 \dots b_k}{\underbrace{99 \dots 9}_{p \text{ ori}} \cdot \underbrace{10^k}_{k \text{ ori}}}$	$3,61(754) = 3 \frac{61754 - 61}{99900}$

MEDIA ARITMETICĂ

$$m_a = \frac{x_1 + x_2}{2}; m_a = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}, \forall x_1, x_2, \dots, x_k \in \mathbb{R}.$$

Dacă $p_1, p_2, \dots, p_k$ sunt respectiv ponderile numerelor $x_1, x_2, \dots, x_k$, atunci:

$$m_p = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_k p_k}{p_1 + p_2 + \dots + p_k} \text{ (media aritmetică ponderată).}$$

MODULUL UNUI NUMĂR REAL

$|x|$ – modulul (sau valoarea absolută) a unui număr real; $|x| = \begin{cases} x, & \text{dacă } x \geq 0 \\ -x, & \text{dacă } x < 0 \end{cases}$.

Proprietăți ale modulului:

$$P_1: |x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}; |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0;$$

$$P_2: |x \cdot y| = |x| \cdot |y|, \forall x, y \in \mathbb{R};$$

$$P_3: \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, \forall x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}^*;$$

$$P_4: |x + y| \leq |x| + |y|, \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

PARTEA ÎNTREAGĂ A UNUI NUMĂR REAL: $[x]$

$$[x] \leq x < [x] + 1; [x] \in \mathbb{Z}.$$

PARTEA FRAȚIONARĂ A UNUI NUMĂR REAL: $\{x\}$

$$\{x\} = x - [x]; 0 \leq \{x\} < 1.$$

RĂDĂCINA PĂTRATĂ (RADICALUL)

$$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a, \text{ unde } a, x \in \mathbb{R}, a, x \geq 0.$$

REGULI DE CALCUL CU RADICALI

$$1. \text{ Dacă } a \geq 0, b \geq 0, \text{ atunci } \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}.$$

$$2. \text{ Dacă } a \geq 0, b > 0, \text{ atunci } \sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}.$$

$$3. \sqrt{a^2 b} = a \sqrt{b}, a \geq 0; b \geq 0.$$

$$4. \sqrt{a^2} = |a|, a \in \mathbb{R}; \sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a, \text{ dacă } a \in \mathbb{R}_+; \sqrt{a^2 b} = |a| \sqrt{b}, a \in \mathbb{R}, b \geq 0.$$

RAȚIONALIZAREA NUMITORULUI

$$1. \frac{\sqrt{b}c}{a\sqrt{b}} = \frac{c\sqrt{b}}{a \cdot b}, b > 0, a \neq 0.$$

$$2. \frac{\sqrt{a-b}c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}, \frac{\sqrt{a+b}c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}, a > 0, b > 0, a \neq b.$$

$$3. \frac{n}{a\sqrt{b} \pm c\sqrt{d}} = \frac{n(a\sqrt{b} \mp c\sqrt{d})}{a^2 \cdot b - c^2 \cdot d}, b > 0, d > 0, a \in \mathbb{Q}^*, c \in \mathbb{Q}^* \text{ și } a^2 b \neq c^2 d.$$

FORMULA RADICALILOR COMPUȘI

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-c}{2}}, \text{ unde } c = \sqrt{a^2 - b}$$

INTERVALE ÎN $\mathbb{R}$

$$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}; (a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\};$$

$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}; [a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}.$$

$$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}; (a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\};$$

$$(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}; (-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}.$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq a\} = [-a; a].$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq a\} = (-\infty; -a] \cup [a; +\infty).$$

FORMULE DE CALCUL PRESCURTAT

$$1. (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$2. (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$$3. (a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

$$4. (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$$

$$5^*. (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b).$$

$$6^*. (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b).$$

$$7^*. a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2).$$

$$8^*. a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2).$$

$$9^*. 1 + a + a^2 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}, \forall a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, n \in \mathbb{N}^*.$$

MEDIA GEOMETRICĂ (PROPORȚIONALĂ)

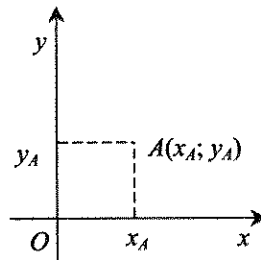
$$m_g = \sqrt{a \cdot b}, a \geq 0, b \geq 0;$$

$$a \leq m_g \leq m_a \leq b, \text{ pentru } 0 \leq a \leq b \text{ (inegalitatea mediilor).}$$

PRODUSUL CARTEZIAN

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ și } y \in B\}.$$

Dacă alegem în plan un sistem de coordonate xOy , putem identifica elementele produsului cartezian $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ cu punctele planului. Oricărei perechi ordonate de numere reale (x_A, y_A) îi corespunde un unic punct $A(x_A, y_A)$; x_A se numește abscisa punctului A , iar y_A se numește ordonata punctului A .



Distanța dintre două puncte $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$ se calculează după formula:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Coordonatele mijlocului segmentului AB sunt:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}; \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

FUNCTII

Fie A și B două mulțimi nevide. Dacă printr-un procedeu oarecare facem ca fiecărui element din mulțimea A să-i corespundă un singur element din mulțimea B , atunci spunem că am definit o funcție de la A la B .

$f: A \rightarrow B$; A – domeniul de definiție; B – codomeniul.

Graficul unei funcții: $G_f = \{(x, y) \in A \times B | f(x) = y\}$.

$M(x, y) \in G_f \Leftrightarrow f(x) = y$, cu $x \in A, y \in B$.

Funcțiile $f: A \rightarrow B$ și $g: C \rightarrow D$ sunt egale dacă $A = C, B = D$ și $f(x) = g(x), \forall x \in A$.

FUNCȚIA DE GRADUL I

Este o funcție $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$.

Graficul unei asemenea funcții este o dreaptă oblică.

$$\left. \begin{aligned} G_f \cap O_y &= \{A(0; b)\} \\ \text{și } G_f \cap O_x &= \left\{B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)\right\} \end{aligned} \right\} \text{Punctele de intersecție ale graficului cu} \\ \text{axele de coordonate.}$$

Dacă $a = 0, b \neq 0 \Rightarrow f(x) = b$ (funcția este constantă); graficul este o dreaptă orizontală.

ECUAȚIA DE GRADUL AL II-LEA

Forma generală: $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a \in \mathbb{R}^*, b, c \in \mathbb{R}$.

Discriminantul ecuației: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Dacă $\Delta > 0$, ecuația are două soluții reale distincte: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Dacă $\Delta = 0$, cele două soluții sunt egale: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.

Dacă $\Delta < 0$, ecuația nu are soluții reale.

Pentru $\Delta \geq 0$, expresia $aX^2 + bX + c$ se descompune în factori astfel: $a(X - x_1)(X - x_2)$.

GEOMETRIE

UNITĂȚI DE MĂSURĂ

Unitatea de exprimare Tipul măsurătorii	Submultipli	Unitatea principală	Multipli
Lungime	mm :10 ×10	cm :10 ×10	dm :10 ×10 m :10 ×10 dam :10 ×10 hm :10 ×10 km
Suprafață	mm ² :10 ² ×10 ²	cm ² :10 ² ×10 ²	dm ² :10 ² ×10 ² m ² :10 ² ×10 ² dam ² :10 ² ×10 ² hm ² :10 ² ×10 ² km ²
Volum	mm ³ :10 ³ ×10 ³	cm ³ :10 ³ ×10 ³	dm ³ :10 ³ ×10 ³ m ³ :10 ³ ×10 ³ dam ³ :10 ³ ×10 ³ hm ³ :10 ³ ×10 ³ km ³

Pentru suprafețe:

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ ari} = 10\,000 \text{ m}^2; \quad 1 \text{ ar} = 100 \text{ m}^2.$$

Pentru capacități, unitatea principală este litrul (ℓ).

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \ell; \quad 1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}; \quad 1 \text{ m}^3 = 1000 \ell.$$

Unitatea principală pentru masă este kilogramul (kg).

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}; \quad 1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}; \quad 1 \text{ q} = 100 \text{ kg}.$$

Unitatea principală pentru măsurarea timpului este secunda (s).

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}; \quad 1 \text{ h} = 60 \text{ min}; \quad 1 \text{ zi} = 24 \text{ h}.$$

UNGHIU

Unghi = reuniunea a două semidrepte închise cu aceeași origine.

Unghiurile se măsoară în grade, minute și secunde.

$$1^\circ = 60'; \quad 1' = 60''.$$

Clasificarea unghiurilor:

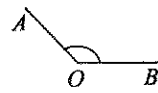
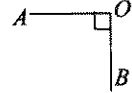
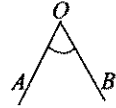
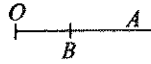
Unghi nul

Unghi alungit

Unghi ascuțit

Unghi drept

Unghi obtuz



$$m(\angle AOB) = 0^\circ \quad m(\angle AOB) = 180^\circ \quad m(\angle AOB) < 90^\circ \quad m(\angle AOB) = 90^\circ \quad m(\angle AOB) > 90^\circ$$

Unghiuri congruente = unghiuri care au aceeași măsură.

Bisectoarea unui unghi = semidreapta cu originea în vârful unghiului, situată în interior, care împarte unghiul în două unghiuri congruente.

Unghiuri adiacente: au același vârf, o latură comună și nu au puncte interioare comune.

Unghiuri complementare: două unghiuri care au suma măsurilor de 90° .

Unghiuri suplementare: două unghiuri care au suma măsurilor de 180° .

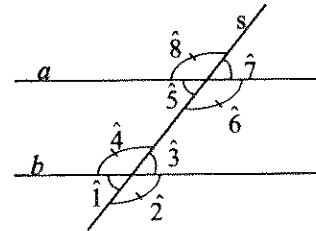
Unghiuri opuse la vârf: două unghiuri cu vârful comun și laturile în prelungire.

Două unghiuri opuse la vârf sunt congruente.

Drepte paralele: două drepte coplanare, fără puncte comune.

Drepte perpendiculare: două drepte concurente care formează un unghi drept.

Unghiuri congruente formate de două drepte paralele cu o secantă:



$$\begin{array}{l|l} \hat{3} \equiv \hat{5} \\ \hat{4} \equiv \hat{6} \\ \hline \text{alterne interne} \end{array} \quad \begin{array}{l|l} \hat{1} \equiv \hat{5} \\ \hat{4} \equiv \hat{8} \\ \hline \text{corespondente} \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \hat{1} \equiv \hat{7} \\ \hat{2} \equiv \hat{8} \\ \hline \text{alterne externe} \end{array} \quad \begin{array}{l|l} \hat{2} \equiv \hat{6} \\ \hat{3} \equiv \hat{7} \\ \hline \text{corespondente} \end{array}$$

TRIUNGHIUL

Notatie: $\triangle ABC$

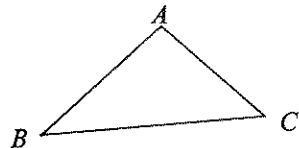
Elemente:

• vârfuri: A, B, C

• laturi: [AB], [BC], [AC]

• unghiuri: $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle BCA$

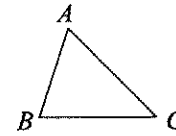
$$m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) = 180^\circ$$



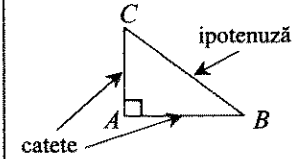
Clasificare:

I. După unghiuri

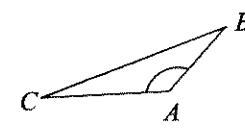
Ascutitunghic



Dreptunghic

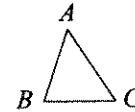


Obtuzunghic

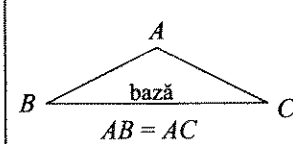


II. După laturi

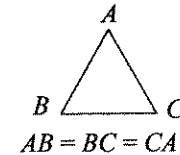
Oarecare



Isoscel



Echilateral



Triunghiuri congruente: au laturile omoloage congruente și unghiurile omoloage congruente.

Cazuri de congruență:

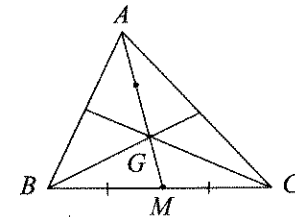
Triunghiuri oarecare	Triunghiuri dreptunghice
1. L.U.L.	1. C.C.
2. U.L.U.	2. C.U.
3. L.L.L.	3. I.U.
	4. I.C.

LINII IMPORTANTE ÎN TRIUNGHI

Mediana: segmentul care unește un vârf al triunghiului cu mijlocul laturii opuse.

Centrul de greutate (G) = punctul de intersecție al medianelor.

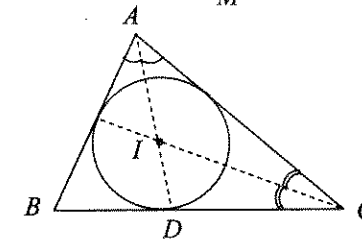
$$AG = \frac{2}{3} AM; \quad GM = \frac{1}{3} AM.$$



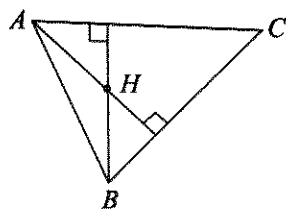
Bisectoarea: semidreapta cu originea în vârful unghiului, interioară unghiului, ce formează cu laturile unghiului două unghiuri congruente.

Centrul cercului înscris (I) = punctul de intersecție al bisectoarelor.

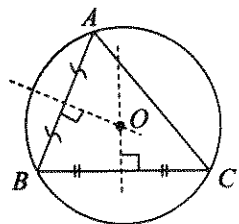
$$d(I, AB) = d(I, AC) = d(I, BC) = r.$$



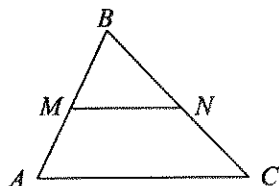
Înălțimea: segmentul ce trece printr-un vârf al triunghiului și este perpendicular pe latura opusă.
Ortocentrul triunghiului (H) = punctul de intersecție al înălțimilor.



Mediatoarea: dreapta perpendiculară pe o latură a triunghiului, ce trece prin mijlocul acesteia.
Centrul cercului circumscris (O) = punctul de intersecție al mediatoarelor.
 $OA = OB = OC = R$.



Linia mijlocie în triunghi: segmentul care unește mijloacele a două laturi ale triunghiului.
Linia mijlocie este paralelă cu a treia latură și egală cu jumătate din lungimea acesteia.



TRIUNGHIURI SPECIALE

Triunghiul isoscel:

- are două laturi congruente (a treia se numește bază);
- unghiurile alăturate bazei sunt congruente;
- bisectoarea unghiului din vârf este mediană, înălțime și mediatoare corespunzătoare bazei.

Triunghiul echilateral:

- are toate laturile congruente;
- are toate unghiurile congruente (fiecare având măsura de 60°);
- bisectoarea oricărui unghi este mediană, înălțime și mediatoare corespunzătoare laturii opuse.

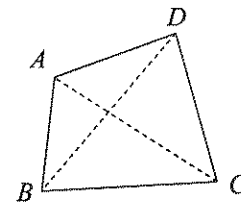
Triunghiul dreptunghic:

- are un unghi drept, iar celelalte două sunt ascuțite și complementare;
- mediana corespunzătoare ipotenuzei este egală cu jumătate din lungimea ipotenuzei;
- cateta opusă unui unghi de 30° este egală cu jumătate din ipotenuză (teorema 30-60-90°).

PATRULATERE

Elemente:

- vârfuri: A, B, C, D ;
 - laturi: $[AB], [BC], [CD], [AD]$;
 - unghiuri: $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$;
 - diagonale: $[AC], [BD]$.
- $$m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) = 360^\circ$$

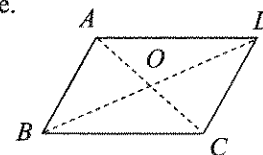


patrulater convex

Paralelogramul = patrulaterul cu laturile opuse paralele.

Proprietăți:

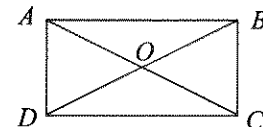
- laturile opuse sunt congruente;
- unghiurile opuse sunt congruente;
- unghiurile alăturate sunt suplementare;
- diagonalele se înjumătățesc.



Dreptunghiul = paralelogramul cu un unghi drept.

Proprietăți:

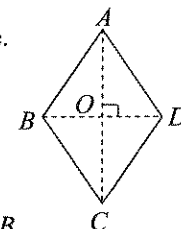
- are toate proprietățile paralelogramului;
- are toate unghiurile drepte;
- diagonalele sunt congruente.



Rombul = paralelogramul cu două laturi consecutive congruente.

Proprietăți:

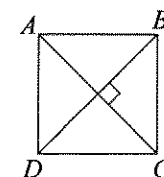
- are toate proprietățile paralelogramului;
- toate laturile sunt congruente;
- diagonalele sunt perpendiculare și sunt bisectoarele unghiurilor rombului.



Pătratul = rombul cu un unghi drept.

Proprietăți:

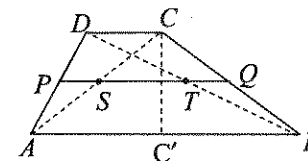
- are toate proprietățile rombului;
- are toate proprietățile dreptunghiului.



Trapezul = patrulaterul cu două laturi paralele și celelalte două laturi neparalele.

Dacă $CC' \perp AB$, atunci $CC' =$ înălțimea trapezului.

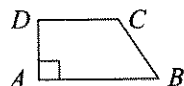
Linia mijlocie = segmentul ce unește mijloacele laturilor neparalele.



PQ linie mijlocie $\Rightarrow PQ = \frac{(AB+CD)}{2}$ și $ST = \frac{|AB-CD|}{2}$, unde $\{T\} = PQ \cap BD$,

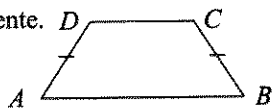
$\{S\} = PQ \cap AC$.

Trapez dreptunghic = trapezul având un unghi drept.



Trapez isoscel = trapezul având laturile neparalele congruente.

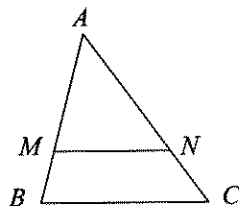
- unghiurile alăturate bazelor sunt congruente;
- unghiurile opuse sunt suplementare;
- diagonalele sunt congruente.



RELAȚII METRICE

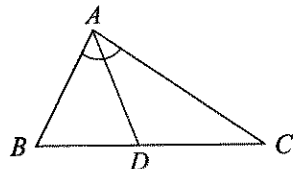
Teorema lui Thales:

$$MN \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$



Teorema bisectoarei:

$$[AD - \text{bisectoarea } \angle BAC \Leftrightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{BA}{CA}$$



Triunghiuri asemenea:

$$\triangle ABC \sim \triangle MNP \text{ dacă } \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \text{ și } \angle A \equiv \angle M, \angle B \equiv \angle N, \angle C \equiv \angle P.$$

Dacă $\triangle ABC$ este dreptunghic în A și $D = \text{pr}_{BC} A$, atunci:

Teorema catetei:

$$AC^2 = BC \cdot CD; AB^2 = BC \cdot BD.$$

Teorema înălțimii:

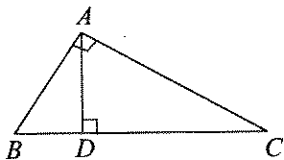
$$AD^2 = BD \cdot DC.$$

Teorema lui Pitagora:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

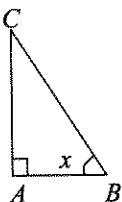
Reciproca teoremei lui Pitagora:

$$\text{Dacă } BC^2 = AB^2 + AC^2, \text{ atunci } m(\angle BAC) = 90^\circ.$$



Elemente de trigonometrie

Dacă $\triangle ABC$ este triunghi dreptunghic în A și $x \in (0^\circ, 90^\circ)$ este măsura unui unghi ascuțit, atunci:



$$\sin x = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{ipotenuză}}; \cos x = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{ipotenuză}};$$

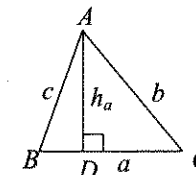
$$\text{tg } x = \frac{\text{cateta opusă}}{\text{cateta alăturată}}; \text{ctg } x = \frac{\text{cateta alăturată}}{\text{cateta opusă}}.$$

Unghiul Funcția trigonometrică	30°	45°	60°
$\sin t$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos t$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\text{tg } t$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\text{ctg } t$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

ARII

Triunghi oarecare:

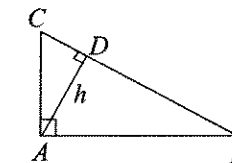
$$\mathcal{A} = \frac{BC \cdot AD}{2} \left(= \frac{a \cdot h_a}{2} \right) = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC}{2} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



Triunghi dreptunghic:

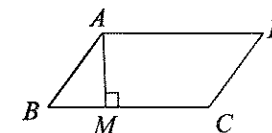
$$\mathcal{A} = \frac{AB \cdot AC}{2} \left(= \frac{c_1 \cdot c_2}{2} \right) = \frac{h \cdot ip}{2};$$

$$h = \frac{c_1 \cdot c_2}{ip}$$



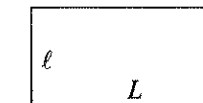
Paralelogram:

$$\mathcal{A} = BC \cdot AM = AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC$$



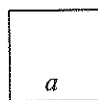
Dreptunghi:

$$\mathcal{A} = L \cdot \ell$$



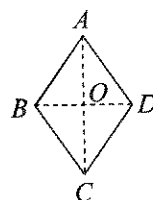
Pătrat:

$$A = a^2$$



Romb:

$$A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = \ell^2 \sin \angle A$$



Trapez:

$$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$



Raportul ariilor a două figuri asemenea este egal cu pătratul raportului de asemănare.

Dacă $\triangle ABC \sim \triangle MNP$ și $\frac{AB}{MN} = k$, atunci $\frac{A_{ABC}}{A_{MNP}} = k^2$.

CERCUL

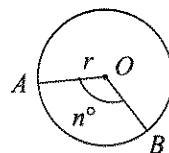
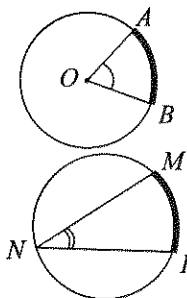
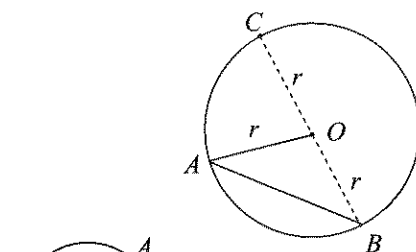
Cerc = mulțimea punctelor din plan situate la distanța r ($r > 0$) față de un punct fix O ; notăm $\mathcal{C}(O, r)$.

Elemente:

- centrul cercului: punctul O ;
- raza cercului: (OA) sau $r = OA$;
- coardă: (AB);
- diametrul: (BC) sau $BC = 2r$;
- arc de cerc: $\widehat{AB}$.

Unghiuri relative la cerc:

- unghi la centru: $\angle AOB$
 $m(\angle AOB) = m(\widehat{AB})$
- unghi înscris în cerc: $\angle MNP$
 $m(\angle MNP) = \frac{m(\widehat{MP})}{2}$



$$L_{\text{cerc}} = 2\pi r; \quad A_{\text{disc}} = \pi r^2;$$

$$L_{\widehat{AB}} = \frac{\pi r n}{180}; \quad A_{\text{sector}(AOB)} = \frac{\pi r^2 n}{360}.$$

POLIGOANE REGULATE

Poligon regulat = poligonul având toate laturile congruente și toate unghiurile congruente.

Orice poligon regulat poate fi înscris într-un cerc și poate fi circumscris unui cerc, cele două cercuri fiind concentrice.

Apotema poligonului regulat = distanța de la centrul cercului circumscris la o latură.

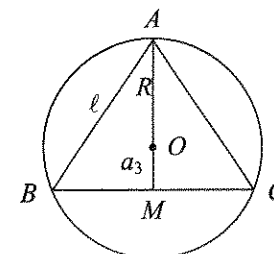
Triunghiul echilateral:

$$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2};$$

$$R = AO = \frac{2}{3}h;$$

$$a_3 = OM = \frac{1}{3}h;$$

$$A = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}.$$



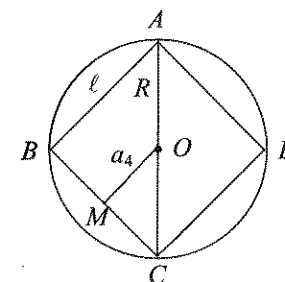
Pătratul:

$$AC = d = 2R = \ell\sqrt{2};$$

$$R = AO = \frac{\ell\sqrt{2}}{2};$$

$$a_4 = OM = \frac{\ell}{2};$$

$$A = \ell^2.$$



Hexagonul regulat:

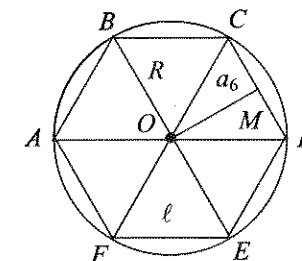
$$AD = 2R;$$

$$AC = R\sqrt{3};$$

$$\triangle AOB \text{ echilateral, deci } R = AO = \ell;$$

$$a_6 = OM = \frac{\ell\sqrt{3}}{2};$$

$$A = 6 \cdot A_{AOB} = 6 \cdot \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}.$$

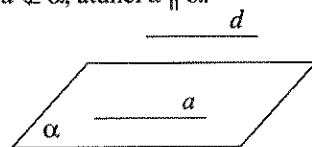


ELEMENTE DE GEOMETRIE ÎN SPAȚIU

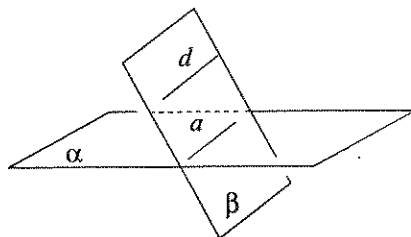
- $d_1 \parallel d_2$ dacă d_1, d_2 sunt coplanare, iar $d_1 \cap d_2 = \emptyset$;
- $d \parallel \alpha$ dacă $d \cap \alpha = \emptyset$;
- $\alpha \parallel \beta$ dacă $\alpha \cap \beta = \emptyset$.

Proprietăți:

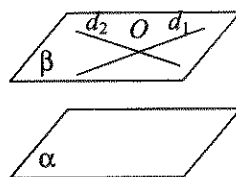
P_1 . Dacă $d \parallel a$, $a \subset \alpha$ și $d \not\subset \alpha$, atunci $d \parallel \alpha$.



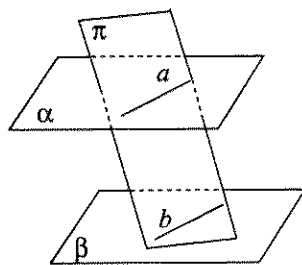
P_2 . Dacă $d \parallel \alpha$, $d \subset \beta$, iar $\alpha \cap \beta = a$, atunci $d \parallel a$.



P_3 . Dacă $d_1 \parallel \alpha$, $d_2 \parallel \alpha$, $d_1 \cap d_2 = \{O\}$ și $d_1, d_2 \subset \beta$, atunci $\alpha \parallel \beta$.



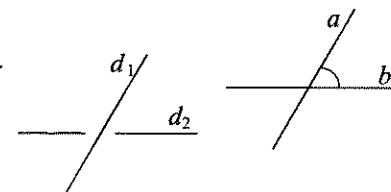
P_4 . Dacă $\alpha \parallel \beta$, $\pi \cap \alpha = a$, $\pi \cap \beta = b$, atunci $a \parallel b$.



Unghiul a două drepte în spațiu

- Dacă d_1 și d_2 sunt coplanare și concurente, atunci $m(\angle(d_1, d_2))$ este măsura unuia dintre unghiurile neobtuze care se obțin în jurul punctului lor comun.
- Dacă $d_1 = d_2$ sau $d_1 \parallel d_2$, atunci $m(\angle(d_1, d_2)) = 0^\circ$.
- Dacă d_1 și d_2 sunt necoplanare, atunci $m(\angle(d_1, d_2))$ este măsura unghiului dintre dreptele coplanare obținute construind, prin același punct, paralele la d_1 și d_2 .

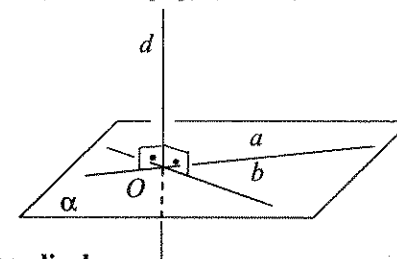
$$\left. \begin{array}{l} a \parallel d_1 \\ b \parallel d_2 \\ a \cap b = \{O\} \end{array} \right\} \Rightarrow m(\angle(d_1, d_2)) = m(\angle(a, b)).$$



Dreaptă perpendiculară pe plan

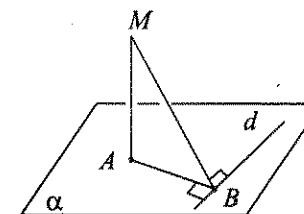
- $a \perp b$ dacă $m(\angle(a, b)) = 90^\circ$;
- $d \perp \alpha$ dacă d este perpendiculară pe orice dreaptă din α .

Teoremă: Dacă $d \perp a$, $d \perp b$, $a \cap b = \{O\}$, $a, b \subset \alpha$, atunci $d \perp \alpha$.



Teorema celor trei perpendiculare

$$\left. \begin{array}{l} MA \perp \alpha \\ AB, d \subset \alpha \\ AB \perp d \end{array} \right\} \xrightarrow{T3 \perp} MB \perp d.$$



Reciproca 1:

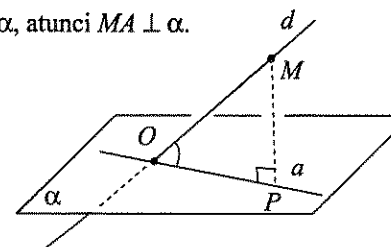
Dacă $MA \perp \alpha$, $d \subset \alpha$, $MB \perp d$, atunci $AB \perp d$.

Reciproca 2:

Dacă $MA \perp AB$, $AB \perp d$, $MB \perp d$, $AB, d \subset \alpha$, atunci $MA \perp \alpha$.

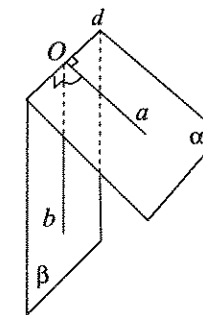
Unghiul dintre o dreaptă și un plan

- Dacă $d \parallel \alpha$, atunci $m(\angle(d, \alpha)) = 0^\circ$.
- Dacă $d \perp \alpha$, atunci $m(\angle(d, \alpha)) = 90^\circ$.
- În celelalte situații, $m(\angle(d, \alpha)) = m(\angle(d, a)) = m(\angle MOP)$, unde $a = pr_\alpha d$.



Unghi diedru

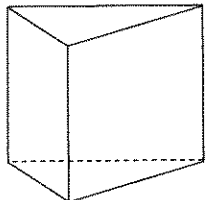
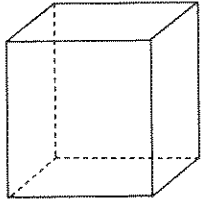
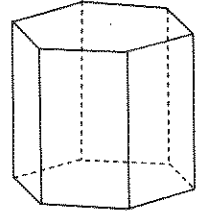
- Dacă $\alpha \cap \beta = d$, $a \perp d$, $a \subset \alpha$, $b \perp d$, $b \subset \beta$, atunci $m(\angle(\alpha, \beta)) \stackrel{\text{def.}}{=} m(\angle(a, b))$.



Plane perpendiculare

- $\alpha \perp \beta$ dacă $m(\angle(\alpha, \beta)) = 90^\circ$.
- Dacă $d \perp \alpha$ și $d \subset \beta$, atunci $\alpha \perp \beta$.

Prisma regulată = prisma dreaptă cu baza poligon regulat.

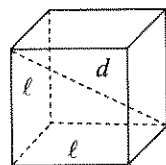
Prisma triunghiulară regulată	Prisma patrulateră regulată	Prisma hexagonală regulată
		

Pentru orice prismă:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{lat}} &= \mathcal{P}_{\text{bazei}} \cdot h; \\ \mathcal{A}_{\text{tot}} &= \mathcal{A}_{\text{lat}} + 2\mathcal{A}_{\text{bazei}}; \\ \mathcal{V} &= \mathcal{A}_{\text{bazei}} \cdot h. \end{aligned}$$

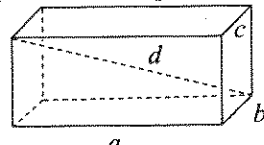
Cubul = prisma patrulateră regulată cu înălțimea egală cu muchia bazei.

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{lat}} &= 4\ell^2; \\ \mathcal{A}_{\text{tot}} &= 6\ell^2; \\ \mathcal{V} &= \ell^3; \\ d &= \ell\sqrt{3}. \end{aligned}$$



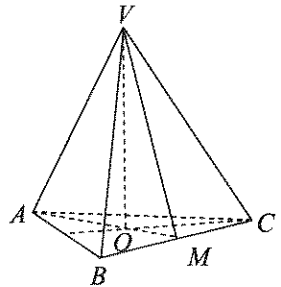
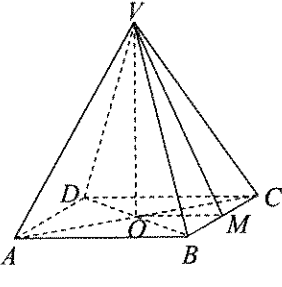
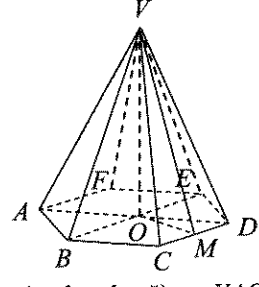
Paralelipipedul dreptunghic = prisma dreaptă cu baza dreptunghi.

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{tot}} &= 2(ab + ac + bc); \\ \mathcal{V} &= a \cdot b \cdot c; \\ d &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}. \end{aligned}$$



Piramida regulată = piramida cu baza poligon regulat și în care înălțimea cade în centrul bazei.

Apotema piramidei = înălțimea unei fețe laterale.

Piramida triunghiulară regulată	Piramida patrulateră regulată	Piramida hexagonală regulată
		
$\angle(\text{m. lat.}, \text{bază}) = \angle VAO$ $\angle(\text{f. lat.}, \text{bază}) = \angle VMO$	$\angle(\text{m. lat.}, \text{bază}) = \angle VAO$ $\angle(\text{f. lat.}, \text{bază}) = \angle VMO$	$\angle(\text{m. lat.}, \text{bază}) = \angle VAO$ $\angle(\text{f. lat.}, \text{bază}) = \angle VMO$

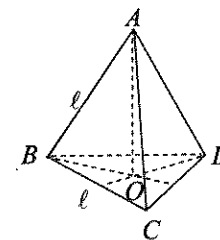
Pentru orice piramidă regulată:

$$\mathcal{A}_{\text{lat}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{bazei}} \cdot a_{\text{pir.}}}{2}; \quad \mathcal{A}_{\text{tot}} = \mathcal{A}_{\text{lat}} + \mathcal{A}_{\text{bazei}};$$

$$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{A}_{\text{bazei}} \cdot h}{3}.$$

Tetraedrul regulat = piramida triunghiulară cu toate muchiile congruente.

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{lat}} &= 3 \cdot \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4}; & \mathcal{A}_{\text{tot}} &= \ell^2 \sqrt{3}; \\ \mathcal{V} &= \frac{\ell^3 \sqrt{2}}{12}; & h = AO &= \frac{\ell \sqrt{6}}{3}. \end{aligned}$$



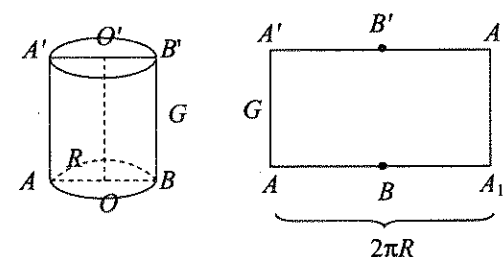
Trunchiul de piramidă regulată = poliedrul obținut în urma secționării unei piramide regulate cu un plan paralel cu baza, eliminând piramida ce se formează la vârf. Înălțimea trunchiului este segmentul care unește centrele bazelor. Apotema trunchiului este înălțimea unei fețe laterale.

$$\mathcal{A}_{\text{lat}} = \frac{(\mathcal{P}_{\text{bazei mari}} + \mathcal{P}_{\text{bazei mici}}) \cdot \text{apotema trunchi}}{2}; \quad \mathcal{A}_{\text{tot}} = \mathcal{A}_{\text{lat}} + \mathcal{A}_{\text{bazei mari}} + \mathcal{A}_{\text{bazei mici}}$$

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} (\mathcal{A}_{\text{bazei mari}} + \mathcal{A}_{\text{bazei mici}} + \sqrt{\mathcal{A}_{\text{bazei mari}} \cdot \mathcal{A}_{\text{bazei mici}}})$$

Cilindrul circular drept

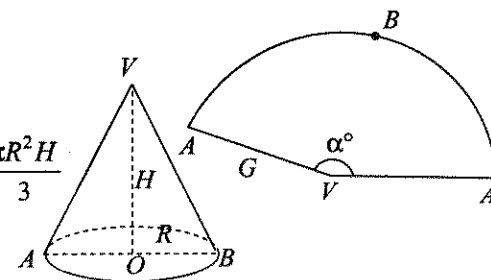
$$\begin{aligned} H &= G \\ \mathcal{A}_l &= 2\pi RG; \\ \mathcal{A}_t &= 2\pi R(G + R) \\ \mathcal{V} &= \pi R^2 H \end{aligned}$$



Conul circular drept

$$G^2 = R^2 + H^2; \quad \alpha^\circ = \frac{360^\circ \times R}{G};$$

$$\mathcal{A}_l = \pi RG; \quad \mathcal{A}_t = \pi R(G + R); \quad \mathcal{V} = \frac{\pi R^2 H}{3}$$



$$G_1 = G - g; I = H - h; G_1^2 = I^2 + (R - r)^2;$$

$$\frac{r}{R} = \frac{h}{H} = \frac{g}{G}; \frac{\mathcal{A}_{I \text{ con mic}}}{\mathcal{A}_{I \text{ con mare}}} = \left(\frac{r}{R}\right)^2;$$

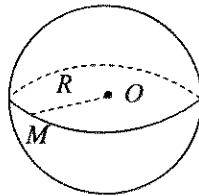
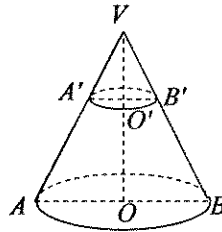
$$\frac{\mathcal{V}_{I \text{ con mic}}}{\mathcal{V}_{I \text{ con mare}}} = \left(\frac{r}{R}\right)^3; \frac{\mathcal{V}_{con mic}}{\mathcal{V}_{con mare}} = \left(\frac{r}{R}\right)^3;$$

$$\mathcal{A}_1 = \pi G_1(R + r); \mathcal{A}_t = \pi G_1(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2;$$

$$\mathcal{V} = \frac{\pi \times I}{3}(R^2 + r^2 + Rr).$$

Sfera

$$\mathcal{A}_{sferă} = 4\pi R^2; \mathcal{V}_{sferă} = \frac{4\pi R^3}{3}$$



TEME RECAPITULATIVE

TEMA 1. Numere naturale

Partea I

1. Aflați numărul cu 3 mai mare decât 98.
2. Aflați numărul cu 5 mai mic decât dublul lui 81.
3. Care este cel mai mic număr natural impar format din două cifre distincte?
4. Care este cel mai mare număr natural de trei cifre, nu toate identice?
5. Câte numere naturale pare sunt cuprinse între 13 și 51?
6. Câte numere impare de forma $\overline{3b7a}$ există?
7. Câte numere de două cifre se pot forma cu cifrele 0, 1, 2?
8. Aflați cel mai mare număr natural de forma $\overline{axy}$, unde $x = 2y$.
9. Calculați suma tuturor numerelor $\overline{xy}$, știind că $\overline{xy} = 4x + 3y$.
10. Calculați $20 \cdot 5 - 99$.
11. Calculați $13 + 111 : 3$.
12. Efectuați $(3 + 6 + 9 + \dots + 30) - (2 + 4 + 6 + \dots + 20)$.
13. Dacă $x + y = 11$, iar $z = 8$, aflați $2x + 2y + 5z$.
14. Dacă $a + b = 7$, iar $b + c = 10$, aflați $a + 3b + 2c$.
15. Aflați a , dacă $b + c = 5$ și $ab + ac + 7a = 96$.
16. Dacă $n > 3$, comparați $a = n + 6$ și $b = 3n$.
17. Aflați restul împărțirii numărului 29 la 11.
18. Aflați cel mai mic număr natural mai mare decât $a = 2^3 - 3^2 + 5^0$.
19. Efectuați $3 \cdot 3^2 - 10$.
20. Calculați $2^{28} : 4^{13} + 0^3$.
21. Precizați jumătatea numărului 2^{11} .
22. Aflați triplul numărului 3^9 .
23. Care număr este mai mic: $a = 3^{31}$ sau $b = 9^{16}$?
24. Determinați numărul pătratelor perfecte având exact două cifre.
25. Dacă $A = \{1, 2, 5\}$, iar $B = \{2, 5, 8\}$, aflați $A \cup B$ și $A \cap B$.
26. Determinați mulțimea $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } 1x20 < 12x7\}$.
27. Justificați valoarea de adevăr a propoziției „ $64 \in A$ ”, unde $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 + 2 + \dots + 10 < n < 2 + 3 + \dots + 11\}$.
28. Aflați cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ divide pe } 15\}$.
29. Comparați $\text{card}(A \setminus B)$ cu $\text{card}(B \setminus A)$, cunoscând că $A = \{2, 4, 6, 8\}$, iar $B = \{0, 2, 4\}$.
30. Câte submulțimi ale mulțimii $\{1, 2, 5\}$ îl conțin pe 1?

31. Aflați $p \in \mathbb{N}$, știind că mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 3 \text{ și } x < p\}$ are cardinalul egal cu 2.
32. Câte submulțimi cu două elemente are mulțimea $\{0, 2, 4, 6\}$?
33. Aflați $n \in \mathbb{N}$, știind că $\{13, 16\} = \{3n + 4, 2n + 5\}$.
34. Aflați $x, y \in \mathbb{N}$, știind că $A \cup B = A \cap B$, pentru $A = \{1, 2, x\}$ și $B = \{y, 2, 5\}$.
35. Cunoscând $\text{card } A = 5$, $\text{card } B = 8$ iar $\text{card}(A \cup B) = 10$, aflați $\text{card}(A \cap B)$.
36. Câte numere naturale mai mici ca 21 se divid cu 2 sau 3?
37. Câți multipli ai lui 7 având două cifre sunt mai mari ca 20?
38. Precizați divizorii proprii ai numărului 27.
39. Găsiți $n \in \mathbb{N}^*$, cunoscând că $2n + 1$ este divizor al lui 13.
40. Descompuneți în factori primi numărul 72.
41. Dacă $a, b \in \mathbb{N}$ iar $500 = 2^a \cdot 5^b$, aflați $a + b$.
42. Câte numere naturale de forma $\overline{a3a}$ sunt divizibile cu 2?
43. Aflați cel mai mare număr de forma $\overline{1a2a}$ care este divizibil cu 3.
44. Câte numere de forma $\overline{1ab}$ se divid cu 5 și cu 4?
45. Aflați numărul submulțimilor nevide ale mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 10 < x < 50 \text{ și } (x + 1) : 11\}$.
46. Care este cel mai mic număr de forma $\overline{3xy}$ divizibil cu 13?
47. Aflați $\overline{ab}$, știind că $9 \mid \overline{ab}$ și $a = 1 + b$.
48. Aflați numărul divizorilor naturali ai numărului 54.
49. Dintre numerele 375, 705, 120 și 3555, precizați-l pe cel divizibil cu 25.
50. Câte dintre numerele reprezentând numărul punctelor aflate pe fiecare dintre cele șase fețe ale unui zar sunt numere prime?
51. Determinați numerele naturale n și p , știind că $p = (n - 1)(2n + 3)$ este număr prim.
52. Găsiți cel mai mare divizor comun al numerelor 36 și 48.
53. Găsiți cel mai mic multiplu comun al numerelor 16 și 20.
54. Știind că a și b sunt numere naturale astfel încât $a \cdot b = 180$ și c.m.m.m.c. $[a, b] = 30$, aflați c.m.m.d.c. (a, b) .
55. Câte numere de forma $\overline{a51b}$ sunt divizibile cu 18?
56. Câte kilograme reprezintă 0,1 t?
57. Câte ore reprezintă 36 000 sec?
58. Transformați în m^2 suprafața de 0,25 ha.
59. Un nasture cântărește 1,2 g. Cât va cântări o cutie având 500 de nasturi, știind că masa cutiei goale este de 400 g?
60. Un pătrat are latura de 8 dm. Aflați perimetrul pătratului, exprimat în metri.
61. Care este numărul minim de drumuri pe care trebuie să le facă un muncitor ce are de cărat 200 kg de ipsos, știind că la un drum poate duce maximum 35 kg?

62. 0,25 m^3 de suc trebuie îmbuteliat în sticle având capacitatea de 500 ml. Câte sticle sunt necesare?
63. Media aritmetică a două numere este egală cu 20. Care este suma numerelor?
64. Media aritmetică a trei numere este egală cu 17, iar suma a două dintre numere este 20. Care este al treilea număr?

Partea a II-a

1. Efectuați $2^5 - 3 \cdot [7 \cdot 3 - 2 \cdot (6^2 - 2^3) : 4] + 1^{2013}$.
2. Găsiți $n \in \mathbb{N}$, dacă $13 \cdot 13^3 \cdot 13^5 \cdot \dots \cdot 13^{13} = 13^n$.
3. Determinați $x, y \in \mathbb{N}$, știind că $3 \cdot x \cdot y - 2y = 38$ și $x \cdot y + 2 = 16$.
4. Găsiți toate numerele de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 6.
5. Arătați că numărul $2013 + 2(1 + 2 + \dots + 2012)$ este pătrat perfect.
6. Comparați numerele $a = 2^{57}$ și $b = 3^{38}$.
7. Dacă $A = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{11}$, demonstrați că $1 + A$ este cub perfect.
8. Aflați restul împărțirii numărului $P = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10 - 3$ la 63.
9. Câte numere naturale de trei cifre dau restul 7 la împărțirea prin 20?
10. Suma a două numere naturale nu depășește 120. Aflați numerele, știind că prin împărțirea celui mai mare la cel mai mic obținem câtul 9 și restul 10.
11. Dintre cei 28 de elevi ai unei clase, 18 elevi participă la cercul de biologie iar 20 de elevi participă la cercul de badminton. Știind că fiecare elev al clasei este implicat în cel puțin o activitate, aflați:
 - a) câți elevi participă la ambele activități;
 - b) câți elevi participă numai la cercul de biologie.
12. Numerele naturale nenule au fost distribuite în următoarele submulțimi, disjuncte două câte două: $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{2, 3\}$, $A_3 = \{4, 5, 6\}$ etc.
 - a) Câte numere au fost utilizate pentru formarea primelor nouă submulțimi?
 - b) Demonstrați că media aritmetică a elementelor mulțimii A_9 este tot un element al mulțimii A_9 .
13. Determinați mulțimile A și B care verifică simultan condițiile:
 - (1) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; (2) $A \cap B = \{4, 5\}$; (3) $\{1, 2, 4\} \subset A$ și (4) $\text{card } A > \text{card } B > 3$.
14. Demonstrați că $4^{2013} + 1$ se divide cu 5.
15. Demonstrați că $1^n + 2^n + 3^n$ se divide cu 2, oricare ar fi numărul natural nenul n .
16. Demonstrați că produsul a două numere naturale consecutive se divide cu 2.
17. Demonstrați că $(3 + 3^3 + 3^5 + \dots + 3^{19}) : 30$.
18. Demonstrați că $2^{n+3} \cdot 7^n + 7^{n+1} \cdot 2^n - 3 \cdot 14^n$ se divide cu 6, oricare ar fi numărul natural nenul n .
19. Dacă $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 198$, demonstrați că $\overline{abc}$ este multiplu al lui 9.
20. Determinați valorile naturale ale lui x pentru care $x + 1$ este divizor al numărului $x^2 + 5$.
21. Determinați numerele prime p, q și r , știind că $2p + 3q + 6r = 78$.
22. Aflați numerele naturale a, b, c , știind că $b < a < c$, $a \cdot b = 28$ și $a \cdot c = 70$.

23. Suma a trei numere naturale este 32. Aflați numerele, știind că suma primelor două numere este de 7 ori mai mare decât al treilea număr, iar al doilea număr este cel mai mic număr prim de două cifre format din cifre distincte.
24. Găsiți numerele naturale a și b în fiecare dintre următoarele situații:
- $(a, b) = 5$ și $a + 2b = 35$;
 - $(a, b) = 4$ și $a \cdot b = 240$.
25. Într-o clasă sunt mai puțin de 25 de elevi. Dacă se formează grupe de câte 2 sau 5 elevi, rămâne de fiecare dată câte un elev; dacă se formează grupe de câte 7 elevi, atunci sunt cuprinși toți elevii. Câți elevi sunt în clasă?
26. Ioana vine la înot la fiecare 2 zile, iar Denisa la fiecare 3 zile. Știind că astăzi este joi, iar fetele s-au întâlnit la înot, determinați:
- în ce zi se vor întâlni din nou la înot, prima dată;
 - de câte ori se vor întâlni la înot pe parcursul următoarelor 30 de zile.
27. Un grup de 52 de elevi, dintre care 23 de băieți, a plecat în excursie. Fetele au fost cazate la un etaj, iar băieții la alt etaj. Știind că pe fiecare etaj există același număr de camere, toate camerele fetelor au același număr de locuri, toate camerele băieților au același număr de locuri și după repartizarea în camere au rămas necazate o fată și doi băieți, precizați câte camere erau pe fiecare etaj.
28. Un hol dreptunghiular a fost acoperit în întregime cu 11 plăci identice de gresie, fără a le rupe. Știind că plăcile aveau formă pătratică cu lungimea laturii de 8 dm, determinați:
- suprafața holului, exprimată în m^2 ;
 - dimensiunile holului, exprimate în centimetri.
29. În cadrul unei promoții, se oferă la vânzare romane la prețul de 3,5 lei bucata și albume cu viața și opera unor pictori celebri, la prețul de 6 lei bucata.
- Dacă Alina a cumpărat 4 romane și 5 albume, câți lei a plătit?
 - Stabiliți dacă pot fi cumpărate 10 cărți cu exact 45 de lei.
30. Notele obținute de studenții unei grupe au fost sintetizate în următorul tabel:

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Număr de studenți	2	1	1	2	5	3	2

- Câți studenți sunt în grupă?
- Câți studenți au obținut cel puțin nota 7?
- Care este media notelor?

TEMA 2. Numere întregi. Numere raționale

Partea I

- Care este valoarea de adevăr a propoziției „ $-13 \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ ”?
- Precizați numărul întreg care are opusul egal cu 17.
- Precizați care este cel mai mic număr întreg de o cifră.
- Determinați valoarea absolută a numărului -10 .

- Care sunt numerele întregi care au modulul egal cu 11?
- Scrieți două numere întregi pare cuprinse între -7 și 3 .
- Care este cel mai mic număr întreg mai mare decât -9 ?
- Aflați cardinalul mulțimii $P = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 2\}$.
- Determinați mulțimea $B = \{x \in A \mid |x| = x\}$, unde $A = \{-6, -2, 1, 4, 5\}$.
- Câte numere întregi x verifică condiția $\{-3, 1, x\} \subset \{-4, -3, 0, 1, 2\}$?
- Dacă $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3 < x + 4 < 7\}$, găsiți $A \cap \mathbb{Z}_+$.
- Care este cel mai mic număr întreg din intervalul $(-1, 9]$?
- Aflați numărul cu 3 mai mic decât -15 .
- Efectuați $2 \cdot (-4) - (-7)$.
- Efectuați $(-12) : |3| - 5 \cdot |-1|$.
- Efectuați $5 \cdot (-1)^4 + 6 \cdot (-1)^5$.
- Aflați produsul tuturor numerelor întregi x pentru care $-2 \leq x < 5$.
- Determinați câtul împărțirii la -3 a numărului 18.
- Scrieți numărul 6 ca diferență de două numere întregi negative.
- Scrieți numărul -7 ca produs de două numere întregi.
- Scrieți divizorii întregi ai numărului -10 .
- Dați exemplu de un număr întreg care are exact 6 divizori întregi.
- Dacă $E(x) = x + 2 \cdot |x - 1|$, aflați $E(-1) + E(-2)$.
- Ordonati crescător numerele: $a = (-15) : (+3)$, $b = -2^2$, $c = (-1) \cdot (+6)$.
- Rezolvați, în mulțimea numerelor întregi, ecuațiile:
 - $13 + x = -3$;
 - $x - 8 = -7$;
 - $2 \cdot x = -10$;
 - $x : (-3) = -11$;
 - $|x| = -1$;
 - $|x - 2| = 6$.
- Rezolvați, în mulțimea numerelor întregi, inecuațiile:
 - $-3 < x$;
 - $x + 1 < 6$;
 - $-x > 7$;
 - $4 - x < 2$;
 - $-4 < x - 1 < 3$;
 - $|x - 2| \leq 2$.
- Scrieți sub formă de fracție:
 - trei doimi;
 - două treimi;
 - un întreg și patru cincimi.

28. Se consideră fracția $x = \frac{13}{5}$. Calculați:

- dublul număratorului lui x ;
- triplul numitorului lui x .

29. Scrieți fracția echiunitară cu număratorul 3.

30. Scrieți o fracție supraunitară cu numitorul 5.

31. Se consideră fracția $x = \frac{39}{26}$. Determinați fracția ireductibilă echivalentă cu x .

32. Se consideră fracția $x = \frac{13}{5}$. Amplificați cu 5 această fracție.

33. Extrageți întregii din fracția $x = \frac{13}{5}$.

34. Introduceți întregii în fracția $x = 3\frac{1}{3}$.

35. Se consideră numărul rațional $x = 3\frac{1}{3}$. Determinați partea întreagă și partea fracționară ale lui x .

36. Determinați opusul numărului rațional $x = \frac{13}{5}$.

37. Determinați inversul numărului rațional $x = \frac{13}{5}$.

38. Determinați valoarea absolută a numărului rațional $x = -\frac{13}{5}$.

39. Determinați partea întreagă și partea fracționară ale numărului rațional $x = -\frac{13}{5}$.

40. Scrieți sub formă zecimală următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{7}{3}$; c) $\frac{3}{7}$; d) $\frac{5}{24}$.

41. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: „Numărul rațional $\frac{75}{100}$ poate fi scris sub formă de fracție zecimală finită”.

42. Scrieți sub formă de fracții ordinare ireductibile următoarele numere zecimale:

a) 2,35; b) 3,(3); c) 0,3(6); d) 2,(12).

43. Comparați numerele raționale x și y , unde:

a) $x = \frac{1}{6}, y = \frac{1}{7}$; b) $x = \frac{3}{7}, y = \frac{4}{7}$; c) $x = \frac{3}{4}, y = \frac{5}{7}$.

44. Comparați numerele raționale x și y , unde:

a) $x = -\frac{1}{6}, y = -\frac{1}{7}$; b) $x = -\frac{3}{7}, y = -\frac{4}{7}$; c) $x = -\frac{3}{4}, y = -\frac{5}{7}$.

45. Comparați numerele raționale x și y , unde:

a) $x = 2,75; y = \frac{11}{4}$; b) $x = 1,(21); y = 1,2$; c) $x = -4,54; y = -4,5$.

46. Rotunjiți la cel mai apropiat întreg numerele raționale:

a) 3,49; b) -2,498.

47. Aproximați prin lipsă, apoi prin adaos, cu o eroare mai mică de 0,1, numărul rațional $x = 3,67$.

Calculați:

48. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$;

49. $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} + 0,(6)$;

50. $(0,5) \cdot \frac{2}{3}$;

51. $1 : (-0,5)$;

52. $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$;

53. $2^{-2} \cdot 4$.

Rezolvați în $\mathbb{Q}$ ecuațiile:

54. $x + 2 = \frac{1}{2}$;

55. $2x - 1 = 0$;

56. $x : (0,5) = 1$;

57. $3(2x + 1) = 1$.

58. Calculați media aritmetică a numerelor 2, -1 și $\frac{1}{2}$.

59. Calculați media aritmetică ponderată a numerelor 2 și 3, cu ponderile 2, respectiv 3.

Partea a II-a

1. Efectuați: $-13 + 24 : [-2^7 : 2^5 + 2 \cdot (6 - 2 \cdot 4)]$.

2. Aflați $a + |a|$, unde $a = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 19 - 20$.

3. Determinați $p \in \mathbb{Z}$, știind că mulțimea $\{x \in \mathbb{Z} \mid 2 < |x| \leq p\}$ are exact patru elemente.

4. Aflați cel mai mic număr întreg pozitiv care admite ca divizori pe 2, -3 și 10.

5. Reprezentați în sistemul de axe de coordonate xOy punctele $P(a, b)$, unde $a, b \in \mathbb{Z}$ și $|a| \cdot (b - 1) = -5$.

6. Produsul a trei numere întregi este -4. Determinați valorile posibile ale sumei celor trei numere.

7. Găsiți modulul numărului întreg $p = 2012 \cdot (-1)^n + 2013 \cdot (-1)^{3n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$.

8. Calculați $([2^{30} - 4^{20}] + 8^{10}) : (-2)^{36}$.

9. Dacă $a, b, c \in \mathbb{Z}$ și $2a - 5b + 8c = 0$, demonstrați că $b \cdot (a - c)$ se divide cu 10.

10. Determinați $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care $(-1)^1 + (-1)^2 + \dots + (-1)^n = (-1)^{1001}$.

11. Câte perechi de numere întregi (a, b) verifică relația $a^2 + b^2 = 25$?

12. Fie mulțimea $A = \left\{5\frac{1}{3}; -7; 0,25; 4; -6; \frac{7}{4}; -\frac{1}{4}; 0; 1,(3); \frac{9}{2}; -\frac{2}{9}; -1; -\frac{27}{3}\right\}$.

Enumerați elementele următoarelor mulțimi:

a) $B = \{x \mid x \in A, x \in \mathbb{N}\}$;

b) $C = \{x \mid x \in A, x \in \mathbb{Z}\}$;

c) $D = \{x \mid x \in A, x \in \mathbb{Z}_+\}$;

d) $E = \{x \mid x \in A, x \in \mathbb{Z}_-\}$;

e) $F = \{x \mid x \in A, x \in \mathbb{Q}\}$;

f) $G = \{x \mid x \in A, x \in \mathbb{Q}_-\}$;

g) $H = \{x \mid x \in A, x \in \mathbb{Q}_+\}$;

h) $I = \{x \mid x \in A, x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}\}$.

13. Determinați numerele raționale x , știind că:

a) $|x| = \frac{1}{4}$;

b) $|x| = -\frac{1}{4}$;

c) $|-x| = \frac{1}{4}$;

d) $|x + 1| = \frac{1}{4}$;

e) $|x + 1| = -\frac{1}{4}$;

f) $|-x - 1| = \frac{1}{4}$;

g) $|-x + 1| = \frac{1}{4}$;

h) $|x + 1| = 0$;

i) $|x - 1| = \frac{1}{4}$.

14. Aflați a 50-a zecimală a numărului rațional $x = \frac{15}{37}$.
15. Stabiliți care dintre numerele următoare este mai apropiat de -10 :
 $-10,1$; $-9,9$; $-10,01$; $-9,98$; $-10,001$; $-9,998$; $-9,99$; $-10,015$.
16. Ordonați crescător următoarele numere raționale:
 $-\frac{83}{10}$; $\frac{12}{5}$; $-\frac{65}{8}$; $-\frac{3}{2}$; $-7\frac{1}{2}$; $1,(3)$; $-1,6(72)$; $|2,67|$; $-\frac{|-14|}{3}$.
17. Arătați că fracțiile următoare sunt reducibile pentru orice $n \in \mathbb{N}$:

a) $\frac{10^n + 8}{9 \cdot 10^n}$; b) $\frac{4n+2}{n(n+1)}$.

18. Demonstrați că următoarele fracții sunt ireducibile pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$:

a) $\frac{n}{n+1}$; b) $\frac{3n+119}{2n+79}$.

19. Calculați:

a) $\left(\frac{5}{7} + \frac{55}{77} + \frac{555}{777}\right) : \frac{5}{7} - \frac{111}{500} : \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{50} + \frac{1}{500}\right)$;
 b) $88 : \left[2,5 - \left(1 - \frac{1}{5}\right) + \left(2\frac{1}{3} + 0,75\right) \cdot \frac{6}{37}\right] - 18,97$;
 c) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{7}{15}\right)^2\right] : \left[\left(\frac{37}{30}\right)^2 - \left(\frac{7}{6}\right)^2\right] : 3,(3)$;
 d) $\left(\frac{8}{15} \cdot 7\frac{1}{2} + 3\frac{3}{5} \cdot 2\frac{1}{2}\right) - \left(1\frac{6}{19} \cdot 9\frac{1}{2} - 11\frac{2}{5} : 6\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{2}\right)$;
 e) $\frac{6}{15} : \left\{3,25 : 26 \cdot 1,(3) + 5 : 2,(7) - \left[3,3(7) : 0,(304) - \frac{1}{3} - 10\right]\right\}$.

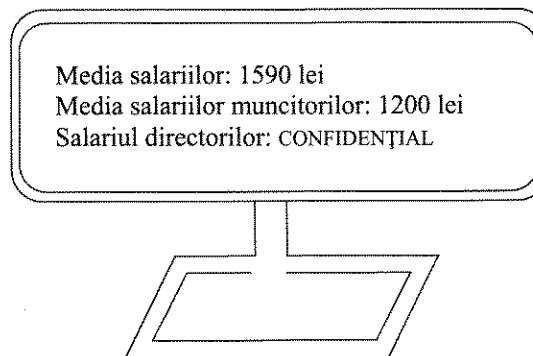
20. Rezolvați în $\mathbb{Q}$ ecuațiile:

a) $5x - 1\frac{2}{5} = 1\frac{1}{10}$; b) $\frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{6}\right) + 2x = 1\frac{1}{9}$;
 c) $(5x + 2) \cdot 1,(4) = 17,(3)$; d) $\frac{x}{36\frac{2}{3} : 15 - 9\frac{1}{3} : 7} = 2\frac{7}{10}$;
 e) $\frac{(0,2)^2 \cdot 10^3}{216} \cdot x = \frac{4^3 \cdot 15}{36^2}$; f) $\frac{x}{1,(7)} - \frac{1,(2)}{1,(5)} = \frac{5}{7}$.

21. Aflați cea mai mare valoare pe care o poate lua expresia:

$$E = \frac{1}{3}(-1)^{m+n+2} + \frac{1}{4}(-1)^{m+n} - \frac{1}{6}(-1)^m + \frac{1}{2}(-1)^{n+1}, m, n \in \mathbb{N}.$$

22. Putem împărți cinci mere la șase copii, astfel încât merele să fie tăiate în cel mult trei părți egale?
23. Media aritmetică a 50 de numere este 50. Eliminăm dintre aceste numere pe 50 și pe 2. Care este media aritmetică a numerelor rămase?
24. O întreprindere are 3 directori și 37 de muncitori. Întreprinderea posedă o bancă de date ce poate fi consultată prin calculator, dar programul refuză să divulge unele informații considerate confidențiale. Iată ce apare pe ecran:



Calculați salariul mediu al conducerii, încălcând confidențialitatea!

25. Într-o ladă sunt mere roșii și mere galbene. Sunt luate la întâmplare cinci fructe și se constată că au fost luate $\frac{1}{5}$ din numărul merelor galbene și $\frac{1}{6}$ din numărul merelor roșii. Care este cel mai mare număr de mere roșii din ladă, dacă sunt alese mere de ambele culori?

TEMA 3. Rapoarte. Proportii. Procente

Partea I

- Aflați valoarea raportului $\frac{a}{b}$, dacă $a = 2,4$ iar $b = 1,6$.
- Determinați valoarea raportului dintre $1,2$ ha și 250 m^2 .
- Dacă $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$, aflați $\frac{3a}{2b}$.
- Dacă $\frac{5x}{2y} = 1,25$, aflați $\frac{y}{x}$.
- Dacă $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ și $a + b = 16$, aflați numerele a și b .
- Dacă $\frac{x}{y} = 0,(6)$ aflați $\frac{x}{x+y}$.

7. Cunosând $\frac{a}{b} = 0, (27)$, calculați suma $1 + 3b - 11a$.
8. Dacă $7(a + 4) = 2(b + 14)$, aflați $\frac{a}{b}$.
9. Dacă $\frac{a+b}{b} = \frac{5}{3}$, aflați $\frac{a}{b}$.
10. Dacă $\frac{a}{b} = \frac{3}{10}$ iar $\frac{b}{c} = \frac{5}{6}$, aflați $\frac{a}{c}$.
11. Raportul perimetrelor a două pătrate este $\frac{5}{6}$. Aflați raportul ariilor lor.
12. Găsiți $a, b \in \mathbb{N}$, știind că $\frac{a}{b} = 1\frac{1}{2}$ și $a \cdot b = 24$.
13. Dacă $\frac{x}{3} = \frac{2}{y}$ și $\frac{z}{5} = \frac{4}{t}$, aflați $zt - xy$.
14. Dacă $\frac{x}{y} = \frac{1}{5}$ și $\frac{z}{y} = \frac{2}{3}$, aflați $\frac{z+y}{x}$.
15. Aflați toate perechile (a, b) de numere naturale, dacă $\frac{a}{2} = \frac{3}{b}$.
16. Raportul dimensiunilor unui dreptunghi este $\frac{2}{3}$, iar perimetrul dreptunghiului este egal cu 20 cm. Aflați aria dreptunghiului.
17. Într-o clasă cu 30 de elevi, raportul dintre numărul fetelor și numărul băieților este egal cu $\frac{3}{7}$. Câți băieți sunt în clasă?
18. Se dizolvă 50 g de zahăr cu 450 ml de apă. Care va fi concentrația soluției obținute? (Se știe că 1 l de apă cântărește 1 kg.)
19. Aflați titlul unui aliaj ce conține 180 g aur și 120 g cupru.
20. Aflați scara unei hărți știind că unei distanțe de 250 km în teren îi corespunde o distanță de 2 cm pe hartă.
21. Scrieți trei proporții ce se pot forma cu numerele 2, 3, 4 și 6.
22. Aflați $x \in \mathbb{N}$, știind că numerele 1, 2, x, 10 formează o proporție.
23. Găsiți $x \in \mathbb{Z}$, dacă $\frac{3}{5} = \frac{4-x}{10}$.
24. Găsiți $\overline{ab}$, dacă $\frac{a+b}{a-b} = 1,8$.
25. Aflați 25% din 20.
26. Ce procent reprezintă 1,4 din 7?
27. Găsiți n , dacă 30% din n este egal cu 6.

28. Un obiect costă 12 lei. Care va fi prețul după o scumpire cu 10%?
29. O bancă acordă o dobândă anuală de 2%. Ce sumă a depus o persoană, știind că după un an a retras la lichidarea depozitului 510 lei?
30. Găsiți n , dacă $\{2, n\}$ sunt direct proporționale cu $\{6, 15\}$.
31. Găsiți x , dacă $\{x, 3\}$ sunt invers proporționale cu $\{5, x+6\}$.
32. Aflați a, b, c , dacă $\{a, b, c\}$ sunt direct proporționale cu $\{2, 3, 5\}$ și $a+b+c=20$.
33. Aflați x, y, z , cunosând că $\{x, y, z\}$ sunt invers proporționale cu $\{2, 3, 6\}$ și $x-y+z=15$.
34. Dacă $\{a, b, c\}$ sunt direct proporționale cu $\{6, 4, 3\}$, aflați $m, n \in \mathbb{N}^*$ astfel ca $2a = m \cdot b = n \cdot c$.
35. Găsiți a, b, c , știind că $\{a, b, c\}$ sunt invers proporționale cu $\{0,5; 0,3; 0,1(6)\}$ iar $a+2c=70$.
36. Știind că $\{x, y, z\}$ sunt direct proporționale cu $\{9, 4, 6\}$, aflați $\frac{x+3y}{2x+z}$.
37. Împărțiți numărul 68 în părți direct proporționale cu 4, 5 și 8.
38. Împărțiți numărul 77 în părți invers proporționale cu 2, 4 și 6.
39. 5 kg de struguri costă 12 lei. Cât vor costa 8 kg de struguri de aceeași calitate?
40. 18 muncitori pot termina o lucrare în 15 ore. Cu câți muncitori trebuie suplimentată echipa pentru a termina lucrarea în 9 ore?
41. Care este probabilitatea ca, alegând o cifră x , numărul $\overline{2x1}$ să se dividă cu 3?
42. Care este probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $\{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \dots, \sqrt{30}\}$, acesta să fie număr rațional?
43. Într-o urnă sunt 50 de bile, numerotate de la 1 la 50. Care este probabilitatea ca, extrăgând o bilă, numărul acesteia să fie pătrat perfect?

Partea a II-a

1. O suprafață agricolă de 50 ha, având formă dreptunghiulară, este cultivată cu porumb. În urma irigației suprafeței, producția a fost cu 15% mai mare decât cea preconizată, obținându-se o recoltă totală de 138 t.
 - a) Care era producția preconizată?
 - b) Ce cantitate de porumb se preconiza a se obține de pe fiecare hectar cultivat?
 - c) Dacă lățimea terenului este de 25 dam, aflați lungimea terenului.
2. Fie a, b, c numere raționale astfel încât $\frac{a+3b}{5a+b} = \frac{5}{11}$, iar $\frac{2b+c}{b+2c} = \frac{7}{5}$.
 - a) Demonstrați că b este egal cu 50% din a .
 - b) Demonstrați că numerele a, b și c sunt direct proporționale cu 6, 3 respectiv 1.
 - c) Aflați numerele a, b, c , știind că $a+b+3c=36$.
3. Fie x, y, z numere raționale cu proprietatea că $\{x, y, z\}$ sunt direct proporționale cu $\{2, 3, 4\}$.
 - a) Verificați că $z=2x$.

- b) Ce procent reprezintă y din z ?
 c) Aflați numerele x, y, z , știind că $2x + 3y + 4z = 261$.
4. Fie x, y, z numere raționale cu proprietatea că $\{x, y, z\}$ sunt invers proporționale cu $\{0, (3); 0,25; 0,2\}$.
 a) Verificați că $x^2 + y^2 = z^2$.
 b) Demonstrați că $\frac{2x+2z}{5y+z}$ este pătratul unui număr rațional.
 c) Aflați numerele, știind că $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} = 1$.
5. Se consideră trei numere raționale x, y, z astfel încât $\{x, y\}$ sunt direct proporționale cu $\{5, 6\}$, iar $\{y, z\}$ sunt invers proporționale cu $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{7}\right\}$.
 a) Găsiți $m \in \mathbb{N}$ pentru care $\frac{x}{10} = \frac{y}{12} = \frac{z}{m}$.
 b) Verificați că $2x + y = z - x$.
6. Fie a, b, c numere raționale astfel încât $\{a + b, b + c, c + a\}$ sunt direct proporționale cu $\{7, 8, 9\}$.
 a) Verificați că $c = 5 \cdot (a - b)$.
 b) Ce procent reprezintă c din $a + b$?
 c) Găsiți numerele a, b, c , știind că media lor aritmetică este egală cu 17,5.
7. Prețul unui produs s-a majorat de două ori succesiv cu câte 10%, devenind 968 lei.
 a) Aflați prețul inițial al produsului.
 b) Cu ce procent trebuia majorat prețul o singură dată, pentru a obține aceeași valoare finală?
8. După o majorare cu 20% urmată de o reducere cu 10%, prețul unui produs a devenit 540 lei.
 a) Aflați prețul intermediar (în urma majorării).
 b) Aflați prețul inițial al produsului.
9. În urma a două majorări succesive, prețul unui produs a devenit 990 lei. Prețul inițial era de 750 lei, iar a doua majorare a fost cu 10%.
 a) Determinați prețul după prima majorare.
 b) Cu ce procent s-a realizat prima majorare?
 c) Cu ce procent ar trebui redus prețul final al produsului pentru a obține prețul inițial?
10. Într-o clasă, numărul fetelor reprezintă 75% din numărul băieților. Stabiliți câte fete și câți băieți sunt în clasă știind că, dacă pleacă 2 fete și vin 4 băieți, numărul fetelor va fi egal cu 50% din numărul băieților.
11. Matei a citit o carte în trei zile: în prima zi a citit 60% din numărul paginilor, în a doua zi o treime din numărul paginilor rămase și în a treia zi ultimele 16 pagini.
 a) Câte pagini avea cartea?
 b) Câte pagini a citit în prima zi?
12. Se consideră 15 numere naturale consecutive cu proprietatea că primul și ultimul sunt invers proporționale cu 0,(3) și 0,(2).

- a) Aflați primul număr.
 b) Aflați suma celor 15 numere.
 c) Arătați că media aritmetică a celor 15 numere este unul dintre numerele date.
13. Ion culege o lădiță de căpșuni în 20 de minute, iar Costel în 30 de minute.
 a) Câte lădițe vor culege împreună într-o oră?
 b) În cât timp vor culege împreună o lădiță?
14. Doi înotători A și B se întrec pe lungimea unui bazin, pe culoare diferite, fiecare având viteză constantă. A înotă de două ori mai repede decât B iar, din momentul în care A a încheiat cursa, lui B i-au mai fost necesare 20 de secunde pentru a termina și el.
 a) Ce procent din lungimea bazinului parcursese B, atunci când A încheiase cursa?
 b) În cât timp a înotat B o lungime de bazin?
 c) În cât timp a înotat A o lungime de bazin?
15. Distanța dintre Iași și București este de 400 km. Pe o hartă, distanța dintre cele două orașe este 20 cm.
 a) Aflați scara hărții.
 b) Pe hartă, distanța dintre Pitești și Constanța este de 16 cm. Determinați distanța reală dintre cele două orașe.
 c) Un lac ocupă pe hartă 1 cm². Câte hectare are suprafața lacului?
16. O cutie conține 10 bile albe, 15 bile negre și 20 de bile roșii.
 a) Extragem, la întâmplare, o bilă din cutie. Care este probabilitatea ca bila extrasă să fie albă?
 b) Care este numărul minim de bile pe care trebuie să le extragem, fără a ne uita la ele, pentru a fi siguri că obținem măcar două bile de culori diferite?

TEMA 4. Numere reale

Partea I

- Calculați $\sqrt{64}$.
- Determinați $\sqrt{4} + \sqrt{121}$.
- Calculați $\sqrt{0,49} + \sqrt{1,69}$.
- Calculați $\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{\frac{49}{36}}$.
- Care este rădăcina pătrată a numărului $(-35)^2$?
- Determinați perimetrul unui pătrat cu aria de 144 m².
- Aflați latura unui pătrat cu diagonala de $5\sqrt{2}$ cm.
- Calculați $\sqrt{ab + ba}$, știind că cifrele a și b verifică egalitatea $a + b = 11$.
- Determinați $x \in \mathbb{Z}$, astfel încât $4\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{75} = x\sqrt{3}$.
- Comparați numerele $x = 4\sqrt{3}$ și $y = 5\sqrt{2}$.

11. Ordonati crescator numerele $a = \sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{18}$, $b = -\sqrt{12} - \sqrt{27}$ și $c = -\sqrt{74}$.

12. Care dintre numerele $12, -\frac{5}{7}, \sqrt{18}, 2, (4)$ este irațional?

13. Care dintre numerele $\pi, \sqrt{72}, -\sqrt{36}, \sqrt{5}, \sqrt{\frac{8}{81}}$ este rațional?

14. Care dintre următoarele propoziții este adevărată?

P_1 : suma oricăror două numere iraționale este un număr irațional.

P_2 : suma oricăror două numere raționale este un număr rațional.

15. Determinați $x \in \mathbb{Z}$ astfel încât $x - 1 < -\sqrt{3} < x$.

16. Aflați partea întreagă a numerelor: $a = 2,5$; $b = 7$; $c = -12,2$.

17. Aflați partea fracționară a numerelor: $a = 2,3$; $b = 15$; $c = -4,25$.

18. Calculați: $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + [\sqrt{4}]$.

19. Calculați: $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - (3 + \sqrt{5})$.

20. Aflați valoarea lui $(x + \sqrt{x^2})^{10}$, știind că $x \leq 0$ ($x \in \mathbb{R}$).

21. Comparați cu zero numărul real nenul x , dacă $\sqrt{3x^2} = x\sqrt{3}$.

22. Determinați $x \in \mathbb{R}$, astfel încât $|x| = \sqrt{3}$.

23. Determinați $x \in \mathbb{R}$, astfel încât $|x - \sqrt{2}| = \sqrt{8}$.

24. Calculați $|3 - \sqrt{5}| + |\sqrt{5} + \sqrt{3}| + |\sqrt{3} - 2|$.

25. Fie $x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât $\sqrt{(x - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(y - \sqrt{8})^2} = 0$. Care este valoarea sumei $2x + y$?

26. Calculați $|x - \sqrt{3}| + |x + \sqrt{3}|$, știind că $x \in \mathbb{R}$ și $|x| \leq \sqrt{3}$.

Calculați:

27. $\sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{75}$;

28. $2\sqrt{8} + 3\sqrt{18} - 13\sqrt{2}$;

29. $\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{3}(2\sqrt{3} + \sqrt{2})$;

30. $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{2})$;

31. $(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})$;

32. $(3 + 2\sqrt{2})^2 - (3 - \sqrt{8})^2$;

33. $\frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{10}}$;

34. $\left(\sqrt{2} + \frac{3}{\sqrt{2}}\right) : (\sqrt{2})^{-1}$;

35. $3 \cdot \left(3\frac{1}{2} - 1,25 \cdot 2\right) - \left(\sqrt{5} - \frac{2,5}{\sqrt{5}}\right) \cdot \sqrt{5}$;

36. $(-1)^{21} + 2\frac{1}{2} : \sqrt{0,25} - \frac{20}{\sqrt{300}} + \frac{\sqrt{48}}{6}$;

37. $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{\sqrt{12}}$;

38. $\frac{3}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{8} + \sqrt{5}}$.

39. Aflați numărul real x , știind că $\frac{x}{2\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{x}$.

40. Determinați numărul real x , astfel încât $\frac{x}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$.

41. Care dintre următoarele propoziții este adevărată?

P_1 : $2 \in (2, 5]$; P_2 : $5 \in (2, 5]$.

42. Care dintre mulțimile $A = \{1, 2, 3, 4\}$ și $B = (1, 2)$ are mai multe elemente?

43. Scrieți un număr rațional din intervalul $(2, 3)$.

44. Scrieți un număr irațional din intervalul $(1, 2)$.

45. Scrieți sub formă de interval mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 3\}$.

46. Scrieți sub formă de interval mulțimea $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$.

47. Scrieți sub formă de interval mulțimea $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < 5 - 2x \leq 7\}$.

48. Determinați mulțimile $A = (-\infty, 3) \cap \mathbb{N}$, $B = (-5, \infty) \cap (\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N})$.

49. Considerăm mulțimile $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 5\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 3\}$. Determinați cel mai mare număr întreg care aparține lui A și lui B .

50. Fie $A = (-2, 3]$ și $B = [-1, 5)$. Dați un exemplu de număr rațional care aparține lui A și nu aparține lui B .

Partea a II-a

1. Fie A, B, C trei puncte dintr-un plan, astfel încât $AB = \sqrt{12}$ cm, $BC = \sqrt{75}$ cm și $CA = \sqrt{147}$ cm. Notăm cu M mijlocul lui AB și cu N mijlocul lui BC .

a) Arătați că cele trei puncte sunt coliniare.

b) Aflați lungimea segmentului MN .

c) Reprezentați punctele A, B, C într-un sistem de coordonate xOy , știind că A are coordonatele $(-2, 0)$, iar B are abscisa pozitivă și ordonata nulă.

2. Se dă mulțimea: $A = \left\{(-2)^2; (-3)^{-2}; \sqrt{0,09}; \sqrt{1\frac{7}{9}}; \pi; 3,14; \sqrt{3}; \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$.

a) Determinați $A \cap \mathbb{N}$.

b) Determinați $A \cap \mathbb{Z}$.

c) Determinați $A \cap \mathbb{Q}$, respectiv $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$.

3. Fie $x \in [-2, 1]$ și $y \in [-1, 3]$.

a) Determinați intervalul căruia îi aparține $2x$.

b) Determinați intervalul căruia îi aparține $3 - 2x$.

c) Arătați că $2x + 3y \in [-7, 11]$.

4. Fie x și y două numere reale astfel încât $x < y$ și $[x, y] \cap \mathbb{Z} = \emptyset$.

a) Găsiți două numere x și y cu proprietățile cerute.

b) Arătați că $y - x < 1$ (în cazul general, nu numai pentru valorile găsite la punctul a).

c) Calculați $2 \cdot |x - y - 1| + |x - y + 1| - |x - y|$.

5. Considerăm mulțimile:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < 1 - 2x < 11\} \text{ și } B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{2} \leq \frac{x+2}{6} \leq \frac{5}{3}\right\}.$$

- Determinați $A \cap \mathbb{Z}$.
 - Scrieți mulțimile A și B sub formă de intervale.
6. Fie numerele $a = \sqrt{2} - 1$ și $b = \sqrt{2} + 1$.
- Calculați $a \cdot b$ și $a^2 + b^2$.
 - Determinați media aritmetică și media geometrică ale numerelor a și b .
 - Indicați un număr rațional și unul irațional din intervalul (a, b) .
7. Considerăm mulțimea $A = \{\sqrt{1}; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \dots; \sqrt{100}\}$.
- Câte numere iraționale conține mulțimea A ?
 - Calculați suma numerelor raționale din mulțimea A .
 - Câte numere din mulțimea A sunt mai mici decât 5,1?
8. Fie numerele $a = \sqrt{2} - \sqrt{2}$ și $b = \sqrt{2} + \sqrt{2}$.
- Calculați $a \cdot b$.
 - Calculați $(a + b)^2$.
 - Arătați că numărul $b : a - \sqrt{2}$ este rațional.
9. Fie $x, y \in \mathbb{R}$.
- Arătați că $x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1$.
 - Demonstrați că $\sqrt{x^2 - 6x + 10} \geq 1$.
 - Determinați x și y pentru care expresia $\sqrt{x^2 - 6x + 10} + \sqrt{9y^2 + 6y + 10}$ are valoarea minimă.
10. Fie $x, y, z, t \in \mathbb{Q}$.
- Dacă $x + y\sqrt{2} = 0$, arătați că $x = y = 0$.
 - Dacă $x + y\sqrt{2} = z + t\sqrt{2}$, demonstrați că $x = z$ și $y = t$.
 - Determinați x și y , știind că $x(1 + 2\sqrt{2}) + y(1 + \sqrt{2}) = 2 + 4\sqrt{2}$.

TEMA 5. Calcul algebric

Partea I

Calculați:

- $2(3x + 1) + 3(1 - 2x)$;
- $3 \cdot x \cdot x + x + x : x$;
- $x^8 : x^7 + x^6 : x^5 - x^4 : x^3 + x^2 : x$;
- $(x - 2)(x + 2) + 4$;
- $(x + 4)(x - 3) - x + 12$;
- $3(x^2 - 2x - 2) + x(6 - 3x)$;
- $(2\sqrt{3} \cdot x)^2 : (3x^2)$;
- $(x \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot x^4) : x^{10} \cdot x$;
- $(x - 3)(x + 3) - (x + 3)^2 + 3(2x + 7)$;
- $x^2 - 7x + 5 - (x + 8)(x - 1)$;

$$11. (2x + 1)^2 - (2x - 1)^2;$$

$$13. (x^2 + x + 1)^2 - (x^2 + x)^2;$$

$$15. \text{ Se consideră expresia } E(x) = (x + 1)^2 - |x + 1|. \text{ Calculați } E(0) \text{ și } E(-1).$$

$$16. \text{ Se consideră expresia } E(x) = (1 - x)^{1001} + (x - 1)^{1001}. \text{ Calculați } E(2).$$

$$17. \text{ Se consideră expresia } E(x) = x^4 + 3x^2 - 5. \text{ Calculați valoarea expresiei pentru } x = \sqrt{5}.$$

$$18. \text{ Se consideră expresia } E(x) = x^2 + x + \sqrt{2}(2\sqrt{3} + 1). \text{ Calculați valoarea expresiei pentru } x = \sqrt{3} - \sqrt{2}.$$

Stabiliți valorile de adevăr ale propozițiilor:

$$19. \text{ „Pentru orice număr real } x, \text{ are loc egalitatea } (x + 1)^2 = x^2 + 1.”$$

$$20. \text{ „Există un număr real } x \text{ pentru care are loc egalitatea } (x + 1)^2 = x^2 + 1.”$$

$$21. \text{ Știind că } a - b = 4 \text{ și } a^2 - b^2 = 24, \text{ calculați } a + b.$$

$$22. \text{ Știind că } a + b = 4 \text{ și } a \cdot b = 2, \text{ calculați } \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

$$23. \text{ Știind că } a + b = 4 \text{ și } a \cdot b = 2, \text{ calculați } a^2 + b^2.$$

$$24. \text{ Știind că } x - \frac{1}{x} = 2, \text{ calculați } x^2 + \frac{1}{x^2}.$$

$$25. \text{ Știind că } a - b = 1, \text{ calculați } a^2 + b^2 - 2ab + 2a - 2b + 1.$$

$$26. \text{ Știind că } a + b = 4 \text{ și } ac + ad + bc + bd = 4\sqrt{3}, \text{ calculați } c + d.$$

Descompuneți în factori:

$$27. x^2 - 5x;$$

$$29. x(x + 1) - x - 1;$$

$$31. xy - x - y + 1;$$

$$33. 25x^2 - 49;$$

$$35. x^2 + 6x + 9 - y^2;$$

$$37. x^2 - 5x + 6;$$

$$39. 2x^2 + x - 1;$$

$$28. 3x^{10} + 9x^8;$$

$$30. x^2(x + 1) + x(x + 1)^2;$$

$$32. 9xy + 3x - 3y - 1;$$

$$34. (x - 2)^2 - 4x^2;$$

$$36. x^2 + 7x + 6;$$

$$38. x^2 + 2x - 3;$$

$$40. x^3 + x^2 - 16x - 16.$$

$$41. \text{ Se consideră raportul } F(x) = \frac{3 - x^2}{x^2 + 2}. \text{ Calculați } F(\sqrt{2}).$$

$$42. \text{ Se consideră raportul } F(x) = \frac{x^2}{x - 4}. \text{ Determinați mulțimea valorilor lui } x \text{ pentru care } F(x) \text{ este bine definit.}$$

$$43. \text{ Se consideră raportul } F(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}. \text{ Determinați mulțimea valorilor lui } x \text{ pentru care } F(x) \text{ nu are sens.}$$

$$44. \text{ Amplificați cu } x - 2 \text{ raportul } \frac{2x + 1}{x}, \text{ unde } x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}.$$

45. Aduceți la același numitor rapoartele $\frac{x^2}{x+1}$ și $\frac{x}{x^2-1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

46. Simplificați prin x raportul $\frac{x^2+x}{x+x+x}$, unde $x \in \mathbb{R}^*$.

47. Simplificați prin $x+3$ raportul $\frac{x^2+5x+6}{x^2-9}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$.

48. Efectuați calculul $\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x+1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$.

49. Efectuați calculul $\left(-\frac{x^2}{y^4}\right) : \left(-\frac{x^2}{y^3}\right)$, unde $x, y \in \mathbb{R}^*$.

50. Efectuați calculul $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{x}{x-2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$.

Partea a II-a

1. Dacă x este un număr natural impar, arătați că $x^2 - 1$ se divide cu 8.

2. Verificați egalitatea $(x^2 + 4x + 3)(x - 1) = (x + 1)(x^2 + 2x - 3)$, oricare ar fi numărul real x .

3. Fie $E(x) = (x + 3)^2 + 2(1 - x) - 5$, unde x este număr real.

a) Demonstrați că $E(x) = x^2 + 4x + 6$, oricare ar fi numărul real x .

b) Arătați că $E(x) \geq 2$, pentru orice valoare reală a lui x .

c) Determinați numerele reale a și b astfel încât $E(a) + E(b) = 4$.

4. Fie $E(x) = x^4 + x + 1$, unde x este un număr real.

a) Verificați egalitatea $E(x) = \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$, oricare ar fi numărul

real x .

b) Demonstrați că nu există un număr real r astfel încât $E(r) = 0$.

c) Arătați că $E(n)$ este număr impar, oricare ar fi numărul natural n .

5. Fie $E(x) = x^2 + mx + 1$. Dacă $E(0) = E(2)$, atunci $E(x)$ este pătratul unui binom.

6. Demonstrați că numărul $A = (5a + 3b - 7)(5a + 3b - 1) + 9$ este pătrat perfect, oricare ar fi numerele întregi a și b .

7. Dacă x este un număr real nenul astfel încât $x + \frac{1}{x} = 5$, aflați $x^2 + \frac{1}{x^2}$ și $x^3 + \frac{1}{x^3}$.

8. Găsiți numerele reale a , b și c , cunoscând că $a + 2b + 3c = 18\sqrt{2}$ și $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$.

9. Se consideră expresia $E(x) = \left(x - 1 - \frac{x^2 - 1}{x + 2}\right) : \frac{x - 1}{x + 2}$.

a) Determinați valorile reale ale lui x pentru care expresia este bine definită.

b) Demonstrați că $E(x) = 1$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$.

10. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{3x+2}{x+3} - 2\right) : \frac{2x-8}{3x+9}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 4\}$.

Demonstrați că expresia $E(x)$ este constantă, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 4\}$.

11. Fie $E(x) = \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) : \frac{2x+6}{x^2+3x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 0\}$.

a) Arătați că $E(x) = \frac{1}{2(x+1)}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1, 0\}$.

b) Determinați valorile întregi a pentru care $6 \cdot E(a)$ este număr întreg.

12. Aduceți la forma cea mai simplă expresia:

$$E(x) = \frac{2x+1}{x} + \left[\frac{x}{x+1} - \frac{x^2}{x-1} \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3}\right)\right] : \frac{2x+1}{x+1}, \text{ unde } x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1, -\frac{1}{2}, 0, 1\right\}.$$

13. Fie $E(x) = \left[\frac{2}{x+2} + \frac{4x}{4-x^2} + \frac{6(-x-1)}{x^2-x-2}\right] \cdot (2-x)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$.

a) Verificați egalitatea $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$, oricare ar fi x număr real.

b) Demonstrați că $E(x) = 8$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$.

14. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x-5}{5x+25}\right)^{-1} \cdot \left[\left(\frac{1}{25x} - \frac{1}{x^3}\right) \cdot \frac{10x^4}{x^2+10x+25}\right]$, unde

$x \in \mathbb{R} \setminus \{-5, 0, 5\}$.

a) Determinați forma cea mai simplă a expresiei.

b) Găsiți $E(a)$, unde $a = 2013^2 - 2012 \cdot 2014$.

c) Rezolvați ecuația $|1 + E(x)| = 11$, în mulțimea numerelor reale.

15. Fie $E(x) = \left[\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}\right] \cdot \left(\frac{2}{x^2+4x+4}\right)^{-1} - 1$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0\}$.

a) Verificați identitatea $\frac{1}{a(a+1)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$, oricare ar fi a diferit de -1 și 0 .

b) Determinați forma cea mai simplă a expresiei.

c) Calculați $E(1^{-1}) + E(2^{-1}) + E(3^{-1}) + \dots + E(10^{-1})$.

TEMA 6. Funcții

Partea I

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x + 2$. Calculați $f(3)$.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 1$. Calculați $E = f(-1) - f(2)$.

3. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4$. Determinați valoarea raportului $\frac{f(0)}{2}$.
4. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 6$. Determinați ordonata punctului de pe graficul funcției f care are abscisa egală cu $\frac{5}{2}$.
5. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 2$. Determinați abscisa punctului de pe graficul funcției f , care are ordonata egală cu -1 .
6. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -4x + 8$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu Ox .
7. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 7x - 3$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy .
8. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + \sqrt{6}$. Arătați că $a = \frac{f(\sqrt{3}) - f(\sqrt{2})}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \in \mathbb{N}$.
9. Fie $f: \{-3, 0, 3, 6\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - \frac{4}{3}x$. Calculați $f(6) - f(-3)$.
10. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x\sqrt{2} + 1$ și mulțimea $A = \{f(-2\sqrt{2}); f(-2); f(0); f(1); f(\sqrt{2})\}$. Determinați $A \cap \mathbb{N}$.
11. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$. Calculați suma $S = f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) + f(2)$.
12. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{3}{2}x - 27$. Calculați produsul $P = f(10) \cdot f(11) \cdot \dots \cdot f(20)$.
13. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{2} - 3$ și mulțimea $A = \{f(-1); f(0); f(\sqrt{2})\}$. Determinați $A \cap \mathbb{Q}$.
14. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -\frac{1}{3}x - 0,5$. Calculați media aritmetică a numerelor $a = f(4)$ și $b = f(-1)$.
15. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 - 2x$. Calculați media geometrică a numerelor $a = f(\sqrt{2})$ și $b = f(-\sqrt{2})$.
16. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - \frac{1}{2}$. Calculați suma $S = f(1) + f(2) + \dots + f(10)$.
17. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -5x$. Calculați suma $S = f(-10) + f(-9) + \dots + f(-1) + f(0) + f(1) + \dots + f(10)$.
18. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 2$. Determinați numărul real a , dacă $f(a-1) + f(a) + f(a+1) = 0$.
19. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$. Arătați că numărul $A = \frac{f(\sqrt{2}) - f(1)}{\sqrt{2} - 1} + \frac{f(\sqrt{3}) - f(\sqrt{2})}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ este întreg.
20. Considerăm funcția $f: \{-8, -4, 0, 4\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 - \frac{3}{4}x$. Determinați mulțimea valorilor funcției f .
21. Arătați că punctul $A(-2, 1)$ este situat pe graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 7$.
22. Determinați $a \in \mathbb{R}$ dacă punctul $A\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ este situat pe graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 6x + a$.
23. Determinați $a \in \mathbb{R}$ dacă punctul $A(3, -1)$ este situat pe graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + 2$.
24. Determinați $m \in \mathbb{R}$ dacă punctul $A(m, 2m + 1)$ este situat pe graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + m$.
25. Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ dacă funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ verifică condițiile $f(1) = 1$ și $f(-3) = -7$.
26. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$. Știind că punctele $A(2, 3)$ și $B(-4, 5)$ sunt situate pe graficul funcției f , calculați $f(-1)$.
27. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (3a - 4)x - 4a + 3$. Determinați $a \in \mathbb{R}$ dacă graficul funcției f conține punctul $A(3, -19)$.
28. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x - 1$. Determinați punctul de pe graficul funcției f care are coordonate egale.
29. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 2$. Determinați punctele situate pe graficul funcției f , pentru care modulele coordonatelor sunt egale.
30. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 2$. Determinați punctul de pe graficul funcției f care are abscisa egală cu un sfert din ordonată.
31. Considerăm funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{3}{2}x - 1, g(x) = 2x - \frac{1}{2}$. Rezolvați inecuația $3f(x) \leq 2g(x) - 1$.
32. Considerăm funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4 - x, g(x) = 2x - 5$. Determinați coordonatele punctului de intersecție dintre graficele celor două funcții.
33. Fie funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 4, g(x) = 2x - 1$. Arătați că graficele celor două funcții sunt drepte paralele.
34. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$. Rezolvați inecuația $f(x) \leq f(-2), x \in \mathbb{R}$.
35. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 1$. Rezolvați inecuația $f(x) \geq f(1), x \in \mathbb{R}$.

36. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{3}x + 2$. Determinați valorile întregi ale lui x , pentru care $x \leq f(x) \leq x + 1$.
37. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -\sqrt{3}(1-x)$. Știind că graficul funcției f intersectează axa Ox în punctul A și axa Oy în punctul B , calculați măsura unghiului $\angle OAB$.
38. Determinați numerele reale a, b dacă $A(2, 3)$ este punctul comun graficelor funcțiilor $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + 5, g(x) = \frac{1}{2}x + b$.
39. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (3a - 2)x + 6a - 5$. Arătați că punctul $A(-2, -1)$ este situat pe graficul funcției f , oricare ar fi numărul real a .
40. Determinați funcția liniară determinată de punctele $A(2, 8)$ și $B(-1, -7)$.
41. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$. Determinați valorile întregi ale lui a , pentru care $\frac{1}{f(a)}$ este număr întreg.
42. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (2a + 1)x - a + 2$. Determinați $a \in \mathbb{R}$, dacă graficul funcției f este paralel cu axa Ox .

Partea a II-a

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 1$.
- Reprezentați grafic funcția dată.
 - Determinați $a \in \mathbb{R}$, dacă punctul $A(2a - 1, a - 2)$ este situat pe graficul funcției f .
 - Calculați suma $S = f(0) + f(1) + \dots + f(2011)$.
2. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$.
- Arătați că $A\left(-1, \frac{1}{6}\right)$ este situat pe graficul funcției f .
 - Determinați punctul de pe graficul lui f care are coordonate egale.
 - Arătați că nu există numere întregi n , pentru care $f(n)$ să fie număr întreg.
3. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -\frac{4}{3}x + 4$.
- Reprezentați grafic funcția f .
 - Calculați aria triunghiului determinat de graficul lui f și axele de coordonate.
 - Determinați distanța de la originea sistemului de axe perpendiculare xOy la graficul funcției f .
4. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{5}{2}x - 0,5$.
- Verificați dacă punctele $A(1, 2)$ și $B(7, 17)$ sunt situate pe graficul funcției f .

- Reprezentați grafic funcția dată.
 - Determinați punctele de coordonate întregi situate pe segmentul (AB) .
5. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{3}{2}x + 0,5$.
- Reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
 - Determinați coordonatele punctelor A, B de intersecție dintre graficul funcției f și axele de coordonate Ox , respectiv Oy .
 - Calculați $\sin(\angle ABO)$.
6. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (2a + 3)x - 3a + 2$. Știind că graficul lui f conține punctul $M(-1, -6)$, se cere:
- arătați că $a = 1$;
 - reprezentați grafic funcția obținută;
 - determinați punctul de pe graficul lui f care are abscisa egală cu un sfert din ordonată.
7. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{3}{2}x + 1$ și punctele $A(0, 1), B(4, 7)$.
- Arătați că punctele A și B sunt situate pe graficul funcției f .
 - Reprezentați grafic funcția f .
 - Calculați lungimea segmentului (AB) .
8. Considerăm punctele $A(1, 3); B(3, 7)$ și $C(5, 11)$.
- Determinați funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}$, știind că graficul lui f conține punctele A și B .
 - Arătați că punctele A, B, C sunt coliniare.
 - Arătați că B este mijlocul segmentului (AC) .
9. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 5$.
- Reprezentați grafic funcția f .
 - Rezolvați inecuația $2f(x) + f(-1) \leq f(2), x \in \mathbb{R}$.
 - Determinați punctele $A(x, y)$ situate pe graficul funcției f , dacă $|y| = |x + 2|$.
10. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{2}x - 2$.
- Reprezentați grafic f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
 - Determinați numărul real a , dacă punctul $A(a, 1)$ este situat pe graficul funcției f .
 - Calculați expresia $E = f(x_1) - f(x_2) + 2f\left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right)$, unde x_1, x_2 sunt numere reale.
11. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - \frac{x}{2}$.
- Arătați că numărul $a = f(\sqrt{2} - 1) - f(\sqrt{2} - 3)$ este întreg.
 - Reprezentați grafic funcția f .

c) Calculați perimetrul triunghiului determinat de graficul lui f și axele Ox , Oy .
 12. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 1$ și punctele $A(1, 2)$ și $B(2, 5)$.

a) Arătați că punctele A și B sunt situate pe graficul funcției f .

b) Reprezentați grafic funcția f .

c) Știind că A' și B' sunt proiecțiile punctelor A și B pe axa Ox , calculați aria patrulaterului $AA'B'B$.

13. Fie $f: \{-2, 0, 1, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$.

a) Care dintre punctele $A(1, 1)$; $B(2, 3)$; $C(-2, -5)$ este situat pe graficul lui f ?

b) Reprezentați grafic funcția f .

c) Determinați mulțimea valorilor funcției f .

14. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (a - 2)x + 2a - 6$, $a \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că $f(-2)$ nu depinde de a .

b) Determinați $a \in \mathbb{R}$, dacă $f(-2) \cdot f(1) - 10 = 0$.

c) Pentru $a = 1$ reprezentați grafic funcția f și calculați distanța de la punctul $A(-2, 0)$ la graficul funcției f .

15. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1 - \sqrt{2})x + \sqrt{2}$.

a) Calculați media aritmetică a numerelor $a = f(0)$ și $b = f(2)$.

b) Rezolvați inecuația $f(x) - 1 \geq 0$, $x \in \mathbb{R}$.

c) Determinați numerele raționale a și b dacă punctul $M(a\sqrt{2}, b)$ este situat pe graficul funcției f .

16. Considerăm funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$, $g(x) = x\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$.

a) Arătați că punctul de intersecție a graficelor funcțiilor f și g este situat pe Ox .

b) Reprezentați grafic funcțiile f și g în același sistem de axe xOy .

c) Determinați măsura unghiului dintre graficele celor două funcții.

17. Considerăm funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3}{2}x + 1$, $g(x) = 2x + \frac{1}{2}$.

a) Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor date.

b) Calculați aria determinată de graficul funcției f , graficul funcției g și axa Oy .

c) Determinați valorile naturale ale lui x pentru care $f(x) + 1 > g(x)$.

18. Considerăm funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 4$, $g(x) = -x + 2$. Notăm cu A , B , C , D punctele de intersecție dintre graficul funcției f și axele Ox , respectiv Oy și dintre graficul funcției g și axele Ox , respectiv Oy .

a) Reprezentați grafic funcțiile f și g în același sistem de axe xOy .

b) Arătați că triunghiurile OAB și OCD sunt isoscele.

c) Arătați că $BC \perp AD$.

TEMA 7. Ecuații. Sisteme de ecuații. Inecuații

Partea I

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „3 este soluție a ecuației $6 - x = 1$, $x \in \mathbb{N}$ ”.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „-2 este soluția ecuației $x + 3 = 1$, $x \in \mathbb{N}$ ”.

3. Determinați care dintre elementele mulțimii $\left\{-1, 1, \frac{3}{2}\right\}$ constituie soluție a inecuației $x - 1,25 > 0$, $x \in \mathbb{R}$.

4. Precizați care element al mulțimii $\{-3, 2, 3\}$ nu este soluție a ecuației $2x^2 - 1 = 17$, $x \in \mathbb{R}$.

5. Găsiți $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $(2, 1)$ să fie soluție a sistemului $\begin{cases} ax + 2y = 4 \\ 3x + by = 4 \end{cases}$.

Rezolvați următoarele ecuații:

6. $x + 1 = 7$, $x \in \mathbb{N}$;

7. $t - 2 = -3$, $t \in \mathbb{Z}$;

8. $3,25 + a = 1,65$, $a \in \mathbb{Q}$;

9. $13,2 - x = 0,65$, $x \in \mathbb{Q}$;

10. $x \cdot 3 = -6$, $x \in \mathbb{Z}$;

11. $(-8) : t = -4$, $t \in \mathbb{Z}$;

12. $x : 1,1 = 3$, $x \in \mathbb{R}$;

13. $5 - 2x = 8$, $x \in \mathbb{Z}$;

14. $2x + 7 = x - 2$, $x \in \mathbb{Z}$;

15. $3(t + 1) - 2 = 16$, $t \in \mathbb{R}$;

16. $4x - (1 + 3x) = -9$, $x \in \mathbb{R}$;

17. $11 - 3(x - 2) = 14$, $x \in \mathbb{R}$;

18. $x\sqrt{2} = 12$, $x \in \mathbb{R}$;

19. $\frac{x}{2} - 1 = x$, $x \in \mathbb{R}$;

20. $\frac{3}{4}z - \frac{1}{2} = 1$, $z \in \mathbb{Q}$;

21. $|t| = 5$, $t \in \mathbb{N}$;

22. $|x| + 1 = 0$, $x \in \mathbb{Z}$;

23. $2|x| - 1 = 11$, $x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$;

24. $x^2 = 9$, $x \in \mathbb{R}$;

25. $19 - 3a^2 = 7$, $a \in \mathbb{R}$;

26. $|x - 2| = 7$, $x \in \mathbb{R}$;

27. $|x + 1| = |x|$, $x \in \mathbb{R}$;

28. $(x - 1)^2 + |2x - 2| = 0$, $x \in \mathbb{R}$;

29. $(x + 1)^2 - x^2 = 5$, $x \in \mathbb{R}$;

30. $x^2 + x = 6$, $x \in \mathbb{Z}$;

31. $x^2 - 2x - 3 = 0$, $x \in \mathbb{R}$;

32. $4x^2 - 4x + 1 = 0$, $x \in \mathbb{Q}$;

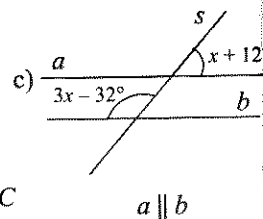
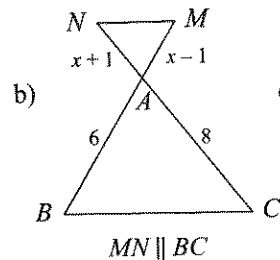
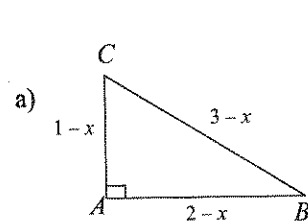
33. $2x^2 + x + 1 = 0$, $x \in \mathbb{R}$.

34. Găsiți $m \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuațiile $1 - 2(x + 1) = -5$ și $x - 6 = m$ să fie echivalente.

35. Aflați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\frac{1}{2}$ să fie soluție a ecuației $ax^2 - 3x + 1 = 0$.

36. Găsiți $x \in \mathbb{Q}$ astfel încât $2x - 0, (3) \in \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{6}\right\}$.

37. Găsiți x în fiecare dintre situațiile:



Rezolvați următoarele inecuații:

38. $x - 3 < 1, x \in \mathbb{N}$;

40. $1, 2x - 0,8 > 1,6, x \in \mathbb{Z}$;

42. $6 - 2x < 4, x \in \mathbb{Z}$;

44. $|x| < 3, x \in \mathbb{N}$;

46. $-1 < x^2 < 5, x \in \mathbb{Z}$;

48. Aflați $n \in \mathbb{N}$ dacă $\frac{2}{3} < \frac{n+1}{4} < 1$.

49. Determinați $a \in \mathbb{R}$, știind că 1 este soluție a inecuației $\frac{2x-1}{3} + \frac{x}{2} \leq \frac{a}{6}$.

50. Determinați soluțiile întregi ale inecuației $\sqrt{16} + 2x < x\sqrt{5} + \sqrt{20}$.

51. Aflați cel mai mic număr întreg care este soluție a inecuației $\frac{2x+1}{-3} < -1$.

Rezolvați următoarele sisteme de ecuații:

52. $\begin{cases} 2x - y = 17 \\ y = 3 \end{cases}$;

54. $\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ y = x + 1 \end{cases}$;

56. $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ -3x + 2y = 7 \end{cases}$;

53. $\begin{cases} -x + 3y = 11 \\ x = -2 \end{cases}$;

55. $\begin{cases} -4x + 5y = 17 \\ x - y = 2 \end{cases}$;

57. $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -x + 2y = 8 \end{cases}$;

58. $\begin{cases} \frac{x}{2} + y = 3 \\ \frac{x}{4} - 2y = -1 \end{cases}$;

59. $\begin{cases} 5(x+y) - 2y = 5 \\ 3x - 2(x-y) = 1 \end{cases}$.

60. Aflați $m, n \in \mathbb{R}$, știind că sistemele $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$ și $\begin{cases} mx + 3y = 0 \\ 2x + ny = 1 \end{cases}$ sunt echivalente.

Partea a II-a

1. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuațiile:

a) $\frac{3x-1}{4} - \frac{5x-2}{7} = \frac{11}{14}$;

b) $2(x+3)^2 - x(x-2) = (x-1)^2 + 1$;

c) $\frac{2x+1}{3x-2} = \frac{2x+5}{3x+1}$;

d) $\frac{2}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{12}}{2x-3}$.

2. Știind că 1 este soluție a ecuației $x^2 + mx - 3 = 0$, aflați valoarea lui m și cealaltă soluție a ecuației.

3. Găsiți $a, b \in \mathbb{R}$, știind că $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + ax + b = 0\} = \{1, 2\}$.

4. Fie expresia $E(x) = x^2 + 3x + 2$.

a) Rezolvați, în mulțimea $\mathbb{R}$, ecuația $E(x) = 0$.

b) Determinați valorile reale ale lui m pentru care ecuația $E(x) = m$ are soluții reale.

c) Dați exemplu de $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ pentru care $E(x) \in \mathbb{Q}$.

5. Determinați $x, y \in \mathbb{R}$, știind că $|x + 2y - 5| + |3x - y - 1| = 0$.

6. Se consideră ecuația $5x + 2y - 7 = 0$, cu necunoscutele $x, y \in \mathbb{R}$.

a) Pentru $y = -4$, aflați x .

b) Pentru $x = 7$, aflați y .

c) Arătați că $(3 - 2t, 5t - 4)$, $t \in \mathbb{R}$, este soluție a ecuației date.

d) Câte soluții având ambele componente numere naturale admite ecuația dată?

7. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, inecuațiile:

a) $\frac{3x-2}{-3} \leq 4 - x$;

b) $3(2x+1) - x \leq 5x+7$;

c) $(x+2)^2 - x(x+3) > x+4$;

d) $(x^2 + 2x + 3)(1 - 3x) \leq 0$.

8. Găsiți cinci numere naturale consecutive, știind că suma dintre cel mai mic și cel mai mare dintre numere este 100.

9. Suma dintre dublul unui număr și jumătatea sa este 20. Care este numărul?

10. Un depozit are 320 t de combustibil, iar un altul 180 t de combustibil. Din primul depozit se livrează 15 t zilnic, iar din al doilea, 10 t zilnic. După câte zile cantitatea rămasă în primul depozit este de două ori mai mare decât cantitatea rămasă în celălalt depozit?

11. Prețul cu TVA al unui produs este de 62 lei. Aflați prețul de fabricație, știind că TVA-ul reprezintă 24% din prețul de fabricație.
12. După ce a parcurs 12 km, un turist a constatat că mai are de parcurs $\frac{1}{7}$ din distanța inițială. Ce distanță a avut de parcurs turistul?
13. Scăzând 7 din dublul numărului n și împărțind rezultatul la 5, obținem 11. Găsiți valoarea lui n .
14. Tatăl are 35 de ani iar vârsta fiului său, Ionel, este de cinci ori mai mică.
a) Aflați vârsta lui Ionel.
b) Peste câți ani vârsta tatălui va fi dublul vârstei fiului său?
15. Adina are 16 ani iar mama sa are cu 26 de ani mai mult.
a) Aflați vârsta mamei Adinei.
b) Cu câți ani în urmă vârsta Adinei era de trei ori mai mică decât vârsta mamei sale?
16. Aflată în vacanță, Andreea a cheltuit pentru un suvenir $\frac{2}{5}$ din suma pe care o avea. Ulterior, a constatat că i-au rămas cu 2 lei mai mult decât jumătate din suma pe care o avea. Ce sumă a cheltuit Andreea pe suvenir?
17. Ce procent reprezintă dobânda anuală oferită de o bancă, dacă o persoană a depus 6000 lei și a primit înapoi, după un an, 6180 lei?
18. Împărțind pe a la b , obținem câtul 3 și restul 4. Aflați numerele, dacă suma dintre dublul lui a și b este 43.
19. În clasa noastră sunt 27 de elevi. Câte fete și câți băieți sunt, dacă probabilitatea de a fi ascultată la oră o fată este egală cu $0,6$?
20. Mama a primit de ziua ei un buchet de trandafiri în care numărul florilor era egal cu numărul anilor împliniți. Aflați câți ani a împlinit mama, știind că atunci când pune câte 5 trandafiri într-o vază, îi rămân 6 flori, iar când pune câte 7 trandafiri într-o vază, îi rămâne una cu numai 3 trandafiri.
21. Lungimile catetelor unui triunghi dreptunghic cu ipotenuza 5 sunt exprimate prin numerele $x + 5$ și $2 - x$, unde $x \in (-4; 1)$. Se cere x .
22. Se consideră ecuația $x^2 - x - a(a - 1) = 0$, $a \in \mathbb{R}$.
a) Rezolvați ecuația pentru $a = 0$.
b) Arătați că ecuația are două soluții reale pentru orice valoare a lui a .
c) Dacă a este un număr întreg și x_1, x_2 sunt soluțiile ecuației, arătați că numărul $x_1 + x_2 + x_1x_2$ este întreg impar.
2. Dacă $PQ = 6$ cm, iar punctul R este simetricul punctului P față de punctul Q , aflați lungimea segmentului PR .
3. Dacă A, B, C sunt puncte coliniare, $AC = 2$ cm și $AB = 6$ cm, aflați BC .
4. Știind că $C \in [AB]$, $AB = 3AC$, iar $BC = 10$ cm, aflați AC .
5. Pe dreapta d se consideră punctele A, B, C (în această ordine), astfel încât $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{7}$ și $AC = 18$. Aflați lungimea AB .
6. Știind că $M \in [AB]$, punctele N și P sunt mijloacele segmentelor $[AM]$, respectiv $[MB]$ și $PN = 20$ cm, determinați lungimea segmentului $[AB]$.
7. Stabiliți ordinea punctelor coliniare A, B și C pe dreapta d , cunoscând că $AB = 1$, $AC = 4$, iar $BC = 5$.
8. Aflați raportul lungimilor a două segmente congruente.
9. Dacă $m(\angle A) = 35^\circ$, determinați măsura complementului său.
10. Dacă măsura suplementului unghiului $\angle O$ este de 100° , aflați măsura unghiului $\angle O$.
11. Suplementul complementului unui unghi are măsura egală cu 120° . Aflați măsura unghiului.
12. Aflați măsura unghiului congruent cu suplementul său.
13. Știind că $[AM]$ este bisectoarea unghiului $\angle BAC$, iar $m(\angle MAC) = 30^\circ$, determinați $m(\angle BAC)$.
14. Aflați măsura unghiului format de acele unui ceasornic care arată ora 14:00.
15. Cunoscând că $[AM]$ este bisectoarea unghiului $\angle BAC$, $[AN]$ este bisectoarea unghiului $\angle CAM$, iar $m(\angle MAN) = 20^\circ$, aflați $m(\angle BAC)$.
16. Știind că $\angle BAC$ și $\angle CAD$ sunt unghiuri adiacente complementare, iar $m(\angle BAC) = \frac{5}{4} m(\angle CAD)$, aflați $m(\angle CAD)$.
17. Precizați valoarea de adevăr a propoziției: „Două unghiuri care au același vârf și o latură comună sunt unghiuri adiacente”.
18. Fie $[AM]$ și $[AN]$ bisectoarele unghiurilor adiacente $\angle BAC$, respectiv $\angle CAD$. Știind că $m(\angle BAD) = 100^\circ$, aflați $m(\angle MAN)$.
19. Știind că două dintre cele patru unghiuri formate la intersecția a două drepte concurente au măsurile de $2x + 20^\circ$, respectiv $x + 40^\circ$, determinați valoarea lui x .
20. Cunoscând că în triunghiul ABC : $M \in [AB]$, $N \in [AC]$, $MN \parallel BC$, $m(\angle AMN) = 3x - 10^\circ$, iar $m(\angle ABC) = x + 50^\circ$, determinați valoarea lui x .
21. În triunghiul ABC cunoaștem $m(\angle A) = 20^\circ$, iar $m(\angle B) = 3 \cdot m(\angle C)$. Determinați $m(\angle C)$.
22. Precizați cel mai mic unghi al triunghiului ABC , dacă $AB = 5$, $AC = 4$, iar $BC = 6$.
23. Fie AD înălțime în triunghiul ABC , $D \in [BC]$. Dacă $m(\angle ABC) = 75^\circ$, determinați $m(\angle BAD)$.
24. Știind că I este centrul cercului înscris în triunghiul ABC , iar $m(\angle BAC) = 40^\circ$, determinați $m(\angle BIC)$.

TEMA 8. Unghiuri. Triunghiuri. Patrulatere

Partea I

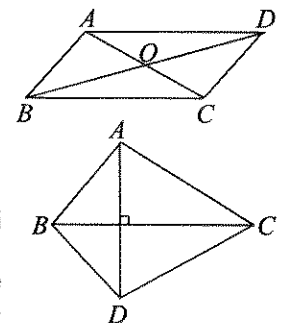
1. Dacă segmentul AB are lungimea egală cu 20 cm, iar punctul P este mijlocul său, aflați lungimea segmentului PB .

25. Dacă $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$, iar $m(\angle B) = 67^\circ$, determinați $m(\angle Q)$.
26. Precizați natura triunghiului în care este adevărată relația $\triangle ABC \equiv \triangle BCA$.
27. Un unghi exterior al unui triunghi isoscel are măsura de 80° . Aflați măsura unui unghi alăturat bazei.
28. Determinați perimetrul triunghiului ABC , cunoscând că $AB = AC = 10$ cm și $m(\angle BAC) = 60^\circ$.
29. Două dintre laturile unui triunghi isoscel au lungimile egale cu 3 cm, respectiv 6 cm. Aflați perimetrul triunghiului.
30. Dacă M este mijlocul laturii $[BC]$ a triunghiului echilateral ABC și $AB + MB = 12$ cm, determinați lungimea laturii triunghiului.
31. În triunghiul ABC cunoaștem: $m(\angle B) = 30^\circ$, $m(\angle C) = 60^\circ$ și $AC = 6$ cm. Aflați BC .
32. Lungimea unei linii mijlocii a unui triunghi echilateral este egală cu 10 cm. Aflați perimetrul triunghiului.
33. Un triunghi dreptunghic isoscel are ipotenuza egală cu 21 cm. Aflați lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei.
34. Dacă punctele M și N sunt mijloacele catetelor AB și AC ale triunghiului dreptunghic ABC , $MN = 5$ cm, iar perimetrul triunghiului AMN este egal cu 12 cm, aflați perimetrul patrulaterului $BCNM$.
35. Fie P , Q , R mijloacele laturilor triunghiului ABC . Știind că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 18 cm, determinați perimetrul triunghiului PQR .
36. Trei dintre unghiurile unui patrulater convex au măsurile egale cu 50° , 60° respectiv 100° . Aflați măsura celui de-al patrulea unghi.
37. Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că sunt direct proporționale cu numerele 1, 2, 5 și 4.
38. În paralelogramul $ABCD$ cunoaștem $m(\angle A) = 50^\circ$. Determinați măsurile celorlalte unghiuri.
39. Dacă $MNPQ$ este paralelogram, iar $m(\angle M) - m(\angle N) = 20^\circ$, aflați măsurile unghiurilor.
40. Paralelogramul $RSTU$ are $RS = 2,1$ cm și $ST = 4,3$ cm. Aflați perimetrul paralelogramului.
41. În paralelogramul $ABCD$ cunoaștem că $\{AB, AD\}$ sunt invers proporționale cu $\{0,5; 0,3\}$. Aflați lungimile laturilor, dacă perimetrul paralelogramului este egal cu 20 cm.
42. În dreptunghiul $ABCD$, de centru O , cunoaștem $CO = 10$ cm. Aflați $AC + BD$.
43. La 1 m distanță de fiecare dintre laturile unui teren dreptunghiular cu dimensiunile de 60 m, respectiv 80 m se construiește un gard. Aflați lungimea gardului.
44. Aflați perimetrul unui dreptunghi având lățimea de 20 dm și lungimea egală cu 1,25 din lățime.
45. Dacă $ABCD$ este un romb în care $m(\angle ACD) = 15^\circ$, aflați $m(\angle ABC)$.
46. Determinați perimetrul rombului având latura de lungime 1,2 dm.
47. Dacă $STAR$ este un romb în care $ST = TR$, aflați $m(\angle SAT)$.
48. Aflați lungimea diagonalei AC a rombului $ABCD$, cunoscând că $m(\angle BCD) = 120^\circ$ și perimetrul rombului este egal cu 80 cm.
49. Găsiți perimetrul pătratului având lungimea laturii egală cu $3\sqrt{2}$ cm.

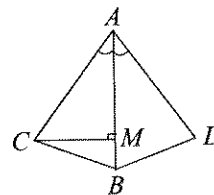
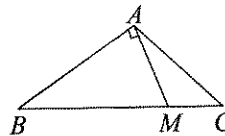
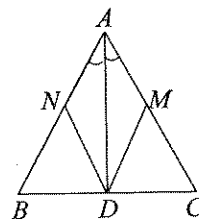
50. Dacă perimetrul unui pătrat este egal cu 100 mm, aflați lungimea laturii.
51. Un pătrat are perimetrul egal cu perimetrul dreptunghiului având dimensiunile de 6 cm, respectiv 8 cm. Găsiți lungimea laturii pătratului.
52. Dacă $ABCD$ este un trapez, $AB \parallel CD$, $m(\angle A) = 50^\circ$, iar $m(\angle C) = 110^\circ$, aflați măsurile celorlalte unghiuri.
53. Un trapez dreptunghic are un unghi de 80° . Care este măsura celui de-al patrulea unghi?
54. Un trapez isoscel are un unghi de 40° . Aflați măsurile celorlalte unghiuri.
55. Găsiți lungimea liniei mijlocii a unui trapez, știind că bazele au lungimile de 12 cm, respectiv 0,8 dm.
56. Găsiți baza mică a unui trapez, cunoscând că lungimea bazei mari este 28 cm și lungimea liniei mijlocii este 20 cm.
57. Știind că un trapez are baza mică de 30 cm și baza mare de 40 cm, aflați lungimea segmentului care unește mijloacele diagonalelor.
58. În patrulaterul convex $ABCD$ cunoaștem $m(\angle A) = 60^\circ$, $m(\angle B) = 80^\circ$, $m(\angle D) = 120^\circ$. Precizați valoarea de adevăr a propoziției: „ $ABCD$ este trapez”.
59. Dacă $ABCD$ este un trapez dreptunghic, $m(\angle A) = m(\angle D) = 90^\circ$, $CD = 6$ cm, $AD = 8$ cm și $m(\angle B) = 45^\circ$, aflați AB .
60. În trapezul isoscel $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB > CD$, cunoaștem $m(\angle A) = 60^\circ$, $AB = 18$ cm și $AD = 10$ cm. Aflați perimetrul trapezului.

Partea a II-a

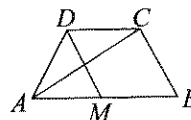
1. a) Desenați dreapta AC , precum și punctele B și D , astfel încât $B \in [AC]$, iar $D \notin AC$.
b) Dacă $[BM]$ este bisectoarea unghiului $\angle ABD$, iar $[BN]$ este bisectoarea unghiului $\angle DBC$, arătați că $BM \perp BN$.
2. Fie $\angle O_1, \angle O_2, \angle O_3, \angle O_4, \angle O_5$ cinci unghiuri formate în jurul punctului O , numerotate în sensul deplasării acelor de ceasornic. Determinați măsurile lor, știind că fiecare, începând cu al doilea, are măsura cu 10° mai mare decât precedentul.
3. Se consideră $\triangle ABC$, iar D este simetricul punctului B față de mijlocul segmentului AC .
a) Demonstrați că $[DC] \equiv [AB]$.
b) Demonstrați că $AD \parallel BC$.
4. Se consideră $\triangle ABC$, iar D este simetricul punctului A față de dreapta BC .
a) Demonstrați că $[AC] \equiv [DC]$.
b) Demonstrați că $[CB]$ este bisectoarea unghiului $\angle ACD$.
5. Pe ipotenuza BC a triunghiului dreptunghic ABC se consideră punctul P , iar punctele Q și R sunt simetricele punctului P față de AB , respectiv AC .
a) Demonstrați că $AP = AQ$.
b) Demonstrați că $AQ = AR$.
c) Demonstrați că punctele R, A și Q sunt puncte coliniare.



6. Fie $[AD]$ bisectoarea unghiului $\angle BAC$ în triunghiul ABC , $D \in [BC]$. Știind că $DM \parallel AB$, $M \in [AC]$, $DN \parallel AC$, $N \in [AB]$, demonstrați că $[AM] \equiv [AN]$.
7. Se consideră $\triangle ABC$ în care $m(\angle BAC) = 90^\circ$, $m(\angle C) = 2 \cdot m(\angle B)$. Știind că punctul N este mijlocul laturii BC , iar $[CM]$ este bisectoarea unghiului $\angle ACB$, $M \in [AB]$:
- aflați măsurile unghiurilor $\angle B$ și $\angle C$;
 - demonstrați că $\triangle BMN \equiv \triangle CMA$.
8. Fie ABC un triunghi obtuzunghic isoscel cu $m(\angle BAC) = 120^\circ$. Perpendiculara în A pe AB intersectează latura $[BC]$ în punctul M . Aflați $\frac{MC}{BC}$.

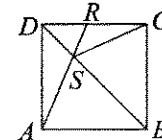


9. Fie $[BM]$ bisectoarea unghiului $\angle B$ în $\triangle ABC$. Dacă $MN \parallel BC$, $N \in [AB]$, demonstrați că $\triangle BMN$ este triunghi isoscel.
10. Fie un triunghi oarecare ABC , iar $[AM]$ bisectoarea unghiului $\angle BAC$, $M \in [BC]$. Știind că paralela prin C la AM intersectează dreapta AB în punctul N :
- demonstrați că $\angle MAC \equiv \angle ANC$;
 - arătați că triunghiul NAC este isoscel.
11. Fie $\triangle ABC$ și $\triangle ABD$ două triunghiuri isoscele ($AB = AC = AD = 10$) cu $m(\angle CAB) = m(\angle DAB) = 30^\circ$. Dacă $CM \perp AB$, $M \in [AB]$:
- demonstrați că $DM \perp AB$;
 - aflați lungimea segmentului CM .
12. Dacă $\triangle ABC$ este un triunghi isoscel având baza BC și $m(\angle B) = 2m(\angle A)$, iar $[BM]$ este bisectoarea $\angle ABC$, $M \in [AC]$:
- determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC ;
 - demonstrați că $\triangle BMC$ este isoscel.
13. Fie $ABCD$ un patrulater convex în care $AC + BD = 40$ cm. Dacă M, N, P, Q sunt mijloacele laturilor AD, AB, BC , respectiv CD :
- demonstrați că $MNPQ$ este paralelogram;
 - aflați perimetrul paralelogramului $MNPQ$.
14. Pe laturile AB și CD ale unui romb $ABCD$ se aleg punctele N , respectiv M , astfel încât $[BN] \equiv [DM]$; notăm $AC \cap BD = \{O\}$.
- Demonstrați că $[DN] \equiv [BM]$.
 - Demonstrați că $[ON] \equiv [OM]$.
 - Demonstrați că punctele M, O și N sunt coliniare.
15. Pe o plăcuță de faianță având forma dreptunghiului $ABCD$ este obținut un model geometric prin unirea mijloacelor M, N, P și Q ale laturilor CD, BC, AB , respectiv AD .
- Demonstrați că $MNPQ$ este un romb.
 - Dacă $BD = 52$ cm, aflați perimetrul rombului.
16. Fie $ABCD$ un trapez isoscel, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$. Punctul M este mijlocul bazei AB , $AD = 12$ cm, iar $m(\angle DAB) = 60^\circ$.
- Aflați perimetrul triunghiului MAD .

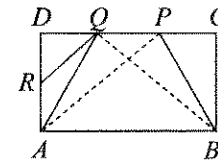


- Aflați perimetrul trapezului $ABCD$.
- Demonstrați că $[AC]$ este bisectoarea unghiului $\angle BAD$.
- Demonstrați că $BC \perp AC$.

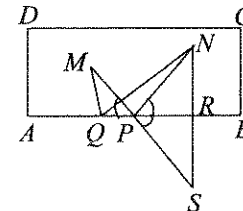
17. Pe latura DC a pătratului $ABCD$ se consideră punctul R astfel încât $m(\angle DAR) = 22^\circ 30'$. Știind că $AR \cap BD = \{S\}$:



- demonstrați că $\triangle DRS$ este isoscel;
 - demonstrați că $[AS] \equiv [CS]$;
 - demonstrați că $BD = DA + DR$.
18. O foaie de hârtie are forma dreptunghiului $ABCD$, cu $AB = 18$ cm, iar $BC = 12$ cm. Considerăm $R \in [AD]$, cu $AR = RD$, și $P, Q \in [DC]$ astfel încât $DQ = QP = PC$.



- Precizați natura triunghiului RQD .
 - Demonstrați că $AQPB$ este un trapez isoscel ortodiametral.
19. Un cetățean are un teren în formă de triunghi echilateral, cu latura de 20 m. El își propune să planteze cinci copăcei. Arătați că, oricum ar proceda, vor exista doi copăcei cu distanța dintre ei cel mult egală cu 10 m.
20. O foaie de hârtie are forma unui triunghi ABC cu $AB = 3$ dm și $BC = 7$ dm. Îndoind convenabil această foaie, putem face în așa fel încât părțile să se suprapună perfect. Determinați lungimea laturii AC .
21. Pe o masă de biliard în formă dreptunghiulară $ABCD$, bila albă se află în punctul M . După lovirea sa, ea întâlnește latura AB a mesei în punctul P , după care atinge o bilă colorată aflată în punctul N . Se știe că $\angle MPA \equiv \angle NPB$.
- Demonstrați că punctele M, P, S sunt coliniare, unde S este simetricul punctului N față de AB .
 - Știind că Q este un punct de pe AB diferit de P , arătați că $MP + PN < MQ + QN$ (deci bila albă se deplasează pe un traseu minimal).



TEMA 9. Asemănare. Relații metrice

Partea I

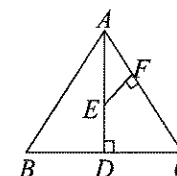
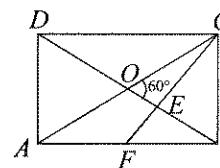
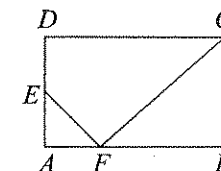
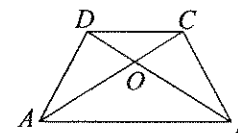
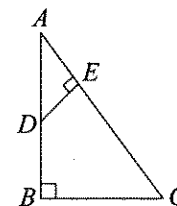
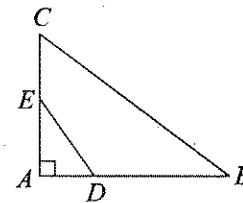
- Pe segmentul AB , $AB = 20$ cm, se consideră punctul M astfel încât $AM = 4$ cm. Aflați valoarea raportului $\frac{AM}{MB}$.
- Fie trei puncte coliniare A, B, C astfel încât $B \in (AC)$ și $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$. Aflați lungimea segmentului AC , știind că $AB = 5$ dm.
- Punctele M, N, P sunt coliniare, $N \in (MP)$, $MP = 24$ m și $\frac{MN}{NP} = \frac{5}{3}$. Determinați lungimea segmentului MN .

4. Un drum în linie dreaptă de la București la Pitești are 120 km. Un șofer care pleacă din București spre Pitești se oprește la un popas, după ce a parcurs $\frac{3}{5}$ din drum. La ce distanță de Pitești se află popasul?
5. Scara unei hărți este de 1 : 200 000. Ce lungime, exprimată în centimetri, va avea pe hartă un drum drept de 24 km?
6. Distanța dintre două localități este de 5 km. Cele două localități se reprezintă pe o hartă prin puncte situate la distanța de 40mm. Aflați scara hărții.
7. Considerăm un triunghi ABC și un punct $M \in (AB)$ astfel încât $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{5}$. Fie $MN \parallel BC, N \in (AC)$. Găsiți valoarea raportului $\frac{AC}{AN}$.
8. Fie un triunghi $ABC, D \in (AB), E \in (AC), DE \parallel BC$. Dacă $AD : DB = 2 : 3$ și $AC = 50$ cm, determinați lungimea segmentului AE .
9. Considerăm un triunghi ABC și punctele $M \in (AB), N \in (AC)$ astfel încât $MN \parallel BC$. Calculați lungimea lui $[AC]$, știind că $AM = 3$ cm, $MB = 5$ cm și $AN = 9$ cm.
10. Fie un triunghi ABC și punctele $M \in (AB), N \in (AC)$ și $P \in (BC)$ astfel încât $MN \parallel BC$ și $NP \parallel AB$. Dacă $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{2}$, calculați $\frac{CP}{PB}$.
11. Un triunghi are perimetrul de 14 cm. Găsiți perimetrul triunghiului determinat de mijloacele laturilor sale.
12. Un triunghi ABC are mediana din A egală cu 12 dm. Calculați lungimea segmentului AG (G este centrul de greutate al triunghiului ABC).
13. Fie ABC un triunghi dreptunghic cu $m(\angle A) = 90^\circ$ și $BC = 60$ cm. Dacă G este centrul de greutate al triunghiului ABC , iar M este mijlocul lui $[BC]$, aflați lungimea segmentului GM .
14. Determinați lungimea liniei mijlocii a unui trapez cu bazele de 3 m și 27 m.
15. Calculați aria unui trapez cu înălțimea de 4 cm și linia mijlocie de 16 cm.
16. Se consideră două triunghiuri ABC și DEF astfel încât $\angle ABC \sim \angle DEF$. Aflați mărimea unghiului F , știind că $m(\angle A) = 50^\circ$ și $m(\angle B) = 45^\circ$.
17. Fie ABC și DEF două triunghiuri asemenea, având raportul de asemănare $\frac{AB}{DE} = \frac{1}{4}$. Determinați perimetrul triunghiului DEF , știind că perimetrul triunghiului ABC este de 12 m.
18. Triunghiurile ABC și MNP sunt asemenea. Raportul lor de asemănare este $\frac{AB}{MN} = \frac{1}{3}$. Calculați aria triunghiului MNP , știind că aria triunghiului ABC este de 4 cm².
19. Se consideră un triunghi ABC cu $BC = 25$ cm și punctele $D \in (AB), E \in (AC)$ astfel încât $DE \parallel BC$ și $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$. Aflați lungimea segmentului DE .
20. Fie un triunghi ABC și punctele $D \in (AB), E \in (AC)$ astfel încât $\angle AED \equiv \angle ABC$. Dacă $AD = 3$ cm, $AB = 12$ cm și $AE = 4$ cm, determinați lungimea segmentului AC .
21. Considerăm un triunghi ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ, AB = 10$ cm și $AC = 24$ cm. Aflați lungimea lui $[BC]$.
22. Fie triunghiul MNP cu $m(\angle N) = 90^\circ, MP = 25$ cm și $NP = 20$ cm. Găsiți lungimea lui $[MN]$.
23. Determinați lungimea ipotenuzei unui triunghi dreptunghic isoscel, știind că una dintre catetele sale are lungimea de 6 cm.
24. Un triunghi dreptunghic isoscel are ipotenuza de 4 cm. Aflați lungimea uneia dintre catete.
25. Un triunghi ABC are: $m(\angle B) = 90^\circ, m(\angle C) = 30^\circ$ și $AB = 5$ cm. Determinați lungimea lui $[BC]$.
26. Considerăm un triunghi ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ, m(\angle B) = 60^\circ, BC = 8$ m. Aflați lungimea laturii AC .
27. Calculați lungimea înălțimii unui triunghi echilateral cu latura de 12 cm.
28. Calculați perimetrul unui triunghi echilateral, știind că una dintre înălțimile sale are lungimea de $3\sqrt{3}$ dm.
29. Un triunghi isoscel ABC are $AB = AC = 5$ cm și $BC = 6$ cm. Determinați lungimea înălțimii din A .
30. Triunghiul MNP , cu $MN = MP$, are $NP = 16$ m și $MQ = 6$ m (unde $MQ \perp NP, Q \in NP$). Aflați lungimea lui $[MP]$.
31. Determinați lungimea diagonalei unui pătrat cu latura de $2\sqrt{2}$ m.
32. O curte în formă de pătrat are diagonala de $12\sqrt{2}$ m. Aflați lungimea gardului care împrejmuiește curtea.
33. Aflați lungimea diagonalei ecranului unui televizor în formă de dreptunghi cu dimensiunile de 120 cm și 80 cm.
34. Un dreptunghi are diagonala de 39 cm și lungimea de 36 cm. Determinați lățimea dreptunghiului.
35. Diagonalele unui dreptunghi au lungimile de 10 cm și formează un unghi de 60° . Calculați perimetrul dreptunghiului.
36. Un paralelogram $ABCD$ are $AD \perp BD, AB = 5$ cm și $AD = 3$ cm. Aflați lungimea diagonalei AC .
37. Determinați lungimea unei laturi a unui romb cu diagonalele de 6 cm și 8 cm.
38. Un trapez dreptunghic $ABCD$ are $AB \parallel CD, AD \perp DC, AD = 4$ m, $AB = 10$ m și $DC = 7$ m. Aflați lungimea laturii BC .
39. Fie $ABCD$ un trapez cu $AB \parallel CD, m(\angle A) = 90^\circ, AB > CD, AD = 8$ cm, $DC = 2$ cm și $BC = 10$ cm. Determinați lungimea diagonalei BD .
40. Aflați lungimea înălțimii unui trapez isoscel cu bazele de 10 cm și 4 cm și laturile neparalele egale cu 5 cm.
41. Un trapez isoscel $ABCD$ ($AB \parallel CD$) are $AB = 12$ dm și $AD = DC = CB = 6$ dm. Aflați lungimea diagonalei AC .

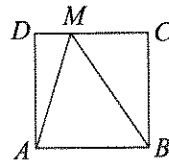
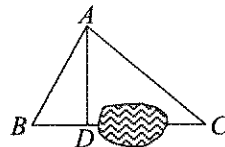
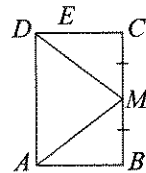
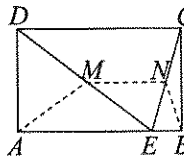
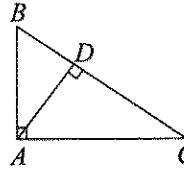
42. Fie $ABCD$ un trapez isoscel cu $AB \parallel CD$, $AD = BC$, $AB = 12$ cm, $DC = 6$ cm și $DE = 4$ cm ($DE \perp AB$, $E \in AB$). Determinați lungimea laturii AD .
43. Aflați măsura unghiului A al triunghiului ABC , știind că $AB = 12$ cm, $AC = 16$ cm și $BC = 20$ cm.
44. Considerăm triunghiul ABC cu $AB = \sqrt{3}$ m, $BC = 2\sqrt{3}$ m și $AC = 3$ m. Aflați măsura unghiului C .
45. Determinați măsura unghiului B al triunghiului ABC , știind că $AB = AC = 7$ cm și $BC = 7\sqrt{2}$ cm.
46. Determinați lungimea înălțimii din A a triunghiului ABC , știind că $m(\angle BAC) = 90^\circ$, $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm și $BC = 10$ cm.
47. Într-un triunghi dreptunghic, lungimile proiecțiilor catetelor pe ipotenuză sunt de 9 cm și 16 cm. Aflați lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei.
48. Într-un triunghi dreptunghic, lungimea ipotenuzei este de 50 cm, iar lungimea proiecției unei catete pe ipotenuză este de 18 cm. Aflați lungimea catetei respective.
49. Fie $ABCD$ un romb cu $AC = 6$ cm, $BD = 8$ cm și $\{O\} = AC \cap BD$. Calculați distanța de la O la AB .
50. Fie $ABCD$ un dreptunghi cu $AB = 20$ cm și $AD = 15$ cm. Notăm cu E și F proiecțiile punctelor D , respectiv B pe diagonala AC . Aflați lungimea segmentului EF .
51. Triunghiul ABC are: $m(\angle A) = 90^\circ$, $BC = 13$ cm și $AC = 5$ cm. Calculați $\sin B$ și $\cos B$.
52. Considerăm un triunghi ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$, $AB = 6$ cm și $\sin C = 0,6$. Determinați lungimea laturii BC .
53. Dreptunghiul $ABCD$ are $AB = 6$ cm și $BC = 4$ cm. Calculați $\operatorname{tg}(\angle ABD)$.
54. Triunghiul dreptunghic ABC ($m(\angle A) = 90^\circ$) are $BC = 3$ cm și $AB = 1$ cm. Calculați $\operatorname{ctg} C$.
55. Fie triunghiul ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$, $\operatorname{tg} B = \frac{12}{5}$ și $BC = 13$ cm. Calculați perimetrul triunghiului ABC .
56. Fie triunghiul ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$, $AB = a$ cm și $AC = a\sqrt{3}$ cm, unde $a > 0$. Aflați măsura unghiului B .
57. Fie un triunghi ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$, mediana $AM = 15$ cm și $\cos B = \frac{4}{5}$. Calculați perimetrul triunghiului.
58. Calculați tangenta unghiului B al triunghiului ABC , știind că $AB = AC = 5$ cm și $BC = 8$ cm.
59. Fie $ABCD$ un dreptunghi cu $BD = 26$ cm și $\sin(\angle DBC) = \frac{5}{13}$. Aflați perimetrul dreptunghiului.
60. Calculați: $\sin 30^\circ \cos 45^\circ - \sin 45^\circ \cos 60^\circ$.

Partea a II-a

1. Fie ABC un triunghi dreptunghic cu $m(\angle A) = 90^\circ$, $AB = 12$ cm, $AC = 9$ cm și punctele $D \in (AB)$, $E \in (AC)$ astfel încât $AD = 3$ cm și $AE = 4$ cm.
- Calculați perimetrul patrulaterului $BCED$.
 - Arătați că $\triangle AED \sim \triangle ABC$.
 - Arătați că $\angle AED = \angle ABC$.
2. Trei localități A , B , C sunt legate prin drumurile (în linie dreaptă) AB , BC , CA . Se știe că $AB = 4$ km, $BC = 3$ km și $AB \perp BC$. Din mijlocul D al drumului AB se construiește o scurtătură până la AC , $DE \perp AC$, $E \in AC$.
- Arătați că $\triangle ADE \sim \triangle ACB$.
 - Aflați distanța dintre D și E .
 - Calculați cu cât este mai scurt drumul de la D la C prin E decât drumul de la D la C prin B .
3. Un trapez isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ are $m(\angle D) = 135^\circ$, $AD = 4\sqrt{2}$ m și $DC = 4$ m.
- Aflați lungimea înălțimii trapezului.
 - Calculați perimetrul trapezului $ABCD$.
 - Dacă $\{O\} = AC \cap BD$, determinați valoarea raportului $\frac{AO}{OC}$.
4. În figura alăturată este schița unei mese de biliard $ABCD$, un dreptunghi cu $AB = 24$ dm și $AD = 16$ dm. Din punctul E , mijlocul segmentului $[AD]$, este lansată o bilă care atinge manta AB în F și apoi ajunge în C . Se știe că $\angle AFE = \angle BFC$.
- Arătați că $\triangle AFE \sim \triangle BFC$.
 - Arătați că $AF = 8$ dm.
 - Arătați că $\angle EFC = 90^\circ$ și calculați lungimea drumului parcurs de bilă din E până în C .
5. Un teren are forma unui dreptunghi $ABCD$, cu $AC = 24$ dam și $m(\angle(AC, BD)) = 60^\circ$, $AB > BC$. În mijlocul F al laturii AB se află o fântână.
- Arătați că $BC = 12$ dam și $AB = 12\sqrt{3}$ dam.
 - Determinați lungimea minimă, care trebuie să aibă un furtun de irigat astfel încât acesta să ajungă de la fântână la orice punct al terenului.
 - Dacă $\{E\} = BD \cap CF$, aflați lungimea segmentului BE .
6. Fie un triunghi ABC cu $AB = AC = 10$ cm, $BC = 12$ cm și $AD \perp BC$, $D \in BC$.
- Aflați lungimea înălțimii AD .



- b) Determinați distanța de la B la AC .
 c) Fie un punct $E \in AD$ și $EF \perp AC$, $F \in AC$. Determinați lungimea segmentului EF , știind că $EF = ED$.
7. Fie un triunghi dreptunghic ABC cu catetele $AB = 15$ m și $AC = 20$ m.
 a) Aflați lungimea ipotenuzei BC .
 b) Calculați cea mai mică distanță de la A la un punct situat pe BC .
 c) Determinați lungimile proiecțiilor catetelor pe ipotenuză (BD și DC).
8. Un teren, în formă de dreptunghi $ABCD$, este împărțit în trei parcele ADE , DEC , CEB ; $E \in (AB)$ și $BE : AE = 1 : 4$. Se știe că $AD = 4$ dam și $AB = 10$ dam.
 a) Calculați perimetrul fiecăreia dintre parcelele ADE și BCE .
 b) Calculați lungimea drumului $A-M-N-B$, știind că M este mijlocul lui $[DE]$ și N este mijlocul lui $[CE]$.
 c) Aflați măsura unghiului DEC .
9. Considerăm un dreptunghi $ABCD$, cu $AB = 4$ cm și $BC = 6$ cm și un punct $E \in (DC)$, $DE = x$ cm. Fie M mijlocul lui BC .
 a) Determinați $m(\angle AED)$, știind că $x = 2\sqrt{3}$.
 b) Aflați, în funcție de x , lungimea segmentului EM .
 c) Determinați x astfel încât $AM \perp ME$.
10. Un topograf vrea să determine distanța dintre doi pomi B și C situați de o parte și de alta a unui iaz. Topograful determină: $AB = 300$ m, $m(\angle CAD) = 60^\circ$, $m(\angle BAC) = 90^\circ$, unde D este proiecția lui A pe BC .
 a) Arătați că $m(\angle ABD) = 60^\circ$.
 b) Calculați lungimea segmentului AD .
 c) Determinați distanța dintre pomii B și C .
11. Un teren dreptunghiular cu diagonala de 100 de metri are raportul dintre lungime și lățime egal cu $4 : 3$. Terenul se împrejmuiește cu trei rânduri de sârmă susținută de stâlpi aflați la distanța de 4 m unul de altul.
 a) Arătați că lungimea terenului este de 80 de metri, iar lățimea este de 60 de metri.
 b) Aflați numărul stâlpilor.
 c) Care este lungimea totală a sârmei folosite?
12. Fie $ABCD$ un pătrat cu latura de 4 cm și M un punct pe (DC) astfel încât $DM = 1$ cm.
 a) Arătați că $13,1 < \mathcal{P}_{ABM} < 13,2$, unde $\mathcal{P}_{ABM}$ este perimetrul triunghiului ABM , exprimat în centimetri.
 b) Calculați aria triunghiului ABM .
 c) Determinați distanța de la A la dreapta MB .



13. Fie un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 8$ cm, $AD = 6$ cm și $m(\angle BAD) = 60^\circ$.

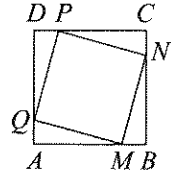
- a) Calculați lungimea înălțimii DE , $E \in AB$ și cea a segmentului AE .
 b) Aflați lungimea diagonalei BD .
 c) Determinați lungimea diagonalei AC .

14. Fie $ABCD$ un romb cu $AB = 6$ cm și $m(\angle BAD) = 60^\circ$.

- a) Aflați lungimea diagonalei BD .
 b) Determinați distanța de la punctul A la dreapta BC .
 c) Arătați că distanța dintre oricare două puncte situate în interiorul rombului este mai mică decât 12 cm.

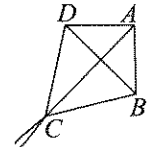
15. Pe laturile unei grădini $ABCD$, în formă de pătrat cu latura de 300 m, se consideră punctele $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CD)$, $Q \in (DA)$, astfel încât $MB = NC = PD = QA = 100$ m.

- a) Calculați lungimile segmentelor MP , MN , NP .
 b) Arătați că $m(\angle MNP) = 90^\circ$.
 c) Aflați cât costă să acoperim cu gazon suprafața $MNPQ$, știind că 1 m^2 de gazon costă 0,8 lei.



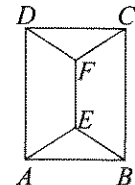
16. Andrei a construit un zmeu din hârtie $ABCD$ cu proprietățile: BCD este triunghi echilateral cu latura de 60 cm, iar BAD este triunghi dreptunghic isoscel cu ipotenuza BD . Andrei a întărit zmeul cu baghetă de lemn lipită pe diagonalele AC și BD .

- a) Aflați măsura unghiului ABC .
 b) Arătați că lungimea lui AB este mai mică decât 45 cm.
 c) Aflați lungimea totală a baghetei pe care o folosește Andrei.



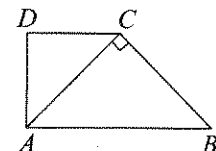
17. În figura alăturată este reprezentată o fereastră cu ramă de lemn în formă de dreptunghi $ABCD$, $BC = 2$ m. Fereastra are niște lamele de susținere: $AE = EB = EF = FD = FC = 1$ m și $EF \parallel BC$.

- a) Arătați că $m(\angle DAE) = 60^\circ$.
 b) Calculați distanța de la E la AB .
 c) Aflați lungimea laturii AB .



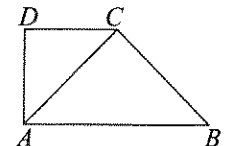
18. Fie $ABCD$ un trapez dreptunghic cu $AB \parallel DC$, $AD \perp AB$, $AC \perp CB$, $AB = 12$ cm, $DC = 6$ cm.

- a) Arătați că $m(\angle ABC) = 45^\circ$.
 b) Determinați perimetrul trapezului $ABCD$.
 c) Dacă $\{O\} = AD \cap BC$, aflați lungimea segmentului OB .



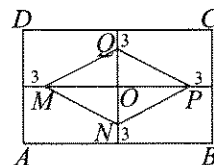
19. Podeaua unei camere are forma unui trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$ și $AB = 6$ m. Se știe că $AD = DC$ și $AC = CB$.

- a) Arătați că $m(\angle ACB) = 90^\circ$.
 b) Calculați lungimea laturii AD .
 c) Determinați aria podelei.



20. Planșeul unei săli de sport are forma unui dreptunghi $ABCD$, cu dimensiunile $AB = 22$ m și $BC = 18$ m. În centrul lui $ABCD$ este desenat un romb $MNPQ$, astfel încât $MP \parallel AB$, $NQ \parallel BC$ și distanțele de la vârfurile lui $MNPQ$ la cele mai apropiate laturi ale sălii sunt, toate, egale cu 3 m.

- a) Determinați cea mai mare distanță posibilă dintre doi copii aflați în sala de sport.
 b) Laturile rombului $MNPQ$ sunt evidențiate cu vopsea albă. Pentru un segment cu lungimea de 1 m se folosește 1 cl de vopsea. Câtă vopsea este necesară?
 c) Calculați distanța de la centrul rombului la MN .



TEMA 10. Arii

Partea I

- Aflați aria unui triunghi ABC în care $AD \perp BC$, $BC = 20$ cm, iar $AD = 12$ cm.
- Dacă aria triunghiului MNP este egală cu 100 cm^2 , $MQ \perp NP$ și $NP = 20$ cm, determinați lungimea MQ .
- În triunghiul ABC , $AD \perp BC$, $BQ \perp AC$, $BC = 15$, $AD = 8$ și $AC = 10$. Aflați BQ .
- Aflați aria triunghiului ABC , cunoscând $AB = 6$, $AC = 8$ și $m(\angle BAC) = 60^\circ$.
- Aflați aria triunghiului TUS , știind că $ST = 13$, $TU = 14$ și $US = 15$.
- Aflați aria triunghiului MNP , cunoscând că $MN = MP = 13$ cm, $MQ \perp NP$ și $MQ = 12$ cm.
- Dacă în triunghiul ABC cunoaștem $AB = AC = 10$ și $\mathcal{A}_{ABC} = 25\sqrt{3}$, determinați BC .
- Aflați aria triunghiului ABC , în care $AB = AC = 10$, iar $BC = 12$.
- Dacă aria triunghiului ABC este egală cu 64 cm^2 și punctul M este mijlocul laturii $[BC]$, determinați $\mathcal{A}_{ABM}$.
- Dacă punctul S este mijlocul laturii $[PR]$ în triunghiul PQR și $PQ = 13$, $PR = 20$, iar $QR = 21$, determinați $\mathcal{A}_{PQS}$.
- Dacă punctul P este mijlocul laturii $[ST]$ în triunghiul RST , iar $\mathcal{A}_{PRS} = 12 \text{ dm}^2$, aflați $\mathcal{A}_{RST}$.
- Știind că $\mathcal{A}_{ABC} = 27 \text{ cm}^2$, iar $M \in [AC]$, cu $MA = 2MC$, determinați $\mathcal{A}_{MAB}$.
- Dacă MN este linie mijlocie în triunghiul ABC , $MN \parallel BC$ și $\mathcal{A}_{ABC} = 100 \text{ m}^2$, determinați $\mathcal{A}_{BCMN}$.
- Știind că $\triangle ABC \sim \triangle RST$, $AB = 12$ cm, $RS = 18$ cm și $\mathcal{A}_{ABC} = 72 \text{ cm}^2$, determinați $\mathcal{A}_{RST}$.
- Cunoscând $\mathcal{A}_{ABC} = 48 \text{ cm}^2$, $AB = 16$ cm și $M \in (AB)$, cu $AM = 4$ cm, aflați $\mathcal{A}_{ABC}$.
- Dacă AP este o mediană în triunghiul ABC , $P \in (BC)$, $\mathcal{A}_{ABC} = 20 \text{ cm}^2$ și $AB = 15$ cm, determinați $d(P, AB)$.
- Aflați aria triunghiului dreptunghic isoscel având o catetă de lungime 6 cm.
- Găsiți aria unui triunghi dreptunghic isoscel având ipotenuza de lungime 8 cm.
- Aflați aria triunghiului PQR în care $PQ = 6$ cm, $QR = 10$ cm și $m(\angle QPR) = 90^\circ$.
- Știind că într-un triunghi dreptunghic înălțimea corespunzătoare ipotenuzei este de lungime 6 cm, iar lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei este egală cu 10 cm, aflați aria triunghiului.

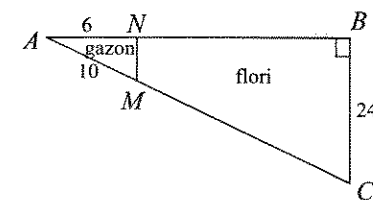
- Găsiți aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime 12 cm.
- Un triunghi echilateral are înălțimea de 3 cm. Găsiți aria triunghiului.
- Aflați lungimea laturii unui triunghi echilateral, dacă aria și perimetrul se exprimă prin același număr.
- Dacă punctul N este mijlocul medianei AM , $M \in (BC)$, în triunghiul echilateral ABC și $\mathcal{A}_{ABN} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$, determinați lungimea laturii triunghiului inițial.
- Găsiți aria pătratului cu latura de lungime $\sqrt{3}$ cm.
- Găsiți aria pătratului având perimetrul egal cu 40 cm.
- Găsiți aria pătratului cu diagonala de lungime 6 cm.
- De câte ori crește aria unui pătrat atunci când dublăm lungimea laturii?
- Dacă punctul P este mijlocul laturii (AB) în pătratul $ABCD$ și $\mathcal{A}_{ABCD} = 144 \text{ cm}^2$, aflați $\mathcal{A}_{APCD}$.
- Câte pătrate cu latura de lungime 1 sunt necesare pentru a construi un pătrat cu latura de lungime 3?
- O suprafață pătratică poate fi descompusă în două suprafețe, fără puncte interioare comune, având ariile egale cu 41 cm^2 , respectiv 23 cm^2 . Găsiți lungimea laturii pătratului inițial.
- Aflați aria dreptunghiului în care $L = 20$ cm și $\ell = 6$ cm.
- Aflați aria dreptunghiului în care $\ell = 6$ dm și $L = \frac{5}{3} \ell$.
- Dacă O este centrul dreptunghiului $ABCD$ și $\mathcal{A}_{AOB} = 12 \text{ cm}^2$, aflați aria dreptunghiului.
- Într-un dreptunghi având perimetrul egal cu 20 cm cunoaștem că $\{L, \ell\}$ sunt direct proporționale cu $\{3, 2\}$. Aflați aria dreptunghiului.
- Fie $ABCD$ un dreptunghi în care $AD = 10$ cm, $\mathcal{A}_{ABCD} = 140 \text{ cm}^2$, iar $M \in (AB)$, cu $AM = 6$ cm. Aflați $\mathcal{A}_{BCM}$.
- Un dreptunghi cu lățimea egală cu 6 cm are aceeași arie cu pătratul având lungimea laturii egală cu 12 cm. Găsiți lungimea dreptunghiului.
- Aflați aria rombului cunoscând $d_1 = 2$ dm și $d_2 = 15\sqrt{3}$ cm.
- Aflați aria rombului $ABCD$ în care $AB = 10$ cm și $AC = 16$ cm.
- Aflați aria rombului având perimetrul de 48 cm și un unghi cu măsura de 30° .
- Fie $ABCD$ un romb de centru O . Dacă $AB = 16$ cm și $d(O, BC) = 4\sqrt{2}$ cm, aflați $\mathcal{A}_{ABCD}$.
- Un romb are perimetrul egal cu 48 cm și aria egală cu $72\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Găsiți lungimea înălțimii.
- Un paralelogram $ABCD$ are $AB = 24$ cm și $d(C, AB) = 10$ cm. Găsiți aria paralelogramului.
- Fie $ABCD$ un paralelogram în care $\mathcal{A}_{ABCD} = 96 \text{ cm}^2$, $AB = 16$ cm și $BC = 12$ cm. Găsiți $d(C, AD) + d(C, AB)$.
- Fie $ABCD$ un paralelogram în care $CD = 12$, $BC = 8$ și $m(\angle BCD) = 120^\circ$. Aflați $\mathcal{A}_{ABCD}$.

46. Fie $ABCD$ un paralelogram de centru O în care $AC = 28$ cm, $BD = 10$ cm și $m(\angle AOD) = 120^\circ$. Aflați $\mathcal{A}_{ABCD}$.
47. Găsiți aria trapezului $ABCD$ în care $AB \parallel CD$, $AB = 6$, $CD = 15$ și $h = 4$.
48. Găsiți lungimea liniei mijlocii a unui trapez, cunoscând că aria trapezului este egală cu 40 cm^2 , iar înălțimea trapezului este de 8 cm.
49. Fie $ABCD$ trapez dreptunghic, în care $AB \parallel CD$, $\angle A \equiv \angle D$, $AB = 20$ cm, $AD = 6$ cm, iar $\mathcal{A}_{ABCD} = 80 \text{ cm}^2$. Găsiți $\mathcal{A}_{BCD}$.
50. Fie $ABCD$ trapez dreptunghic, în care $AB \parallel CD$, $\angle A \equiv \angle D$, $AB = 12$ cm, $CD = 8$ cm, iar $\mathcal{A}_{ABCD} = 40 \text{ cm}^2$. Dacă $M \in [AD]$, $AM = MD$, găsiți $\mathcal{A}_{MBC}$.
51. Fie $ABCD$ trapez isoscel ortodiagonal în care $AB \parallel CD$, $AB = 16$, $CD = 12$. Găsiți $\mathcal{A}_{ABCD}$.

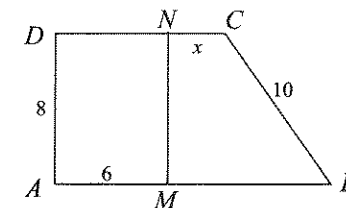
Partea a II-a

- Un cort din pânză are una dintre fețe în formă de triunghi isoscel ABC , $AB = AC = 250$ cm și $BC = 300$ cm.
 - Determinați aria triunghiului.
 - Știind că în etapa de confecționare există pierderi de 10% din material, precizați câți metri pătrați de material sunt necesari pentru a obține fața respectivă.
- Dacă M este un punct situat în interiorul triunghiului echilateral ABC cu latura de 10 cm, demonstrați că $d(M, AB) + d(M, BC) + d(M, AC) = \text{constantă}$.
- O față de masă are formă dreptunghiulară cu lungimea de 120 cm, iar diagonala de 130 cm.
 - Determinați lățimea feței de masă.
 - Aflați aria feței de masă, exprimată în m^2 .
- Într-un turn al unei catedrale, lumina pătrunde printr-o fereastră în formă de romb cu perimetrul de 300 cm. Știind că una dintre diagonalele rombului are lungimea de 42 cm:
 - aflați aria ferestrei;
 - determinați sinusul unghiului rombului opus diagonalei cunoscute.
- O parte a acoperișului unei vile are forma trapezului isoscel $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $AD = BC$. Se știe că $CD = 8$ m, $m(\angle ABC) = 45^\circ$, iar înălțimea trapezului este egală cu 4 m.
 - Demonstrați că $AB = 16$ m.
 - Determinați suprafața trapezului.
 - Știind că un metru pătrat de tablă pentru acoperiș costă $5,4$ euro și există pierderi de 10% la montaj, determinați cât costă tabla necesară obținerii acestei părți a acoperișului.
- Un hol dreptunghiular având lățimea de 240 cm și perimetrul egal cu 1920 cm se acoperă cu plăci pătratice de gresie, cu latura de 40 cm.
 - Determinați lungimea holului.
 - Aflați suprafața holului, exprimată în metri pătrați.
 - Câte plăci sunt necesare pentru acoperirea holului, fără a le rupe?

7. Un colț al grădinii lui Mihai are forma triunghiului dreptunghic ABC , $m(\angle ABC) = 90^\circ$. Mihai își propune să-l amenajeze ca în figura alăturată. Se știe că $MN \parallel BC$, $BC = 24$ m, $AN = 6$ m, $AM = 10$ m.



- Arătați că $AC = 30$ m.
 - Determinați suprafața acoperită cu gazon.
 - De câte ori este mai mare suprafața acoperită cu flori față de suprafața acoperită cu gazon?
8. Pe un teren având formă pătratică și suprafața de $0,04$ ha sunt plantați pomi fructiferi. Pomii sunt plantați pe rânduri paralele cu două laturi opuse ale pătratului inițial, iar primul rând este situat la distanța de 2 m de latură. Între două rânduri vecine este o distanță de 4 m, între doi pomi de pe același rând este o distanță de $2,5$ m și fiecare rând are pomi chiar în capăt.
- Arătați că lungimea laturii pătratului inițial este de 20 m.
 - Câte rânduri se vor planta?
 - Câți pomi fructiferi se află pe terenul respectiv?
9. Unui perete dreptunghiular având dimensiunile de 35 dm, respectiv 24 dm i se aplică două straturi de vopsea. Mai întâi se vopsește cu vopsea albă și, ulterior, se acoperă cu vopsea colorată. Pentru a acoperi un metru pătrat de perete cu vopsea albă se investesc 15 lei, iar pentru a acoperi un metru pătrat de perete cu vopsea colorată se investesc 18 lei.
- Determinați suprafața peretelui, exprimată în m^2 .
 - Ce sumă se va investi pentru aplicarea vopselei albe?
 - Ce sumă se va investi pentru ambele operațiuni de vopsire?
10. Suprafața unei terase având forma unui trapez dreptunghic $ABCD$, $AB \parallel CD$, $\angle A \equiv \angle D$, $BC = 10$ m, $AD = 8$ m, a fost împărțită în două, astfel: dreptunghiul $AMND$ pentru clienții fumători și trapezul $BMNC$ pentru clienții nefumători, ca în figura alăturată. Cunoaștem: $AM = 6$ m, $NC = x$ ($0 < x < 9$).



- Demonstrați că $[MB] \equiv [DC]$.
- Arătați că $\mathcal{A}_{BMNC} = 8(3 + x)$.
- Găsiți x astfel încât fumătorilor și nefumătorilor să le fie alocată aceeași suprafață.

TEMA 11. Cercul

Partea I

- Aflați diametrul unui cerc a cărui rază este de 7 cm.
- Fie A, B, C trei puncte situate pe un cerc. Determinați $m(\angle ABC)$, știind că A și C sunt diametral opuse.

3. Fie $\mathcal{C}_1(O_1)$ și $\mathcal{C}_2(O_2)$ două cercuri cu raze egale care se intersectează în A și B . Ce fel de patrulater este AO_1BO_2 ?
4. Fie O centrul cercului circumscris triunghiului ABC , cu $m(\angle A) = 90^\circ$ și $m(\angle C) = 30^\circ$. Determinați $m(\angle AOB)$ și $m(\angle AOC)$.
5. Fie AB o coardă a cercului $\mathcal{C}(O, r)$. Aflați distanța de la O la AB , știind că $AB = 4\sqrt{3}$ cm și $r = 4$ cm.
6. În cercul $\mathcal{C}(O, r)$, $r = 5$, se consideră punctul M astfel încât $OM = 3$ cm. Determinați lungimea corzii AB al cărei mijloc este punctul M .
7. Vârfurile patrulaterului $ABCD$ se află pe un cerc. Calculați $m(\angle ACB) - m(\angle ADB)$.
8. Fie A, B, C trei puncte ale unui cerc $\mathcal{C}(O)$ astfel încât $m(\angle AOB) = 120^\circ$ și $m(\angle BOC) = 140^\circ$. Determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC .
9. Considerăm o coardă AB a cercului $\mathcal{C}(O, r)$, $r = 6$, astfel încât măsura arcului AB să fie 120° . Aflați lungimea segmentului AB .
10. Fie un cerc $\mathcal{C}(O, r)$, cu $r = 4$ cm și $A, B \in \mathcal{C}(O, r)$, astfel încât $\angle AOB = 4\sqrt{3}$ cm și $m(\angle AOB) < 90^\circ$. Determinați măsurile arcelor cu extremitățile în A și B .
11. Fie M mijlocul unei coarde AB a cercului $\mathcal{C}(O, r)$. Notăm cu N intersecția dintre semidreapta OM și cercul $\mathcal{C}(O, r)$. Dacă $MN = 2OM$ și $AB = 4\sqrt{2}$ cm, determinați lungimea razei r .
12. Fie AB și AC două coarde perpendiculare și congruente ale cercului $\mathcal{C}(O, r)$, $r = 4\sqrt{2}$ cm. Determinați distanța de la O la AB și lungimea coardei AB .
13. În cercul $\mathcal{C}(O, r)$, $r = 8$ cm, considerăm coardele paralele AB și CD , astfel încât $O \in \text{int}(ABCD)$, $AB = 8$ cm, $CD = 4\sqrt{13}$ cm. Aflați distanța dintre AB și CD .
14. Care este unghiul dintre acele orar și minutar ale unui orologiu la ora 12 și 30 de minute?
15. Pe un cerc considerăm patru puncte A, B, C, D (în această ordine), astfel încât $m(\angle ADC) = 100^\circ$ și $m(\angle BCA) = 30^\circ$. Determinați $m(\angle BAC)$.
16. Fie AB și CD două diametre ale cercului $\mathcal{C}(O, r)$, astfel încât $m(\angle BCD) = 50^\circ$. Determinați măsurile unghiurilor $\angle AOD$ și $\angle ACD$.
17. Aflați lungimea unui cerc cu raza de 4 cm.
18. Aflați aria unui disc cu raza de 9 cm.
19. Determinați raza unui cerc, știind că lungimea sa este egală cu 8π cm.
20. Determinați diametrul unui disc a cărui arie este egală cu 64π cm².
21. Aflați aria unui sector al unui cerc, cu raza $r = 12$ cm, știind că are unghiul la centru de 60° .
22. Arcul AB al cercului $\mathcal{C}(O, r)$, $r = 6$ cm, are măsura de 150° . Aflați lungimea sa.
23. Fie un cerc $\mathcal{C}(O, r)$ și AOB un sector al acestui cerc. Dacă aria sectorului AOB reprezintă 20% din aria cercului, aflați $m(\angle AOB)$.
24. Aflați raza cercului circumscris și apotema unui pătrat cu latura de $2\sqrt{2}$ m.
25. Aflați raza cercului circumscris și apotema unui triunghi echilateral cu latura de 6 cm.
26. Determinați aria unui triunghi echilateral a cărui apotemă este egală cu $\sqrt{3}$ cm.

27. Aflați aria și lungimea cercului înscris într-un triunghi echilateral cu latura de $6\sqrt{3}$ cm.
28. Aflați aria și lungimea cercului circumscris unui triunghi echilateral cu latura de 12 cm.
29. Determinați aria unui pătrat, știind că raza cercului său circumscris este de $8\sqrt{2}$ m.
30. Dintr-o placă de tablă în formă de pătrat, cu latura de 4 dm, se decupează discul cu raza maximă. Care este aria acestui disc?

Partea a II-a

1. Considerăm un cerc $\mathcal{C}(O, r)$, $r = 6$ cm și $A, B \in \mathcal{C}(O, r)$, astfel încât $m(\angle AOB) = 90^\circ$. Fie M un punct al arcului mic AB și C, D proiecțiile lui M pe AO , respectiv BO .
 - a) Calculați lungimea arcului (mic) AB .
 - b) Determinați $m(\angle AMB)$.
 - c) Aflați lungimea segmentului CD .
2. Fie $ABCD$ un dreptunghi cu aria de 48 cm². Cercurile $\mathcal{C}_1(O_1, r_1)$ și $\mathcal{C}_2(O_2, r_2)$ sunt tangente exterior, iar $\mathcal{C}_1(O_1, r_1)$ este tangent în D la AD și $\mathcal{C}_2(O_2, r_2)$ este tangent în C la BC și în E la AB (vezi fig. 1).
 - a) Arătați că $r_1 + r_2 = AB : 2$.
 - b) Aflați aria triunghiului O_1O_2E .
 - c) Determinați aria sectorului (mic) de cerc CO_2E , știind că $AB = 3BC$.
3. Pe un cerc cu centrul în O , se consideră punctele A, B, C, D (în această ordine), astfel încât lungimile arcelor AB, BC și CD să fie, respectiv, 2 cm, 5 cm și 6 cm, iar $m(\angle AOB) = 30^\circ$.
 - a) Determinați măsurile unghiurilor $\angle BOC$ și $\angle COD$.
 - b) Aflați lungimea razei cercului.
 - c) Calculați lungimea arcului AD .
4. Fie $\mathcal{C}(O)$ cercul circumscris triunghiului isoscel ABC ($AB = AC = 10$ cm, $BC = 12$ cm). Notăm cu M mijlocul laturii BC și cu D punctul de intersecție dintre $\mathcal{C}(O)$ și semidreapta AM .
 - a) Determinați $m(\angle ACD)$.
 - b) Aflați lungimile segmentelor AM și AD .
 - c) Determinați raza cercului $\mathcal{C}(O)$.
5. O pistă de atletism are forma și dimensiunile din fig. 2 (la capete, pista este mărginită de semicercuri cu centrele în A și B , cu diametrele de 40 m și 32 m, iar porțiunile în linie dreaptă au câte 100 de metri).
 - a) Ce lățime are pista?
 - b) Determinați suprafața pistei.

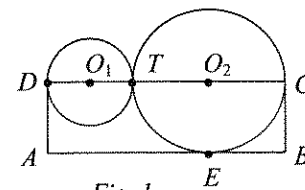


Fig. 1

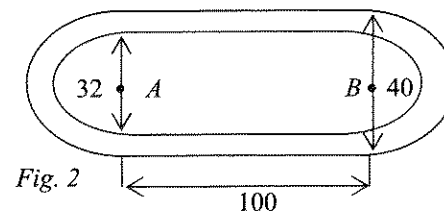


Fig. 2

- c) În câte secunde parcurge un sportiv un tur complet de pistă, dacă aleargă pe drumul cel mai scurt cu 4 m/s (aproximați numărul π cu 3)?
6. Fie A și B două puncte diametral opuse ale cercului $\mathcal{C}(O, r)$. Pe unul dintre semicercurile determinate de A și B considerăm punctele C, D , astfel încât arcele BC, CD și DA să aibă aceeași măsură. Presupunem că $CD = 6$ cm.
- Determinați măsura arcului CD .
 - Aflați lungimea lui r .
 - Arătați că AB și CD sunt drepte paralele.
7. Un grădinar a împărțit terenul său, în formă de pătrat cu latura de 8 m, în patru pătrate egale. În fiecare din aceste patru pătrate a înscris un cerc și apoi a sădit flori în interiorul cercurilor. Pe terenul rămas, grădinarul a însămânțat iarbă (vezi fig. 3).
- Aflați aria suprafeței pe care sunt flori.
 - Determinați aria zonei acoperite cu iarbă.
 - Calculați aria patrulaterului cu vârfurile în centrele celor patru cercuri.
8. Roțile din spate ale unei trăsuri au razele de 50 cm, iar roțile din față au razele egale cu 20 cm.
- Câte rotații fac roțile mari ale trăsuri când aceasta parcurge 10 km?
 - Câți kilometri face trăsura, dacă roțile mici se rotesc de 10 000 de ori?
 - Când trăsura stă pe loc, facem câte un semn pe fiecare roată în punctul de contact al acesteia cu solul. După câte rotații ale roților din spate cele patru semne vor fi prima dată din nou toate lipite de pământ? (Presupunem că trăsura se deplasează în linie dreaptă și $\pi \approx 3,14$.)
9. Punctul C aparține unui semicerc de diametru AB . Se construiesc două semicercuri de diametre AC , respectiv BC , ca în figura 4. Se știe că $AB = 10$ cm și $AC = 6$ cm.
- Calculați lungimea segmentului BC .
 - Aflați aria triunghiului ABC .
 - Determinați aria suprafeței hașurate.
10. Se consideră hexagonul regulat $ABCDEF$ având lungimea diagonalei AC egală cu $10\sqrt{3}$ cm.
- Demonstrați că $AC \perp CD$.
 - Aflați lungimea diagonalei AD .
 - Determinați valoarea raportului dintre ariile triunghiurilor ABC și ACE .

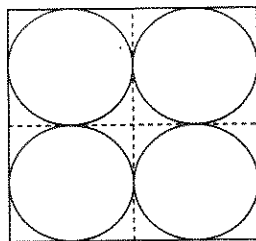


Fig. 3

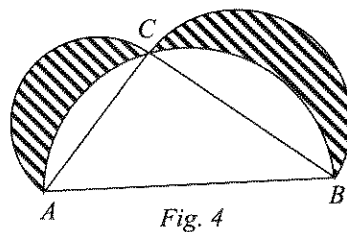


Fig. 4

TEMA 12. Incidentă, paralelism și perpendicularitate în spațiu

Partea I

Cerințele problemelor 1-14 se referă la paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$.

- Desenați și notați un astfel de paralelipiped.
- Identificați patru vârfuri necoplanare ale paralelipipedului.
- Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „Punctul A aparține planului $(B' C' D')$.”
- Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „Dreapta BD este inclusă în planul (ABC) .”
- Câte dintre planele determinate de câte trei dintre vârfurile paralelipipedului conțin dreapta AB ?
- Determinați intersecția dreptei BD cu planul (ABC) .
- Găsiți o muchie și o diagonală ale paralelipipedului care sunt necoplanare.
- Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „Oricare două diagonale ale paralelipipedului sunt concurente.”
- Determinați trei muchii ale paralelipipedului care sunt paralele cu muchia CD .
- Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „Dreapta AB' este paralelă cu planul (CDD') .”
- Determinați intersecția planelor (ABC) și (CDD') .
- Determinați intersecția planelor $(AB'C)$ și (ABD) .
- Determinați intersecția planelor (BCD) , $(A'B'B)$ și $(A'C'C)$.
- Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „Planele (ABC) și $(A'C'D)$ sunt paralele.”

Cerințele problemelor 15-37 se referă la cubul $ABCD A' B' C' D'$, având muchia de 4 cm.

- Desenați și notați un astfel de cub.
- Notând cu v numărul vârfurilor cubului, cu m numărul muchiilor și cu f numărul fețelor, calculați $v - m + f$.
- Câte diagonale au împreună toate fețele cubului?
- Determinați măsura unghiului dintre dreptele AA' și BC .
- Determinați măsura unghiului dintre dreptele AD' și BC .
- Determinați măsura unghiului dintre dreptele AB' și CD' .
- Determinați măsura unghiului dintre dreptele AA' și $B'D'$.
- Determinați tangenta unghiului dintre dreptele AA' și BD' .
- Identificați trei muchii ale cubului care sunt perpendiculare pe fața $(A'B'B)$.
- Identificați două fețe ale cubului pe care cade perpendicular muchia BC .
- Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „Dreapta AC este perpendiculară pe planul (BDD') .”

26. Calculați cea mai mare distanță dintre două vârfuri ale cubului.
27. Calculați distanța de la punctul A' la dreapta AB .
28. Calculați distanța de la punctul A' la dreapta BC .
29. Calculați distanța de la punctul A' la dreapta BD .
30. Calculați distanța de la punctul A la planul (BCC') .
31. Calculați distanța de la punctul A la planul (BDD') .
32. Calculați distanța de la punctul A la planul $(A'CC')$.
33. Calculați distanța dintre planele paralele (ADD') și (BCC') .
34. Determinați măsura unghiului dintre dreapta AD' și planul (ABC) .
35. Determinați sinusul unghiului dintre dreapta AC' și planul (ABC) .
36. Determinați măsura unghiului dintre planele $(A'BC)$ și (ABC) .
37. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „Planul $(A'AC)$ este perpendicular pe planul (ABC) .”

Cerințele problemelor 38-44 se referă la tetraedrul regulat $ABCD$, cu muchia de 6 cm, în care se notează cu M mijlocul muchiei CD .

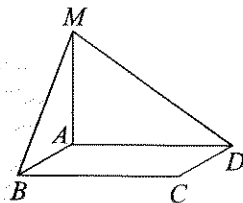
38. Desenați și notați un astfel de tetraedru regulat.
39. Calculați suma lungimilor muchiilor tetraedrului.
40. Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției „Dreapta BM este proiecția dreptei AB pe planul (BCD) .”
41. Calculați lungimea proiecției segmentului AB pe planul (BCD) .
42. Calculați distanța de la punctul A la dreapta CD .
43. Calculați distanța de la punctul A la planul (BCD) .
44. Determinați sinusul unghiului dintre dreapta AB și planul (BCD) .

Cerințele problemelor 45-50 se referă la piramida patrulateră regulată $VABCD$, cu toate muchiile de lungime 4 cm.

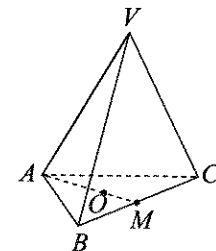
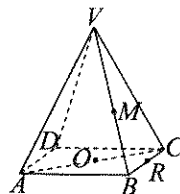
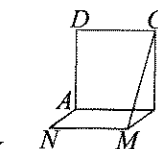
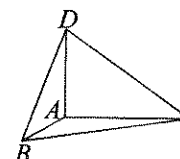
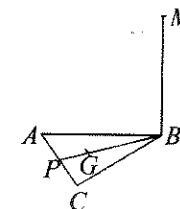
45. Desenați și notați o astfel de piramidă.
46. Determinați măsura unghiului dintre dreptele VA și VC .
47. Determinați măsura unghiului dintre dreptele VA și AC .
48. Calculați distanța de la punctul V la dreapta BC .
49. Calculați distanța de la punctul V la planul (ABC) .
50. Determinați sinusul unghiului dintre planele (VBC) și (ABC) .

Partea a II-a

1. Pe planul dreptunghiului $ABCD$ se ridică perpendiculara AM .
 - a) Demonstrați că $BC \parallel (MAD)$.
 - b) Demonstrați că $AD \perp (MAB)$.
 - c) Determinați $m(\angle(AB, MD))$.



2. Pe planul triunghiului echilateral ABC se ridică perpendiculara MB . Știind că $AC = 12$ cm, iar $MB = 6$ cm:
 - a) determinați distanța de la punctul M la centrul de greutate al triunghiului ABC ;
 - b) determinați distanța de la punctul M la dreapta AC ;
 - c) determinați distanța de la punctul B la planul (MAC) .
3. Pe planul triunghiului dreptunghic isoscel ABC , cu ipotenuza BC , se ridică perpendiculara AD . Știind că $AD = AB = 6$ cm:
 - a) aflați perimetrul triunghiului BCD ;
 - b) demonstrați că $(BAD) \perp (DAC)$;
 - c) determinați măsura unghiului diedru dintre planele (BDC) și (ABC) .
4. Pătratele $ABCD$ și $ABMN$ sunt situate în plane perpendiculare.
 - a) Determinați $m(\angle(MC, AD))$.
 - b) Demonstrați că $(MBC) \parallel (NAD)$.
 - c) Demonstrați că dreptele MD și CN sunt coplanare.
5. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată, având vârful V . Punctul O este centrul bazei, punctul M este mijlocul muchiei VB , iar punctul R este mijlocul laturii BC , $AB = 24$, iar $VO = 12\sqrt{3}$.
 - a) Demonstrați că $MA = MC$.
 - b) Demonstrați că $OM \parallel (VAD)$.
 - c) Demonstrați că $(ROM) \parallel (VCD)$.
 - d) Aflați tangenta unghiului dintre VB și planul (VAC) .
6. Fie O_1 și O_2 centrele fețelor ACC_1A_1 și respectiv BCC_1B_1 ale prisme triunghiulare regulate $ABCA_1B_1C_1$, în care $AC = 12$ cm, iar $AA_1 = 12\sqrt{2}$ cm.
 - a) Demonstrați că $O_1O_2 \parallel (ABC)$.
 - b) Determinați $m(\angle(O_1O_2, BC))$.
 - c) Determinați $m(\angle((A_1BC), (ABC)))$.
7. Se consideră cubul $ABCDMN PQ$.
 - a) Determinați $m(\angle(AN, MD))$.
 - b) Demonstrați că $MP \parallel (NAC)$.
 - c) Demonstrați că $BQ \perp (NAC)$.
 - d) Determinați $m(\angle((MBQ), (MNP)))$.
8. Se consideră triunghiul echilateral ABC și V un punct exterior planului (ABC) , egal depărtat de punctele A , B și C . Cunoaștem: $VA = 12$ cm și $d(V, (ABC)) = 6$ cm.
 - a) Arătați că $AB = 18$ cm.
 - b) Demonstrați că $VB \perp AC$.
 - c) Determinați $d(O, (VBC))$, unde O este centrul triunghiului ABC .
 - d) Determinați $\text{tg}(\angle((VAB), (VAM)))$, unde punctul M este mijlocul laturii BC .



TEMA 13. Poliedre

Partea I

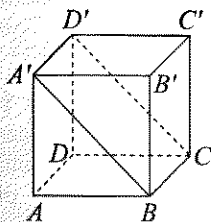
1. Câte diagonale are un paralelipiped dreptunghic?
2. Câte muchii are o prismă triunghiulară regulată dreaptă?
3. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile egale cu 3 cm, 4 cm și respectiv 12 cm. Aflați lungimea diagonalei paralelipipedului.
4. Un cub are latura egală cu 3 cm. Care este lungimea diagonalei cubului?
5. O prismă dreaptă are ca bază un pătrat de latură 4 cm și înălțimea de 6 cm. Aflați suma lungimilor tuturor muchiilor paralelipipedului.
6. Un cub are latura egală cu 1 cm. Aflați aria totală a cubului.
7. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub. Determinați măsura unghiului dintre AB' și AD' .
8. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub. Determinați măsura unghiului dintre dreptele AD' și $B'C$.
9. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic. Arătați că $AD \parallel B'C'$.
10. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub. Determinați măsura unghiului dintre dreptele AA' și $B'C'$.
11. Diagonala unui cub este egală cu $\sqrt{3}$ cm. Aflați volumul cubului.
12. Fie $ABCD A'B'C'D'$ o prismă patrulateră regulată dreaptă. Știind că $AB = \sqrt{2}$ cm și $AA' = 2$ cm, aflați măsura unghiului $\angle D'BD$.
13. Suma tuturor muchiilor unui cub este de 72 cm. Aflați aria laterală a cubului.
14. În cubul $ABCD A'B'C'D'$ aria patrulaterului $ACC'A'$ este egală cu $9\sqrt{2}$ cm². Aflați volumul cubului.
15. Un vas are formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile bazei de 40 cm și 50 cm, iar înălțimea de 10 cm. Punem apă în vas. Dacă vasul este pe jumătate gol, câți litri de apă sunt în vas?
16. O prismă patrulateră regulată dreaptă are înălțimea de 20 cm și aria laterală egală cu 400 cm². Aflați latura bazei prisme.
17. O prismă dreaptă are baza un triunghi echilateral de latură 12 cm și înălțimea de 10 cm. Aflați volumul prisme.
18. O prismă dreaptă are ca bază un dreptunghi cu laturile de 12 cm și 24 cm, iar înălțimea egală cu 6 cm. Aflați latura cubului care are volumul egal cu volumul prisme.
19. O prismă triunghiulară regulată dreaptă are toate muchiile egale cu 4 cm. Aflați aria totală a prisme.
20. Volumul unui cub și aria totală a cubului se exprimă prin același număr. Aflați lungimea laturii cubului.
21. Un tetraedru regulat are latura egală cu 2 cm. Aflați aria laterală a tetraedrului.
22. Un tetraedru regulat are latura de 3 cm. Aflați lungimea înălțimii tetraedrului.
23. O piramidă triunghiulară regulată are volumul egal cu $3\sqrt{3}$ cm³ și înălțimea de 1 cm. Aflați latura bazei.

24. Într-o piramidă patrulateră regulată latura bazei este de 4 cm, iar înălțimea de 1 cm. Aflați lungimea muchiei laterale.
25. Într-o piramidă patrulateră regulată latura bazei are 6 cm, iar înălțimea piramidei are 4 cm. Aflați lungimea apotemei piramidei.
26. Într-o piramidă triunghiulară regulată aria totală este egală cu $18\sqrt{3}$ cm², iar aria laterală este egală cu $14\sqrt{3}$ cm². Aflați latura bazei.
27. Într-un tetraedru regulat determinați cosinusul unghiului format de o față laterală cu planul bazei.
28. Într-o piramidă patrulateră regulată aria laterală este dublul ariei bazei. Determinați mărimea unghiului dintre o față laterală și planul bazei.
29. Într-o piramidă patrulateră regulată diagonala bazei are $6\sqrt{2}$ cm, iar apotema piramidei $3\sqrt{2}$ cm. Calculați volumul piramidei.
30. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub de latură 6 cm și O' centrul feței $A'B'C'D'$. Calculați volumul piramidei $O'ABCD$.
31. Într-o piramidă triunghiulară regulată latura bazei este de 6 cm, iar înălțimea de 2 cm. Calculați distanța de la centrul bazei la o muchie laterală.
32. Într-o piramidă patrulateră regulată latura bazei are 8 cm, iar înălțimea 3 cm. Calculați distanța de la centrul bazei la o față laterală.
33. Într-o piramidă patrulateră regulată latura bazei are 4 cm, iar unghiul dintre o față laterală și bază are 60° . Aflați raportul dintre aria totală și aria laterală ale piramidei.
34. Într-o piramidă triunghiulară regulată latura bazei are $10\sqrt{3}$ cm, iar înălțimea 12 cm. Determinați lungimea apotemei piramidei.
35. Fie $VABC$ o piramidă triunghiulară regulată în care $AB = 4\sqrt{3}$ cm, iar înălțimea este de 3 cm. Știind că M este mijlocul laturii (BC) , calculați aria triunghiului VAM .
36. Fie $VABC$ o piramidă triunghiulară regulată în care $AB = 6$ cm, iar înălțimea $VO = 9$ cm. Printr-un punct O' de pe (VO) ducem un plan paralel cu baza, care intersectează muchiile (VA) , (VB) , respectiv (VC) în A' , B' , C' . Știind că $OO' = 3$ cm, calculați perimetrul triunghiului $A'B'C'$.
37. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată. Arătați că $VB \perp AC$.
38. Într-o piramidă triunghiulară regulată, cu latura bazei egală cu 6 cm, se face o secțiune paralelă cu baza la $\frac{1}{3}$ din înălțime față de vârf. Calculați aria secțiunii.
39. Un trunchi de piramidă patrulateră regulată are latura bazei mari egală cu 5 cm, latura bazei mici egală cu 3 cm, iar înălțimea egală cu 6 cm. Calculați volumul trunchiului.
40. Un trunchi de piramidă triunghiulară regulată are latura bazei mari egală cu 12 cm, latura bazei mici 3 cm, iar înălțimea 6 cm. Determinați lungimea înălțimii piramidei din care provine trunchiul.
41. Un trunchi de piramidă patrulateră regulată are latura bazei mari egală cu 12 cm, latura bazei mici egală cu 4 cm, iar înălțimea egală cu 3 cm. Calculați aria laterală a trunchiului.

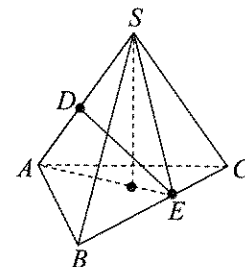
42. Un trunchi de piramidă triunghiulară regulată are latura bazei mari de $5\sqrt{3}$ cm, latura bazei mici de $2\sqrt{3}$ cm, iar înălțimea de 4 cm. Calculați lungimea muchiei laterale a trunchiului.
43. Un trunchi de piramidă patrulateră regulată are latura bazei mari de 24 cm, latura bazei mici de 8 cm și apotema de 10 cm. Calculați lungimea înălțimii trunchiului.
44. Un trunchi de piramidă triunghiulară regulată are latura bazei mari egală cu 14 cm, latura bazei mici egală cu 8 cm, iar muchia laterală egală cu 5 cm. Calculați aria laterală a trunchiului.
45. Un trunchi de piramidă triunghiulară regulată are latura bazei mari egală cu 9 cm, latura bazei mici egală cu 3 cm și înălțimea egală cu $\sqrt{3}$ cm. Calculați aria laterală a trunchiului.
46. Un vas în formă de trunchi de piramidă patrulateră regulată are latura bazei mari de 60 cm, latura bazei mici de 40 cm și înălțimea de 30 cm. Încap 80 ℓ de apă în vas?

Partea a II-a

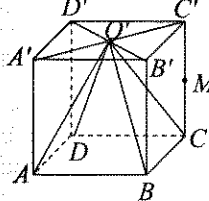
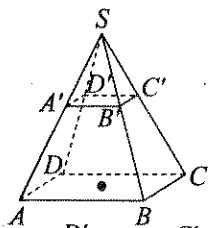
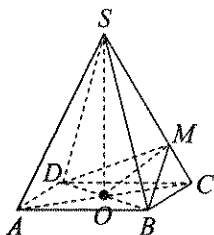
1. O prismă patrulateră regulată dreaptă are volumul egal cu 180 cm^3 , iar înălțimea egală cu 5 cm.
- Arătați că lungimea laturii bazei este egală cu 6 cm.
 - Calculați aria laterală a prisme.
 - Știind că d este lungimea diagonalei prisme, arătați că $9,8 < d < 9,9$.
2. Într-un paralelipiped dreptunghic, ariile a trei fețe care au un vârf comun sunt egale cu 12 cm^2 , 36 cm^2 , respectiv 48 cm^2 .
- Arătați că volumul paralelipipedului este egal cu 144 cm^3 .
 - Calculați aria totală a paralelipipedului.
 - Calculați lungimea diagonalei paralelipipedului.
3. Fie $ABCD A' B' C' D'$ un cub de latură 2 cm și O centrul bazei $ABCD$.
- Calculați volumul cubului.
 - Calculați perimetrul triunghiului $A'OC'$.
 - Calculați sinusul unghiului dintre planele $(A'BD)$ și $(C'BD)$.
4. Fie $ABCD A' B' C' D'$ un cub de latură $2\sqrt{2}$ cm.
- Calculați măsura unghiului dintre planele $(A'BC)$ și (ABC) .
 - Arătați că $(A'BC) \perp (ABA')$.
 - Calculați distanța de la punctul A la planul $(A'BC)$.
5. Un cub din lemn are muchia de 3 dm și este vopsit în roșu. Taiem cubul astfel încât să obținem cuburi cu muchia de 1 dm.
- Câte cuburi cu muchia de 1 dm sunt?
 - Câte dintre aceste cuburi au exact două fețe colorate în roșu?
 - Există cuburi cu muchia de 1 dm care nu au nicio față roșie?



6. Pentru construcția unui zid lung de 25 m, înalt de 18 dm și lat de 20 dm s-au folosit 2880 de cărămizi.
- Aflați volumul zidului.
 - Câte cărămizi s-au folosit pentru 1 m^3 de zid?
 - Dacă vopsim zidul, iar pentru 1 m^2 de zid folosim 50 g de vopsea, câte kilograme de vopsea sunt necesare?
7. Un rezervor în formă de prismă dreaptă are baza un dreptunghi cu laturile de 4 m și 5 m, iar înălțimea de 3 m.
- Câți litri de apă încap în rezervor?
 - Dacă în rezervor sunt 24000 ℓ de apă, la ce înălțime urcă apa?
 - Dacă rezervorul este plin și evacuăm apa cu ajutorul unui robinet care are debitul de 240 de litri pe minut, în cât timp golim rezervorul?
8. Din cubulețe de volum 8 dm^3 formăm un cub de arie totală 216 dm^2 .
- Determinați latura cubulețului.
 - Câte cuburi mici folosim pentru a forma cubul mare?
 - Din fiecare vârf al cubului mare eliminăm un cubuleț. Aflați volumul și aria corpului rămas.
9. Un rezervor în formă de paralelipiped dreptunghic are dimensiunile de 3 m, 5 m, 9 m și este plin cu apă. Se scoate apa din rezervor cu ajutorul unui robinet care are debitul de 50 ℓ/min și este deschis zilnic 3 ore.
- Câți litri de apă sunt în rezervor?
 - Câți litri de apă se scot zilnic?
 - În câte zile se golește rezervorul?
10. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată în care $AB = 2$ cm, iar $VA = 2\sqrt{2}$ cm. Calculați:
- volumul piramidei;
 - distanța de la centrul bazei la planul (VBC) ;
 - măsura unghiului format de o muchie laterală cu planul bazei.
11. O piramidă triunghiulară regulată are aria laterală egală cu 18 cm^2 , iar aria totală egală cu $9(2 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$.
- Arătați că latura bazei este egală cu 6 cm.
 - Calculați volumul piramidei.
 - Determinați cosinusul unghiului format de o muchie laterală cu planul bazei.
12. Fie $SABC$ o piramidă triunghiulară regulată cu fețele laterale triunghiuri dreptunghice în S și $AB = 4$ cm.
- Calculați aria totală a piramidei.
 - Arătați că $AS \perp (SBC)$.
 - Calculați lungimea segmentului DE și cosinusul unghiului $\angle SDE$, unde D este mijlocul lui (SA) , iar E este mijlocul lui (BC) .
13. Fie $ABCD$ un tetraedru regulat de muchie a .
- Calculați volumul și aria totală a tetraedrului.



- b) Arătați că $DM \perp (MBC)$, unde M este mijlocul înălțimii (AO), iar O este centrul bazei BCD .
- c) Calculați sinusul unghiului dintre AB și planul (BCD) și cosinusul unghiului dintre planele (ABC) și (BCD) .
14. Fie $SABCD$ o piramidă patrulateră regulată în care $AB = 6\sqrt{2}$ cm, $SA = 3\sqrt{6}$ cm, O centrul bazei și M proiecția lui O pe SC .
- a) Calculați lungimea segmentului (OM).
- b) Arătați că $SC \perp (MBD)$.
- c) Calculați unghiul dintre planele (SBC) și (SCD) .
15. Fie $SABCD$ o piramidă patrulateră regulată, $AB = 2a$ și $SA = a\sqrt{3}$. Un plan paralel cu baza piramidei, dus la $\frac{2}{3}$ din înălțime față de bază, intersectează muchiile laterale în A', B', C' , respectiv D' .
- a) Calculați lungimea înălțimii piramidei.
- b) Calculați perimetrul pătratului $A'B'C'D'$.
- c) Calculați volumul trunchiului $ABCD A'B'C'D'$.
16. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub de latură a , iar O' centrul bazei $A'B'C'D'$.
- a) Calculați aria laterală a piramidei de vârf O' și bază $ABCD$.
- b) Cât la sută reprezintă volumul piramidei $O'ABCD$ din volumul cubului?
- c) Arătați că $AO' \perp O'M$, unde M este mijlocul muchiei CC' .
17. Considerăm un tetraedru regulat de latură 12 cm. Din fiecare vârf al tetraedrului tăiem câte un tetraedru mic de latură 3 cm, obținând astfel un corp (C).
- a) Calculați volumul corpului (C).
- b) Calculați aria corpului (C).
- c) Știind că v, f, m reprezintă numărul vârfurilor, numărul fețelor, respectiv numărul muchiilor corpului (C), arătați că $v + f = m + 2$.
18. Dintr-o piesă uzată în formă de piramidă patrulateră regulată $VABCD$ se taie un cub $EFGHE'F'G'H'$, punctele E', F', G', H' fiind situate pe muchiile VA, VB, VC , respectiv VD , iar punctele E, F, G, H în planul $(ABCD)$. Latura bazei piramidei este de 12 cm, iar înălțimea de 6 cm.
- a) Arătați că latura cubului este egală cu 4 cm.
- b) Calculați aria laterală a piramidei.
- c) Arătați că folosim mai puțin de un sfert din materialul din care este făcută piramida pentru a tăia cubul.
19. Volumul unui trunchi de piramidă patrulateră regulată este 124 cm^3 , latura bazei mari este 10 cm, iar latura bazei mici este 2 cm.
- a) Arătați că înălțimea trunchiului are 3 cm.
- b) Calculați aria laterală a trunchiului.
- c) Determinați înălțimea piramidei din care provine trunchiul.



20. Într-un trunchi de piramidă patrulateră regulată, latura bazei mari este 30 cm, iar latura bazei mici 12 cm. Știind că aria totală a piramidei din care provine trunchiul este egală cu 2400 cm^2 , se cere:
- a) arătați că apotema piramidei din care provine trunchiul este egală cu 25 cm;
- b) calculați lungimea înălțimii piramidei;
- c) calculați volumul trunchiului.
21. Un trunchi de piramidă triunghiulară regulată are aria laterală egală cu 270 cm^2 , latura bazei mari de 24 cm, iar latura bazei mici egală cu 6 cm.
- a) Arătați că apotema trunchiului are 6 cm.
- b) Calculați volumul trunchiului.
- c) Determinați înălțimea piramidei din care provine trunchiul.
22. Volumul unui trunchi de piramidă patrulateră regulată este 992 cm^3 , lungimea laturii bazei mari este 20 cm, iar înălțimea are 6 cm.
- a) Dacă ℓ este lungimea laturii bazei mici, arătați că $\ell^2 + 20\ell - 96 = 0$.
- b) Calculați aria laterală a trunchiului.
- c) Calculați aria secțiunii diagonale a trunchiului.
23. O piesă are formă de trunchi de piramidă patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$, din care am scos piramida $OA'B'C'D'$, O centrul bazei $ABCD$. Se dă $AB = 16$ cm, $A'B' = 8$ cm și înălțimea trunchiului de 3 cm.
- a) Aflați volumul piesei.
- b) Calculați greutatea piesei, știind că densitatea materialului din care este făcută piesa este $\rho = 1,25 \text{ g/cm}^3$.
- c) Ce cantitate de vopsea este necesară pentru vopsirea piesei, dacă pe 1 cm^2 de suprafață folosim 0,25 g vopsea?

TEMA 14. Corpuri rotunde

Partea I

- Un cilindru drept are generatoarea egală cu 8 cm și raza bazei egală cu 5 cm. Aflați volumul cilindrului.
- Un cilindru circular drept are înălțimea egală cu 4 cm și diametrul cercului de bază egal cu 5 cm. Aflați aria laterală a cilindrului.
- Aflați volumul unui cilindru circular drept știind că acesta are aria laterală egală cu $30\pi \text{ cm}^2$ și aria totală egală cu $48\pi \text{ cm}^2$.
- Secțiunea axială a unui cilindru circular drept este un pătrat cu latura egală cu 4 cm. Aflați volumul cilindrului.
- Un vas are formă de cilindru circular drept. Lungimea razei bazei cilindrului este egală cu 20 cm iar înălțimea este egală cu 30 cm. Putem pune în vas 38 litri de apă?
- Prin desfășurarea suprafeței laterale a unui cilindru se obține un pătrat cu latura egală cu 20 cm. Aflați volumul cilindrului.

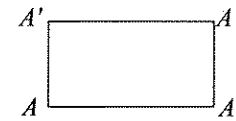
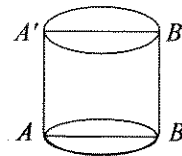
7. Într-un con circular drept raza bazei conului are 6 cm iar generatoarea are 10 cm. Aflați volumul conului.
8. Secțiunea axială a unui con circular drept este triunghiul VAB în care $BA = VB = 15$ cm și $AB = 24$ cm. Aflați volumul conului.
9. Un con circular drept are aria laterală egală cu 20π cm² și aria totală egală cu 36π cm². Calculați volumul conului.
10. Un con circular drept are raza bazei egală cu jumătate din generatoare și aria totală egală cu 9π cm². Aflați volumul conului.
11. Într-un con circular drept raza bazei conului este egală cu înălțimea conului. Aflați raportul dintre aria totală și aria laterală a conului.
12. Într-un con circular drept lungimea cercului bazei este 8π cm iar aria laterală egală cu 20π cm². Aflați lungimea înălțimii conului.
13. Într-un con circular drept raza bazei conului este egală cu 9 cm iar înălțimea conului este egală cu 12 cm. La ce distanță de bază este dus un plan paralel cu baza conului știind că aria secțiunii obținute este 36π cm²?
14. Într-un trunchi de con raza bazei mari este egală cu 6 cm, raza bazei mici este egală cu 4 cm iar înălțimea este egală cu 8 cm. Aflați lungimea înălțimii conului din care provine trunchiul.
15. Într-un trunchi de con raza bazei mici este egală cu 2 cm, raza bazei mari este egală cu 8 cm iar generatoarea este egală cu 10 cm. Aflați volumul trunchiului.
16. Într-un trunchi de con raza bazei mici este egală cu 3 cm, raza bazei mari este egală cu 11 cm iar înălțimea trunchiului are 6 cm. Aflați aria laterală a trunchiului.
17. Raza bazei unui con este de 8 cm iar înălțimea de 12 cm. Considerăm secțiunea paralelă cu baza conului dusă la 3 cm de vârf. Aflați volumul trunchiului de con format.
18. Aria unei sfere este egală cu 100π cm². Aflați lungimea razei sferei.
19. Aflați volumul unei sfere care are raza egală cu 6 cm.
20. O sferă are raza egală cu 13 cm. Un plan intersectează sfera după un cerc de rază 12 cm. Aflați distanța de la centrul sferei la planul de secțiune.

Partea a II-a

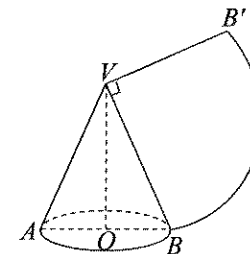
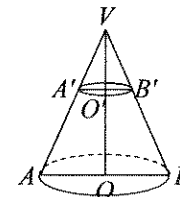
1. Un vas are formă de cilindru circular drept cu raza bazei egală cu 12 cm și înălțimea de 30 cm. (Vasul nu are capac și se va neglija grosimea materialului din care este făcut vasul).
 - a) Aflați volumul vasului.
 - b) Punem în vas apă astfel încât înălțimea apei să fie egală cu 24 cm. Cât la sută din volumul vasului va rămâne gol?
 - c) Putem pune în vas o tijă metalică lungă de 40 cm?
2. Secțiunea axială a unui cilindru circular drept este un pătrat de arie 144 cm².
 - a) Arătați că raza bazei cilindrului este egală cu 6 cm, iar generatoarea conului este egală cu 12 cm.
 - b) Calculați volumul cilindrului.
 - c) Arătați că lungimea diagonalei dreptunghiului obținut prin desfășurarea cilindrului este mai mare de 36 cm.



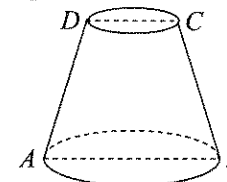
3. Lungimea razei, a înălțimii și a generatoarei unui con circular drept sunt trei numere naturale consecutive (dimensiunile sunt măsurate în centimetri).
 - a) Arătați că raza bazei conului are 3 cm.



- b) Calculați aria laterală a conului.
- c) Calculați sinusul unghiului dintre două generatoare VA și VB , știind că AB este un diametru al cercului bazei conului.
4. Într-un con circular drept, înălțimea are 8 cm, iar cosinusul unghiului format de înălțime și o generatoare este egal cu 0,8.
 - a) Arătați că raza bazei conului este egală cu 6 cm.
 - b) Calculați volumul conului.
 - c) La ce distanță de baza conului este dus un plan paralel cu baza, dacă aria secțiunii obținute este egală cu $2,25\pi$ cm²?
5. Un con circular drept are aria laterală egală cu 540π cm² și raza egală cu 18 cm. La distanța de 16 cm față de vârf este dus un plan paralel cu baza.
 - a) Arătați că înălțimea conului este egală cu 24 cm.
 - b) Determinați raza cercului de secțiune.
 - c) Calculați raportul volumelor conurilor formate ($VA'B'$ și VAB).
6. Considerăm un con circular drept cu generatoarea de 4 cm. Prin desfășurarea conului se obține un sector de cerc de unghi egal cu 90°.
 - a) Arătați că raza bazei conului este egală cu 1 cm.
 - b) Calculați volumul conului.
 - c) Arătați că aria laterală a conului este mai mare decât 12 cm², dar mai mică decât 13 cm².
7. Un trunchi de con circular drept are raza bazei mici egală cu 4 cm, raza bazei mari egală cu 12 cm și înălțimea egală cu 6 cm.
 - a) Arătați că generatoarea trunchiului este egală cu 10 cm.
 - b) Calculați volumul trunchiului.
 - c) Determinați lungimea generatoarei conului din care provine trunchiul de con.



8. Un trunchi de con circular drept are ca secțiune axială trapezul $ABCD$ în care $AB = 2BC = 2CD = 2AD = 20$ cm.
 - a) Determinați măsura unghiului dintre generatoarea trunchiului și raza bazei mari.
 - b) Calculați volumul trunchiului de con.
 - c) Arătați că aria laterală a trunchiului de con este mai mică decât 471 cm².



9. Un vas are interiorul în formă de cilindru circular drept cu diametrul bazei egal cu 40 cm iar înălțimea de 50 cm. În vas este pusă apă până la înălțimea de 30 cm.

a) Aflați volumul vasului.

b) Câți litri de apă sunt în vas? (Se va considera pentru π valoarea 3,14.)

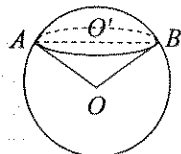
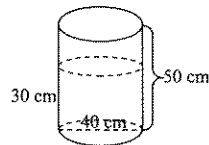
c) Punem în vas trei bile sferice (sferele sunt acoperite de apă) cu raza de 10 cm. Cu câți centimetri urcă nivelul apei din vas?

10. Considerăm o sferă cu raza de 15 cm. Secționăm sfera cu un plan care determină o secțiune de arie $81\pi \text{ cm}^2$.

a) Calculați raza cercului de secțiune.

b) Determinați distanța de la centrul sferei la planul de secțiune.

c) Cât la sută din volumul sferei reprezintă volumul conului cu vârful în centrul sferei și baza cercul de secțiune?



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A (2010-2015)

TESTUL 1

Evaluare Națională, Sesiunea Iunie 2015

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $10 \cdot 2 - 20$ este egal cu ...

5p 2. Dacă $\frac{a}{4} = \frac{3}{2}$, atunci a este egal cu ...

5p 3. Cel mai mare număr natural care aparține intervalului $[1, 5]$ este egal cu ...

5p 4. Pătratul $ABCD$ are latura de 6 cm. Perimetrul pătratului $ABCD$ este egal cu ... cm.

5p 5. În figura 1 este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Măsura unghiului determinat de dreptele AB și BF este egală cu ... °.

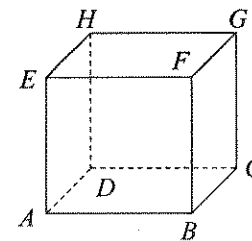
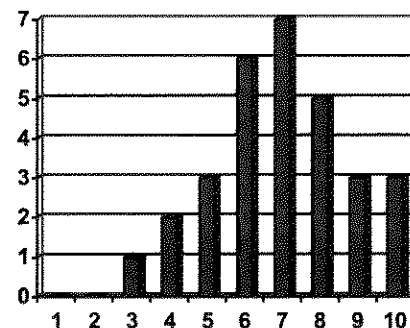


Figura 1

5p 6. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția elevilor unei clase a VIII-a, în funcție de notele obținute la teza de matematică pe semestrul al II-lea.



■ Număr elevi

Numărul elevilor care au obținut nota 10 este egal cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$.

5p 2. Calculați media aritmetică a numerelor naturale de două cifre, multipli ai lui 40.

5p 3. Mihai a cheltuit o sumă de bani în două zile. În prima zi Mihai a cheltuit 30% din sumă, iar în a doua zi restul de 35 de lei. Calculați suma de bani cheltuită de Mihai în prima zi.

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 2$.

5p a) Calculați $f(-2)$.

5p b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x^2 - 49}{x^2 - 7x} - \frac{2x + 7}{x^2 + x} : \frac{1}{x + 1}$, unde x este număr real, $x \neq -1$, $x \neq 0$ și $x \neq 7$. Arătați că $E(x) = -1$, pentru orice x număr real, $x \neq -1$, $x \neq 0$ și $x \neq 7$.

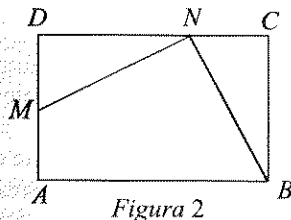
Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 2 este schița unui teren în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 150$ m și $AD = 100$ m. Punctul M este mijlocul laturii AD , iar punctul N este situat pe latura DC astfel încât $DN = 2NC$.

5p a) Arătați că aria terenului $ABCD$ este egală cu 1,5 ha.

5p b) Demonstrați că triunghiul MNB este isoscel.

5p c) Calculați măsura unghiului format de dreptele MN și NB .

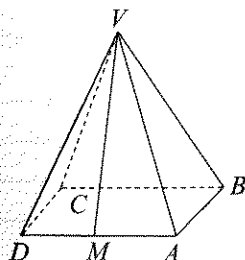


2. În figura 3 este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu $VA = 3\sqrt{5}$ dm și $AB = 6$ dm. Punctul M este mijlocul laturii AD .

5p a) Arătați că $VM = 6$ dm.

5p b) Calculați câte grame de vopsea sunt necesare pentru vopsirea suprafeței laterale a piramidei, știind că pentru vopsirea unei suprafețe de un decimetru pătrat se folosesc 30 grame de vopsea.

5p c) Demonstrați că sinusul unghiului dintre planele (VAD) și (VBC) este egal cu $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



TESTUL 2

Evaluare Națională, Sesiunea Iunie 2015 (subiect de rezervă)

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $10 : 5 - 2$ este egal cu

5p 2. Dacă $\frac{x}{9} = \frac{5}{3}$, atunci x este egal cu

5p 3. Cel mai mic număr natural de două cifre este egal cu

5p 4. Trapezul $ABCD$ are bazele $AB = 6$ cm și $CD = 4$ cm. Linia mijlocie a trapezului $ABCD$ are lungimea de ... cm.

5p 5. În figura 1 este reprezentat un con circular drept cu raza bazei $AO = 3$ cm și generatoarea $VA = 5$ cm. Înălțimea VO a acestui con este egală cu ... cm.

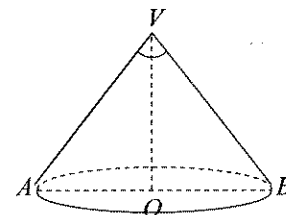


Figura 1

5p 6. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile măsurate la o stație meteorologică, la aceeași oră, în fiecare zi a unei săptămâni din luna aprilie.

Ziua	Luni	Marti	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura (°C)	11	18	15	15	13	19	17

Cea mai mare temperatură măsurată în acea săptămână a fost egală cu ... °C.

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$.

5p 2. Calculați media geometrică a numerelor $x = 8 - 2 \cdot 3$ și $y = 2^3$.

5p 3. Într-o clasă cu 30 de elevi, numărul băieților reprezintă 40% din numărul elevilor clasei. Determinați numărul fetelor din această clasă.

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 3$.

5p a) Calculați $f(3)$.

5p b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .

5p 5. Se consideră $E(n) = (3n + 7)^2 - 2(3n + 7) + 1$, unde n este număr natural. Arătați că $E(n)$ este pătrat perfect divizibil cu 9, pentru orice număr natural n .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 2 este schița unui aranjament floral dintr-un parc. Vârfurile dreptunghiului $ABCD$ sunt situate pe cercul de centru O și rază $OA = 5$ m, iar $AB = 8$ m. Pe suprafața hașurată sunt plantate flori, iar suprafața nehașurată din interiorul cercului este acoperită cu gazon.

5p a) Arătați că lungimea cercului de centru O și rază OA este egală cu 10π m.

5p b) Calculați perimetrul dreptunghiului $ABCD$.

5p c) Arătați că suprafața acoperită cu gazon are aria mai mică decât $30,75 \text{ m}^2$. Se consideră cunoscut faptul că $3,14 < \pi < 3,15$.

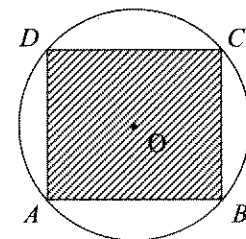


Figura 2

2. În figura 3 este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată $VABC$ cu înălțimea VO , $BC = 12$ cm și $VM = 6$ cm, unde punctul M este mijlocul segmentului BC .

- 5p a) Arătați că aria triunghiului VBC este egală cu 36 cm^2 .
5p b) Calculați volumul piramidei $VABC$.
5p c) Demonstrați că dreptele VA și VM sunt perpendiculare.

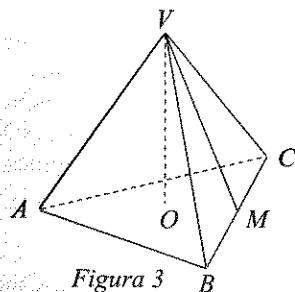


Figura 3

TESTUL 3

Evaluare Națională, Sesiunea specială pentru olimpici 2015

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $20 : 2 - 10$ este egal cu ...

5p 2. Dacă $\frac{a}{6} = \frac{25}{3}$, atunci a este egal cu ...

5p 3. Cel mai mic număr natural din intervalul $[2, 6]$ este egal cu ...

5p 4. Perimetrul unui triunghi echilateral este egal cu 18 cm. Lungimea unei laturi a acestui triunghi este egală cu ... cm.

5p 5. În figura 1 este reprezentat un con circular drept cu raza bazei $AO = 3$ cm și înălțimea $VO = 4$ cm. Generatoarea VA a acestui con este egală cu ... cm.

5p 6. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile măsurate la o stație meteorologică, la aceeași oră, în fiecare zi a unei săptămâni din luna mai.

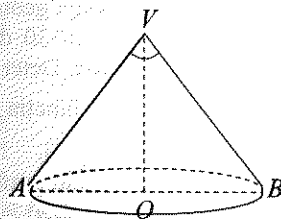


Figura 1

Ziua	Luni	Martți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura (°C)	13	15	14	13	12	19	16

Cea mai mică temperatură măsurată în acea săptămână a fost de ... °C.

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub $ABCD A'B'C'D'$.

5p 2. Calculați media aritmetică a numerelor naturale care sunt divizori ai lui 7.

5p 3. Numerele x și y sunt direct proporționale cu numerele 3 și 4. Determinați cele două numere, știind că y este cu 14 mai mare decât x .

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 5$.

5p a) Calculați $f(5)$.

5p b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) : \frac{(x+3)(x-1)}{x^2 - 2x + 1}$, unde x este

număr real, $x \neq -3$, $x \neq -1$ și $x \neq 1$. Arătați că $E(x) = \frac{1}{x+1}$, pentru orice x

număr real, $x \neq -3$, $x \neq -1$ și $x \neq 1$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 2 este schița unui steag format din două trapeze dreptunghice $ABCD$ și $EFCD$, $AE \perp DC$, în care $AB = EF = 8$ dm, $DC = 6$ dm, $AD = 2\sqrt{3}$ dm și punctul D este mijlocul segmentului AE .

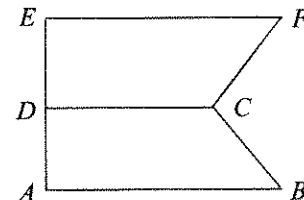


Figura 2

5p a) Arătați că aria trapezului $ABCD$ este egală cu $14\sqrt{3} \text{ dm}^2$.

5p b) Calculați lungimea segmentului BF .

5p c) Arătați că unghiul BCF are măsura 120° .

2. În figura 3 este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu înălțimea de 4 m și latura bazei de 8 m.

5p a) Arătați că perimetrul pătratului $ABCD$ este egal cu 32 m.

5p b) Arătați că aria laterală a piramidei $VABCD$ este egală cu $64\sqrt{2} \text{ m}^2$.

5p c) Determinați măsura unghiului dintre planul unei fețe laterale a piramidei și planul bazei.

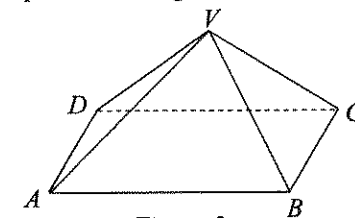


Figura 3

TESTUL 4

Evaluare Națională, Sesiunea Iunie 2014

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

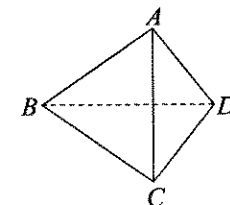
5p 1. Rezultatul calculului $12 - 6 \cdot 2$ este egal cu ...

5p 2. Dacă 10 reprezintă 50% dintr-un număr, atunci numărul este egal cu ...

5p 3. Cel mai mare număr natural n pentru care $n \leq 8$ este egal cu ...

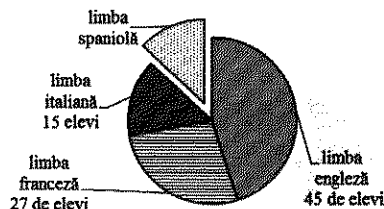
5p 4. Rombul $ABCD$ are diagonalele de 6 cm și, respectiv, de 8 cm. Aria rombului $ABCD$ este egală cu ... cm^2 .

5p 5. În figura alăturată este reprezentat un tetraedru



regulat $ABCD$ în care $AB = 8$ cm. Suma tuturor muchiilor tetraedrului $ABCD$ este egală cu ... cm.

- 5p 6. În diagrama de mai jos sunt reprezentate opțiunile celor 100 de elevi din clasele a V-a ale unei școli, opțiuni referitoare la studiul limbilor moderne.



Numărul elevilor din clasa a V-a care optează pentru studiul limbii spaniole este egal cu ...

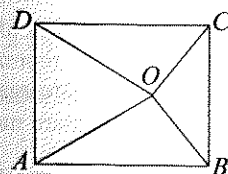
Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghi echilateral.
- 5p 2. Calculați media geometrică a numerelor $a = 2^3 + 1$ și $b = 3 + 3 : 3$.
- 5p 3. Ion parcurge cu autocarul un drum în trei zile. În prima zi a parcurs 20% din drum, în a doua zi 30% din rest și în a treia zi ultimii 560 de kilometri din drum. Determinați lungimea drumului parcurs de Ion în cele 3 zile.
- 5p 4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 2$.
- a) Calculați $f(2)$.
- b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x(x+2)} : \left(1 + \frac{2}{x}\right)$, unde x este număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 0$. Arătați că $E(x) = 1$ pentru orice x număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 0$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura alăturată reprezintă schița unui covor în formă de dreptunghi $ABCD$. Modelul covorului, prezentat în figură, este format de triunghiurile AOB , BOC , COD și DOA . Punctul O este situat în interiorul dreptunghiului $ABCD$ astfel încât triunghiul AOD este echilateral, $AD = 2$ m și $m(\angle BOC) = 2m(\angle AOD)$.

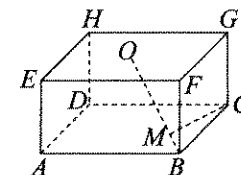
- 5p a) Calculați perimetrul triunghiului AOD .
- 5p b) Arătați că distanța de la punctul O la latura BC este egală cu $\frac{\sqrt{3}}{3}$ m.



- 5p c) Arătați că lungimea conturului covorului este mai mică decât 9 m.

2. În figura alăturată este reprezentată schematic o cutie de carton cu capac, în formă de prismă dreaptă $ABCDEFGH$ cu baza $ABCD$ pătrat, $AB = 20$ cm și $AE = 10$ cm. Punctul O este mijlocul segmentului EG și punctul M este situat pe BO astfel încât distanța CM să fie minimă.

- 5p a) Calculați volumul cutiei.
- 5p b) Aria suprafeței cartonului folosit pentru confecționarea cutiei reprezintă 110% din aria totală a cutiei. Determinați câți centimetri pătrați de carton au fost folosiți pentru confecționarea cutiei.



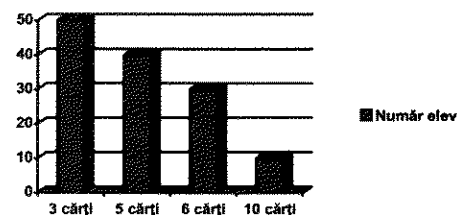
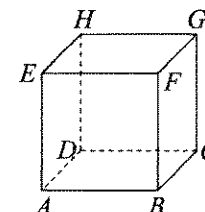
- 5p c) Arătați că $CM = \frac{20\sqrt{6}}{3}$ cm.

TESTUL 5

Evaluare Națională, Sesiunea Iunie 2014 (subiect de rezervă)

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $4 - 2 \cdot 2$ este egal cu ...
- 5p 2. Dacă $\frac{a}{6} = \frac{2}{3}$, atunci numărul a este egal cu ...
- 5p 3. Cel mai mare număr natural care aparține intervalului $[-3, 3]$ este egal cu ...
- 5p 4. Pătratul $ABCD$ are perimetrul de 24 cm. Latura AB are lungimea egală cu ... cm.
- 5p 5. În figura alăturată este reprezentat un cub $ABCDEFGH$ care are latura de 5 cm. Volumul cubului $ABCDEFGH$ este egal cu ... cm^3 .
- 5p 6. Elevii claselor a VIII-a dintr-o școală au donat cărți pentru bibliotecă. În diagrama de mai jos este prezentată repartitia elevilor după numărul de cărți donate bibliotecii de către fiecare elev.



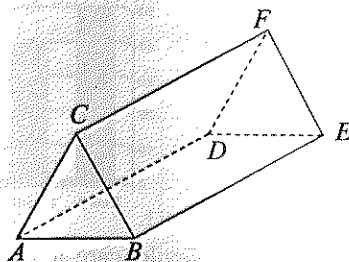
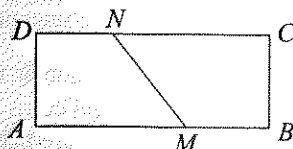
Numărul elevilor care au donat câte 5 cărți este egal cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată cu vârful S și baza $ABCD$.
- 5p 2. Determinați numărul real a , știind că $a\sqrt{3} = \sqrt{27}$.
- 5p 3. Cele 428 de scaune dintr-o sală de spectacole sunt așezate în 20 de rânduri, fiecare rând având 21 sau 22 de scaune. Determinați numărul de rânduri din sală care au câte 22 de scaune.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x + 1$.
- 5p a) Calculați $f(1)$.
- 5p b) Determinați măsura unghiului OMN , unde M și N sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele Ox , respectiv Oy , ale sistemului de coordonate xOy .
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x-2}{x^2-4} \cdot \frac{5x+10}{x-3} + 1 \right) \cdot \frac{x-3}{x+2}$, unde x este număr real, $x \neq -2$, $x \neq 2$ și $x \neq 3$. Arătați că $E(x) = 1$ pentru orice x număr real, $x \neq -2$, $x \neq 2$ și $x \neq 3$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura alăturată reprezintă schița unui teren în formă de dreptunghi $ABCD$, cu dimensiunile $AB = 30$ m și $BC = 10$ m. Doi frați împart terenul printr-un gard MN , unde $M \in (AB)$ și $N \in (CD)$ astfel încât $MB = ND = 10$ m.
- 5p a) Calculați perimetrul dreptunghiului $ABCD$.
- 5p b) Arătați că MN împarte terenul în două suprafețe cu ariile egale.
- 5p c) Pentru construcția gardului MN sunt folosiți 9 stâlpi. Doi dintre cei 9 stâlpi sunt situați în punctele M și, respectiv, N . Știind că stâlpii sunt așezați la distanțe egale, arătați că distanța dintre doi stâlpi consecutivi este mai mare de 1,75 m.
2. Acoperișul unei clădiri, reprezentat schematic în figura alăturată, are forma unei prisme drepte $ABCDEF$ cu $AD = 10$ m, $AB = 6$ m și cu bazele triunghiuri echilaterale.
- 5p a) Arătați că distanța de la C la AB este egală cu $3\sqrt{3}$ m.
- 5p b) Calculați volumul prisme $ABCDEF$.
- 5p c) Suprafețele $ADFC$ și $BEFC$ au fost acoperite cu tablă. Aria suprafeței de tablă care a fost cumpărată reprezintă 110% din aria suprafeței care a fost acoperită cu tablă. Determinați câți metri pătrați de tablă s-au cumpărat.

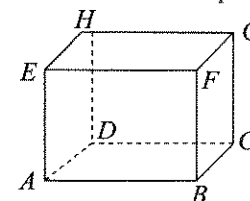


TESTUL 6

Evaluare Națională, Sesiunea specială pentru olimpici 2014

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Numărul de 4 ori mai mare decât 7 este egal cu ...
- 5p 2. Dacă $\frac{x}{10} = \frac{9}{5}$, atunci x este egal cu ...
- 5p 3. Cel mai mic număr natural de două cifre este egal cu ...
- 5p 4. Dreptunghiul $ABCD$ are lungimea de 6 cm și lățimea de 5 cm. Aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu ... cm².
- 5p 5. În figura alăturată este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$ în care $AB = 6$ cm, $BC = 4$ cm și $BF = 5$ cm. Volumul paralelipipedului $ABCDEFGH$ este egal cu ... cm³.
- 5p 6. În tabelul de mai jos este reprezentată o dependență funcțională.



x	-2	-1	0	1	2
$y = x + 2$	0	1	m	3	4

Numărul real m este egal cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

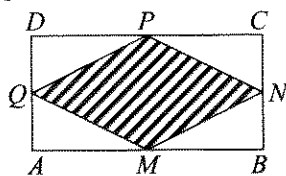
- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub $ABCA'B'C'D'$.
- 5p 2. Arătați că $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{3} = 1$.
- 5p 3. Andrei și Cristina i-au cumpărat împreună un cadou fratelui lor. Andrei a contribuit cu 60% din prețul cadoului, iar Cristina cu restul de 80 de lei. Determinați prețul cadoului.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 1$.
- 5p a) Calculați $f(1)$.
- 5p b) Reprezentați grafic funcția într-un sistem de coordonate xOy .
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{(x+2)^2}{x^2+4} - 1 \right) : \frac{x}{x^2+4}$, unde x este număr real, $x \neq 0$. Arătați că $E(x) = 4$ pentru orice număr real x , $x \neq 0$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura următoare este reprezentată o grădină în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 8$ m și $AD = 4$ m. Mijloacele laturilor dreptunghiului sunt vârfurile

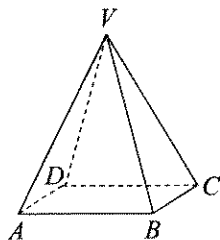
patrulatului $MNPQ$. Suprafața reprezentată hașurat este plantată cu flori, iar restul suprafeței grădinii $ABCD$ este acoperită cu gazon.

- 5p a) Calculați perimetrul grădinii $ABCD$.
 5p b) Arătați că aria suprafeței plantate cu flori este egală cu aria suprafeței acoperite cu gazon.
 5p c) Pentru fiecare metru pătrat al suprafeței reprezentate hașurat s-au plantat câte 25 de flori. Determinați suma cheltuită pentru cumpărarea florilor plantate în grădină, știind că o floare costă 2,5 lei.



2. Dintr-o bucată de lemn se sculpează o piramidă patrulateră regulată $VABCD$, reprezentată schematic în figura alăturată. Piramida are înălțimea de 4 dm, iar baza $ABCD$ are latura $AB = 6$ dm.

- 5p a) Calculați aria bazei piramidei $VABCD$.
 5p b) Fețele laterale ale piramidei se vopsesc. Arătați că aria suprafeței vopsite este egală cu 60 dm^2 .
 5p c) Bucata de lemn din care s-a sculpat piramida $VABCD$ avea forma unei prisme drepte cu baza $ABCD$ și înălțimea de 4 dm. Determinați cât la sută din volumul lemnului îndepărtat pentru obținerea piramidei este reprezentat de volumul piramidei.



TESTUL 7

Evaluare Națională, Sesiunea Iunie 2013

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $4 \cdot 4 + 10$ este egal cu ...
 5p 2. Dacă $\frac{a}{6} = \frac{5}{2}$, atunci numărul a este egal cu ...
 5p 3. Cel mai mare număr natural care aparține intervalului $(3, 9]$ este numărul ...
 5p 4. Perimetrul unui pătrat cu latura de 8 cm este egal cu ... cm.
 5p 5. În figura 1 este reprezentat un cub $ABCDEFGH$ cu latura de 3 cm. Volumul cubului este egal cu ... cm^3 .
 5p 6. În tabelul de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute la un test de elevii unei clase:

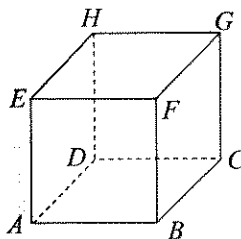


Figura 1

Notă	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	0	1	3	1	4	5	6	5	4	1

La acest test, nota 8 a fost obținută de un număr de ... elevi.

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată cu vârful S și baza ABC .
 5p 2. Arătați că $\sqrt{2} + \sqrt{8} - 3\sqrt{2} = 0$.
 5p 3. Ana și Bogdan au împreună 7 mere, iar Ana și Călin au împreună 8 mere. Determinați câte mere are Ana, știind că, împreună, cei trei copii au 12 mere.
 4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 2$.
 5p a) Calculați $f(0) + f(-2)$.
 5p b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .
 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{x}{x^2-4} \right) : \frac{2}{(x-2)(x+2)}$, unde x este număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 2$. Arătați că $E(x) = 1$, pentru orice număr real $x, x \neq -2$ și $x \neq 2$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 2 este reprezentat un loc de joacă în formă de dreptunghi $ABCD$, cu $AD = 20$ m și diagonala $BD = 40$ m.
 5p a) Arătați că $AB = 20\sqrt{3}$ m.
 5p b) Verificați dacă unghiul dintre diagonalele dreptunghiului $ABCD$ are măsura egală cu 60° .
 5p c) Arătați că aria suprafeței locului de joacă este mai mică decât 700 m^2 . (Se consideră cunoscut faptul că $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$.)
 2. În figura 3 este reprezentat schematic un stup de albine în formă de paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$. Dimensiunile stupului sunt $AB = 4$ dm, $BC = 6$ dm și $AA' = 8$ dm.
 5p a) Calculați perimetrul dreptunghiului $ABCD$.
 5p b) Determinați aria totală a paralelipipedului $ABCD A' B' C' D'$.
 5p c) Arătați că $PQ = \sqrt{13}$ dm, unde $\{P\} = AB' \cap A'B$ și $\{Q\} = BC' \cap B'C$.

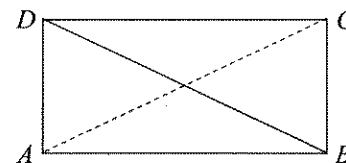


Figura 2

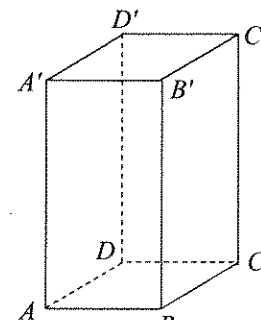


Figura 3

TESTUL 8

Evaluare Națională, Sesiunea Iunie 2013 (subiect de rezervă)

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $6 \cdot 2 + 6$ este egal cu

5p 2. Dacă $\frac{a}{15} = \frac{2}{5}$, atunci numărul a este egal cu

5p 3. Cel mai mic număr natural care aparține intervalului $[10, 13)$ este numărul

5p 4. Aria unui triunghi care are o latură de 6 cm și înălțimea corespunzătoare ei de 5 cm este egală cu ... cm².

5p 5. În figura 1 este reprezentată o prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghi echilateral. Dacă $AB = AA' = 5$ cm, atunci perimetrul patrulaterului $ABB'A'$ este egal cu ... cm.

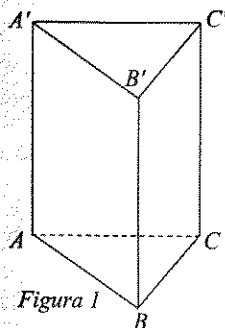


Figura 1

5p 6. Membrii ansamblului folcloric al unei școli sunt grupați după vârstă astfel:

Vârstă (ani)	11	12	13	14
Număr de elevi	10	9	8	9

Numărul elevilor din ansamblu cu vârsta de 13 ani este egal cu

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub $ABCD A'B'C'D'$.

5p 2. Arătați că $\sqrt{3} + \sqrt{12} - 3\sqrt{3} = 0$.

5p 3. Determinați numerele reale a și b , $a > b$, știind că suma lor este egală cu 10, iar diferența lor este egală cu 2.

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 1$.

5p a) Calculați $f(0) + f(-1)$.

5p b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \left(x - 1 - \frac{x^2}{x+2}\right) : \frac{x-2}{x+2}$, unde x este număr real,

$x \neq -2$ și $x \neq 2$. Arătați că $E(x) = 1$, pentru orice număr real x , $x \neq -2$ și $x \neq 2$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 2 reprezintă schița unei grădini în formă de dreptunghi $ABCD$ cu lungimea $AB = 8$ m și lățimea $BC = 6$ m. Punctul M este mijlocul segmentului AB , punctul P este mijlocul segmentului AD , iar punctul N este situat pe segmentul DC , astfel încât $NC = 3$ m. Zona hașurată reprezintă partea din

grădină acoperită cu gazon, iar zona nehașurată reprezintă partea din grădină unde sunt plantate flori.

5p a) Calculați perimetrul dreptunghiului $ABCD$.

5p b) Arătați că aria suprafeței acoperită cu gazon este egală cu 27 m².

5p c) Verificați dacă aria suprafeței pe care sunt plantate flori este egală cu aria trapezului $MBCN$.

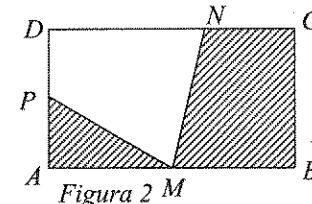


Figura 2 M

2. În figura 3 este reprezentată schematic o piatră semiprețioasă în formă de piramidă triunghiulară regulată $ABCD$, cu baza triunghiul BCD . Se știe că $m(\angle CAD) = 90^\circ$, iar $CD = 4$ cm.

5p a) Calculați perimetrul triunghiului BCD .

5p b) Arătați că aria suprafeței laterale a piramidei este egală cu 12 cm².

5p c) Introducem piatra semiprețioasă într-un vas plin cu apă. Arătați că, la scufundarea completă a pietrei, din vas se varsă mai puțin de 4 mililitri de apă. (Se consideră cunoscut faptul că $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$.)

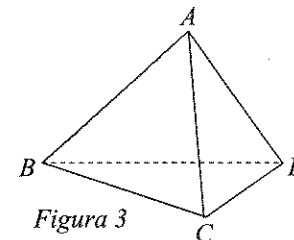


Figura 3

TESTUL 9

Evaluare Națională, Sesiunea specială pentru Olimpici, 2013

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $2 \cdot 3 + 8$ este egal cu

5p 2. Dacă $\frac{a}{8} = \frac{3}{2}$, atunci numărul a este egal cu

5p 3. Cel mai mic număr natural care aparține intervalului $[3, 5)$ este numărul

5p 4. Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 7 cm și lățimea de 4 cm este egal cu ... cm.

5p 5. În figura 1 este reprezentat un cub $ABCDEFGH$. Aria pătratului $ABCD$ este egală cu 9 cm². Aria

totală a cubului este egală cu ... cm².

5p 6. Elevii claselor a VIII-a dintr-o școală au fost chestionați cu privire la opțiunile lor pentru clasa a IX-a. Rezultatele chestionarului sunt reprezentate în diagrama alăturată. Numărul elevilor care au optat pentru profilul real este egal cu

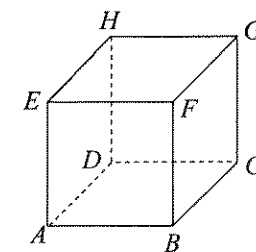
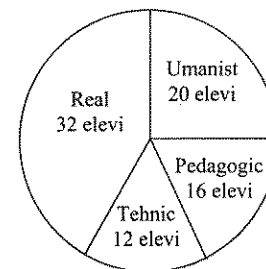


Figura 1



- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un tetraedru regulat $ABCD$.
- 5p 2. Calculați media aritmetică a numerelor a și b , știind că $a = \frac{1}{3} + \frac{12}{5}$ și $b = \frac{2}{3} + \frac{3}{5}$.
- 5p 3. Prețul inițial al unui produs este de 1000 de lei. Calculați prețul produsului după o ieftinire cu 10% din prețul inițial.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 2$.
- 5p a) Calculați $f(0) + f(2)$.
- 5p b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x+1}{2x} - \frac{x-1}{3x} \right) \cdot \frac{6x}{x+5}$, unde x este număr real, $x \neq -5$ și $x \neq 0$. Arătați că $E(x) = 1$, pentru orice număr real $x, x \neq -5$ și $x \neq 0$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 2 este schița unei ferme piscicole în formă de pătrat care are în interior un iaz reprezentat prin cercul de centru O , unde O este intersecția diagonalelor pătratului $ABCD$. Cercul are raza de 25 m, iar pătratul $ABCD$ are latura de 100 m.
- 5p a) Calculați perimetrul pătratului $ABCD$.
- 5p b) Arătați că aria suprafeței de teren hașurată în schiță este egală cu $625(16 - \pi) \text{ m}^2$.
- 5p c) De cinci ori pe zi se verifică starea iazului. Pentru aceasta, un angajat intră în fermă prin poarta de acces situată în punctul M , mijlocul segmentului CD , ajunge la iaz în punctul N , ocolește iazul și, după ce ajunge din nou în punctul N , se întoarce în punctul M . Știind că punctele M, N și O sunt coliniare, arătați că, într-o zi, angajatul parcurge mai mult de un kilometru. (Se consideră cunoscut faptul că $3,14 < \pi < 3,15$.)
2. În figura 3 este reprezentat schematic un acvariu în formă de paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$ cu lungimea $AB = 60 \text{ cm}$, lățimea $BC = 24 \text{ cm}$ și înălțimea $AE = 40 \text{ cm}$.
- 5p a) Calculați aria dreptunghiului $ABCD$.
- 5p b) Arătați că volumul paralelipipedului este egal cu $57\,600 \text{ cm}^3$.
- 5p c) Determinați câți litri de apă sunt în acvariu dacă nivelul apei este de 30 cm.

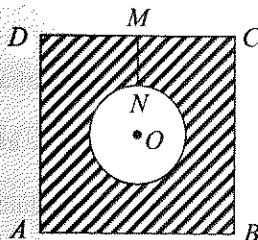


Figura 2

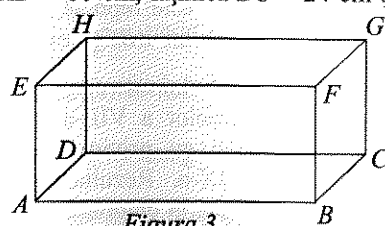


Figura 3

TESTUL 10

Evaluare Națională, Sesiunea Iunie 2012

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $12 + 12 : 4$ este egal cu ...
- 5p 2. Media aritmetică a numerelor 7 și 23 este egală cu ...
- 5p 3. Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x \leq 4\}$. Mulțimea A este egală cu intervalul ...
- 5p 4. Perimetrul unui romb cu latura de 4 cm este egal cu ... cm.
- 5p 5. În figura 1 este reprezentat cubul $ABCDEFGH$ cu muchia de 5 cm. Aria totală a cubului este egală cu ... cm^2 .
- 5p 6. În diagrama următoare sunt reprezentate rezultatele obținute de elevii unei clase la un test. Numărul elevilor din clasă care au obținut la test cel puțin nota 8 este egal cu ...

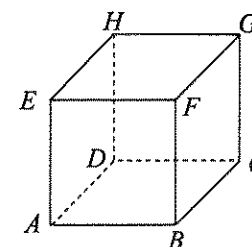
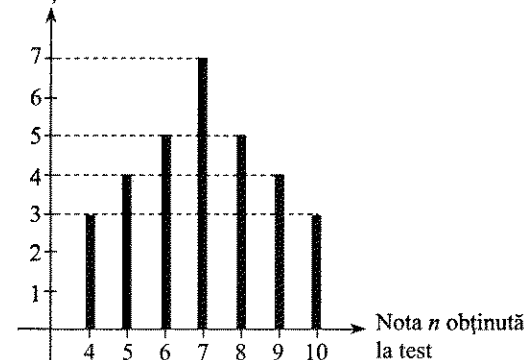


Figura 1

Numărul elevilor care au obținut nota n



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată de vârf V și bază $ABCD$.
- 5p 2. Se consideră numerele $a = \frac{4}{\sqrt{5}+1}$ și $b = \sqrt{15} : \sqrt{3} + 1$. Calculați media geometrică a celor două numere.
- 5p 3. Într-o clasă sunt 26 de elevi. Dacă din clasă ar pleca două fete și trei băieți, atunci numărul fetelor ar fi egal cu dublul numărului băieților. Determinați numărul fetelor din clasă.

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 3$.

- 5p a) Reprezentați grafic funcția f în sistemul de coordonate xOy .
 5p b) Determinați numărul real a pentru care punctul $A(a, -a)$ aparține graficului funcției f .

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \left(1 + \frac{2-x}{x+1}\right) : \frac{x-1}{(2x+1)^2 - (x+2)^2}$, unde x este număr real, $x \neq 1$ și $x \neq -1$. Arătați că $E(x) = 9$, pentru orice x număr real, $x \neq 1$ și $x \neq -1$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. O vază are forma unei prisme drepte cu baza pătrat. Înălțimea vazei este de 40 cm, iar latura bazei este de 10 cm. În vază se toarnă trei litri de apă.
 5p a) Calculați aria laterală a vazei.
 5p b) Determinați înălțimea la care se ridică apa în vază.
 5p c) În vază se introduc patru cuburi din piatră, fiecare cub având muchia de 4 cm. Determinați cu câți centimetri crește nivelul apei din vază, după introducerea celor patru cuburi din piatră.

2. În figura 2 este reprezentată schematic o placă de gresie în formă de dreptunghi, cu $AB = 28$ cm și $BC = 21$ cm.

- 5p a) Calculați lungimea segmentului (DB) .
 5p b) Determinați aria triunghiului EAB , unde E este mijlocul laturii (CD) .
 5p c) Arătați că sinusul unghiului AEB este egal cu $\frac{12}{13}$.

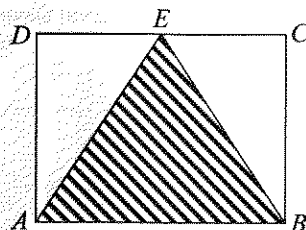


Figura 2

TESTUL 11

Evaluare Națională, Sesiunea Iunie 2012 (subiect de rezervă)

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $12 - 6 : 3$ este egal cu ...
 5p 2. Dacă y este un număr real nenul și $\frac{3}{y} = \frac{x}{4}$, atunci produsul $x \cdot y$ este egal cu ...
 5p 3. Cel mai mare număr natural din intervalul $(0, 6)$ este egal cu ...
 5p 4. Un romb cu perimetrul de 32 cm are lungimea unei laturi egală cu ... cm.

5p 5. În figura 1 este reprezentat un tetraedru regulat $VABC$. Dacă o muchie are lungimea de 5 cm, atunci suma lungimilor tuturor muchiilor este egală cu ... cm.

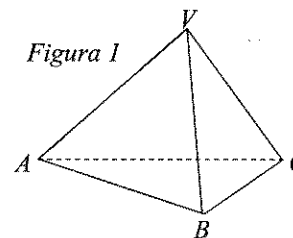


Figura 1

5p 6. În tabelul de mai jos este prezentată repartitia elevilor dintr-o echipă de fotbal după înălțimile lor măsurate în centimetri.

Înălțimea (cm)	140-149	150-159	160-170
Număr elevi	2	3	6

Numărul elevilor din echipă cu înălțimea mai mică decât 160 cm este egal cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub $ABCDEFGH$.

5p 2. Arătați că numărul $a = \left| \sqrt{5} - 3 \right| + \frac{4}{3 - \sqrt{5}}$ este întreg.

5p 3. Numărul păsărilor dintr-o gospodărie este mai mare decât 70, dar mai mic decât 80. O treime din numărul păsărilor sunt găini, un sfert din numărul păsărilor sunt rațe și restul sunt găște. Determinați numărul găștelor din gospodărie.

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 1$.

- 5p a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .
 5p b) Determinați numărul real m pentru care punctul $A(m, -7)$ aparține graficului funcției f .

5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \frac{(2x+1)^2 - (2x-1)^2}{(x-1)^2 - (x+1)^2}$, unde x este număr real, $x \neq 0$.

Arătați că $E(x) = -2$, pentru orice număr real $x, x \neq 0$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 2 este reprezentat ambalajul unei cutii de lapte care are forma unui paralelipiped dreptunghic $ABCDMNPQ$, în care $AM = 10$ cm, $AB = 6$ cm și $BC = 5$ cm.

5p a) Calculați volumul cutiei de lapte, exprimat în litri.

5p b) Calculați aria, exprimată în centimetri pătrați, a suprafeței de material necesar pentru un ambalaj, știind că pierderile la îmbinări reprezintă 10% din aria totală a cutiei.

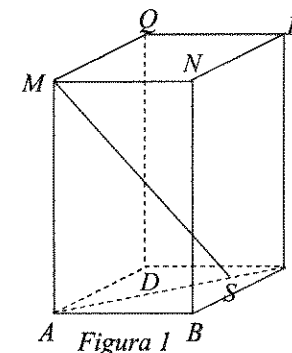


Figura 1

- 5p c) Se introduce în cutie un pai, prin vârful M , până în punctul $S \in (AC)$, fără să cadă în cutie, astfel încât $AS = 7,5$ cm. Arătați că lungimea paiului este mai mare de 12 cm.
2. Figura 3 reprezintă schița unei mese formată dintr-un dreptunghi $ABCD$, cu $AB = 4$ m și $BC = 2$ m și două semicercuri cu diametrele $[AD]$, respectiv $[BC]$.

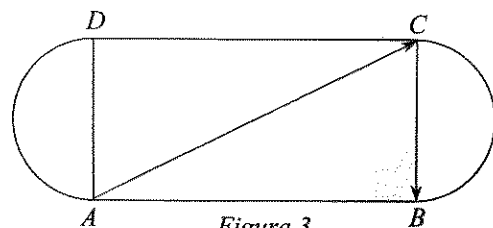


Figura 3

- 5p a) De-a lungul marginii mesei se lipește o bandă protectoare. Determinați lungimea acestei benzi.
- 5p b) Calculați aria suprafeței mesei.
- 5p c) O buburuză parcurge, mergând doar pe marginea mesei, traseul $A - B - C$, iar o furnică parcurge segmentul $[AC]$ și, în continuare, segmentul $[CB]$. Arătați că lungimea traseului parcurs de buburuză este mai mare decât lungimea traseului parcurs de furnică. ($3,14 < \pi < 3,15$)

TESTUL 12

Evaluare Națională, Sesiunea specială pentru Olimpici, 2012

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $18 - 12 : 3$ este egal cu
- 5p 2. Media aritmetică a numerelor 17 și 23 este egală cu
- 5p 3. Un sfert din lungimea unui drum reprezintă 12 km. Lungimea drumului este egală cu ... km.
- 5p 4. Suma dintre lungimea și lățimea unui dreptunghi este egală cu 10 cm. Perimetrul acestui dreptunghi este egal cu ... cm.
- 5p 5. Se consideră cubul $ABCDMNPQ$ din figura 1. Măsura unghiului dintre dreptele AB și DQ este egală cu ...°.
- 5p 6. În tabelul de mai jos este prezentată repartitia elevilor unei clase după înălțimile lor, măsurate în centimetri.

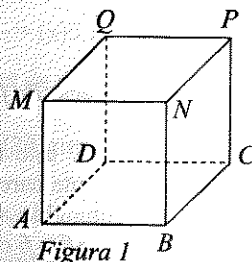


Figura 1

Înălțimea (cm)	120-129	130-139	140-149	150-160
Număr elevi	2	3	6	5

Numărul elevilor care au înălțimea mai mică de 140 cm este egal cu

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată de vârf V și bază $ABCD$.
- 5p 2. Arătați că $a = 2 \cdot (8 + \sqrt{18}) - 3 \cdot (4 + \sqrt{3})$ este număr întreg.
- 5p 3. Un pix și o carte costă 10 lei, cartea și un caiet costă 9 lei, iar caietul și pixul costă 5 lei. Determinați prețul cărții.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 6 - 3x$.
- 5p a) Reprezentați grafic funcția f în sistemul de coordonate xOy .
- 5p b) Determinați numărul real p pentru care punctul $A(p, p + 4)$ aparține graficului funcției f .
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \left(2 - \frac{8}{x+2}\right) : \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$, pentru orice număr real $x, x \neq -2$ și $x \neq 2$. Arătați că $E(x) = 2$, pentru orice număr real $x, x \neq -2$ și $x \neq 2$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 2 este reprezentat schematic un turn format din prisma dreaptă $ABCDMNPQ$ cu baza pătrat și piramida patrulateră regulată $SMNPQ$. Se știe că: $AB = 5$ m, $AM = 12$ m și $m(\angle MSN) = 60^\circ$.
- 5p a) Calculați distanța dintre punctele D și M .
- 5p b) Calculați aria laterală a piramidei $SMNPQ$.
- 5p c) Arătați că înălțimea turnului este mai mică decât 16 m.

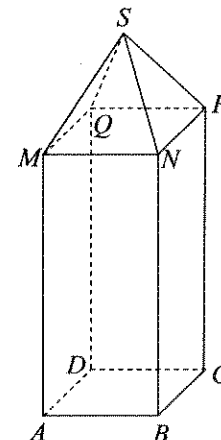


Figura 2

2. Dreptunghiul $ABCD$ din figura 3 reprezintă schița unei mese de biliard. Dimensiunile mesei sunt $AB = 12$ dm și $BC = 18$ dm.
- 5p a) Calculați aria dreptunghiului $ABCD$, exprimată în metri pătrați.
- 5p b) Determinați perimetrul triunghiului APB , unde P este mijlocul segmentului (CD) .
- 5p c) O bilă se află în punctul M , mijlocul laturii (AB) . Un jucător lovește bila care atinge latura (BC) în punctul N și apoi ajunge în punctul D . Știind că unghiurile MNB și CND sunt congruente, arătați că dreptele MN și ND sunt perpendiculare.

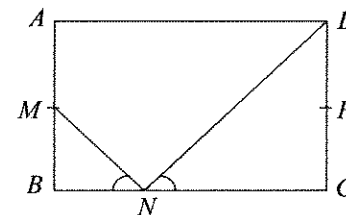


Figura 3

TESTUL 13

Evaluare Națională, Sesiunea Iunie 2011

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $6 + 16 : 4$ este egal cu ...
- 5p 2. Într-o urnă sunt 7 bile albe și 3 bile albastre. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie albastră este egală cu ...
- 5p 3. Trei kilograme de mere costă 7,5 lei. Patru kilograme de mere de aceeași calitate costă ... lei.
- 5p 4. Un dreptunghi are lungimea de 8 cm și lățimea egală cu $\frac{3}{4}$ din lungime. Lățimea dreptunghiului este de ... cm
- 5p 5. În figura 1 este reprezentată o prismă triunghiulară dreaptă $ABC A' B' C'$ care are toate fețele laterale pătrate. Măsura unghiului dintre dreptele AB' și CC' este egală cu ... °.
- 5p 6. În tabelul de mai jos este reprezentată repartitia elevilor unei școli după notele obținute la un concurs:

Note	mai mici de 5	5-5,99	6-6,99	7-7,99	8-8,99	9-9,99	10
Nr. de elevi	8	12	25	20	15	8	2

Numărul elevilor care au obținut o notă mai mică decât 7 este egal cu ...

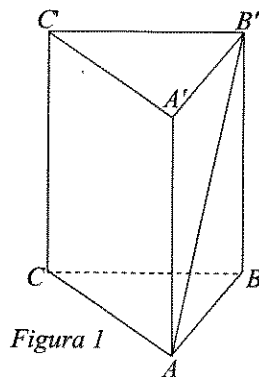


Figura 1

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată de vârf V și bază ABC .
- 5p 2. Determinați perechile de numere naturale (a, b) pentru care are loc egalitatea $\frac{a-1}{2} = \frac{3}{b+1}$.
- 5p 3. Prețul unui televizor s-a mărit cu 10%. După un timp, noul preț al televizorului s-a micșorat cu 10%. După aceste două modificări televizorul costă 1980 lei. Determinați prețul inițial al televizorului.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x + 2$.
- 5p a) Reprezentați grafic funcția f .
- 5p b) Determinați coordonatele punctului care are abscisa egală cu ordonata și aparține graficului funcției f .
- 5p 5. Arătați că numărul $a = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (5 - \sqrt{6}) + (\sqrt{2} - 1)^2 - 3\sqrt{3}$ este natural.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Prisma patrulateră dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ cu bazele pătrate (figura 2), reprezintă schematic un suport pentru umbrele. Segmentul $[AP]$ reprezintă o umbră care se sprijină în punctul C' . Se știe că $AB = 30$ cm, $AC = CC'$ și $AP = 90$ cm.

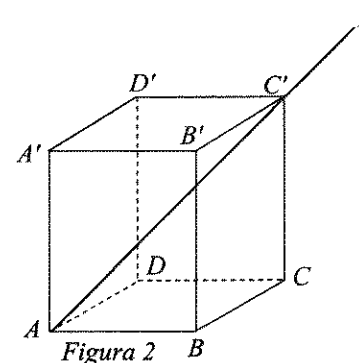


Figura 2

- 5p a) Calculați înălțimea suportului.
- 5p b) Determinați măsura unghiului dintre dreapta AP și planul (ABC) .
- 5p c) Determinați distanța de la punctul P la planul (ABC) .
2. Figura 3 reprezintă schița unei grădini dreptunghiulare în care sunt plantate flori în trei zone, una în formă de cerc și două în formă de semicerc, care intersectează laturile $[AD]$ și $[BC]$ doar în punctele A, B, C, D, E și F . Zona circulară intersectează cele două zone semicirculare doar în punctele M și N . Se știe că $AB = 16$ m.
- 5p a) O albină așezată pe o floare situată în mijlocul diametrului $[AB]$ zboară în linie dreaptă, mai întâi până la o floare situată în punctul M , apoi mai departe, tot în linie dreaptă, până la o floare situată în punctul D . Calculați distanța parcursă de albină.
- 5p b) Calculați aria suprafeței din grădină plantată cu flori.
- 5p c) Arătați că aria suprafeței reprezentată de porțiunea hașurată este mai mică decât 111 m^2 . ($3,14 < \pi < 3,15$)

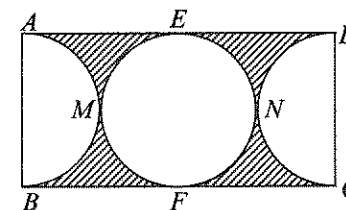


Figura 3

TESTUL 14

Evaluare Națională, Sesiunea specială pentru Olimpici, 2011

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Inversul numărului $\frac{5}{3}$ este egal cu ...
- 5p 2. Media aritmetică a numerelor 8 și 12 este egală cu ...
- 5p 3. Scrisă sub formă de interval, mulțimea soluțiilor inecuației $2x - 4 \geq 0$ este egală cu ...
- 5p 4. Un pătrat cu perimetrul de 16 cm are latura de ... cm.

- 5p 5. În figura 1 este reprezentat un tetraedru regulat $VABC$ în care $AB = 5$ cm. Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului este egală cu ... cm.
- 5p 6. În graficul de mai jos sunt reprezentate profiturile lunare ale unei firme în primul semestru al anului 2011. Profitul total realizat de firmă în această perioadă de timp este egal cu ... mii lei.

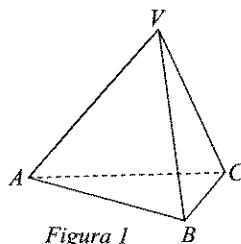
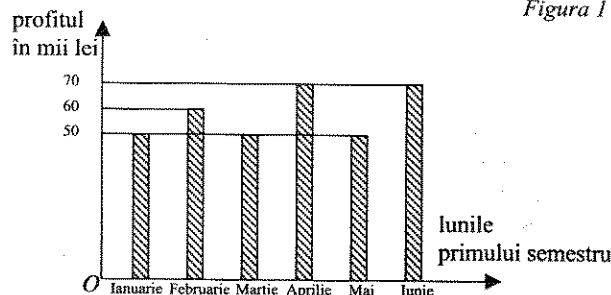


Figura 1



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$.
- 5p 2. Enumerați elementele mulțimii $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}, \frac{3x+2}{x+1} \in \mathbb{Z}\}$.
- 5p 3. Se consideră două numere reale pozitive distincte. Suma lor se înmulțește cu diferența lor. Produsul astfel obținut este un număr pozitiv cu 4 mai mic decât pătratul numărului mai mare. Determinați cel mai mic dintre cele două numere.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$.
- 5p a) Reprezentați grafic funcția f .
- 5p b) Calculați aria triunghiului determinat de reprezentarea grafică a funcției f și de axele de coordonate Ox și Oy .
- 5p 5. Dați un exemplu de 3 numere întregi a, b, c astfel încât să aibă loc egalitatea $x^3 - 3x^2 - 10x = (x+a) \cdot (x+b) \cdot (x+c)$ pentru orice număr real x .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. O cameră frigorifică în formă de paralelipiped dreptunghic este plină cu pachete cubice, fiecare având latura de 4 dm, fără să rămână goluri între ele. Podeaua camerei frigorifice este acoperită complet cu un strat de 7 pachete. Înălțimea camerei este de 5 ori mai mare decât înălțimea unui pachet.
- 5p a) Calculați aria suprafeței podelei încăperii.
- 5p b) Arătați că aria laterală a camerei frigorifice este egală cu 1280 dm^2 .
- 5p c) Determinați volumul camerei frigorifice, exprimat în litri.

2. Figura 2 reprezintă schița unei piese de carton, linia curbă reprezentând două semicercuri.

- 5p a) Calculați lungimea conturului piesei.
- 5p b) Determinați aria suprafeței piesei.
- 5p c) Arătați că există un mod de aranjare, fără suprapunere, a mai multor piese de acest fel (avem la dispoziție oricâte piese) astfel încât aceasta să acopere complet un pătrat cu latura de 16 cm.

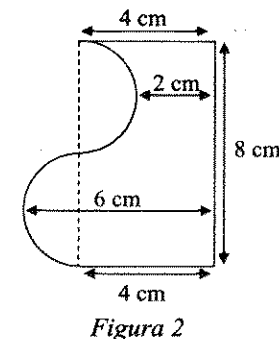


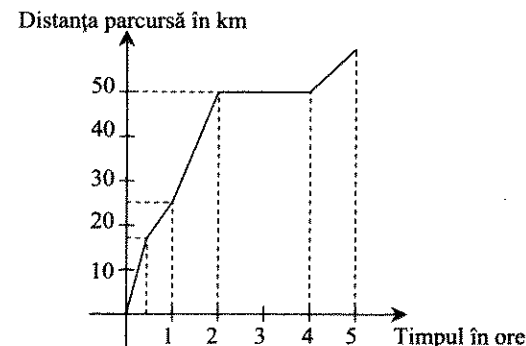
Figura 2

TESTUL 15

Evaluare Națională, Sesiunea Mai 2010

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $2 + 4 : 2$ este ...
- 5p 2. Media aritmetică a numerelor 2 și 8 este ...
- 5p 3. Dacă $A = \{1; 2; 3\}$ și $B = \{3; 4\}$, atunci mulțimea $A \cap B$ este egală cu $\{\dots\}$.
- 5p 4. Un triunghi echilateral are latura de 4 m. Aria triunghiului este ... m^2 .
- 5p 5. O prismă dreaptă are ca baze triunghiurile echilaterale ABC , respectiv $A'B'C'$. Măsura unghiului dintre dreptele AB și $B'C'$ este egală cu ...°.
- 5p 6. Figura de mai jos reprezintă graficul deplasării unui vehicul pe parcursul a 5 ore. În această perioadă vehiculul staționează timp de ... ore.



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați o piramidă triunghiulară regulată de vârf S și de bază ABC .
- 5p 2. Un elev cumpără 10 cărți, de literatură și de matematică. El plătește 9 lei pentru o carte de literatură și 7 lei pentru o carte de matematică, cheltuiind astfel 76 de lei. Câte cărți de matematică a cumpărat elevul?

3. O persoană are o sumă S de bani. În prima zi cheltuiește 30% din suma S , a doua zi cheltuiește 40% din suma S , iar a treia zi cheltuiește $\frac{1}{4}$ din suma S .

5p a) În ce zi cheltuiește cel mai puțin persoana respectivă?

5p b) Persoanei îi rămân 100 de lei după cele 3 zile. Determinați valoarea sumei S .

5p 4. Reprezentați grafic funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x + 1$.

5p 5. Dacă $p = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{2}) - \sqrt{5}(\sqrt{2} - 2\sqrt{5})$, atunci arătați că $p \in \mathbb{N}$.

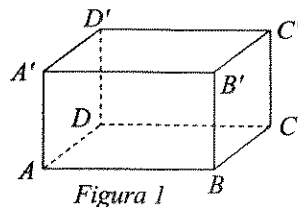
Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 1 reprezintă schița unui bazin în formă de paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$. Baza $ABCD$ are $AB = 12$ m și $BC = 4$ m, iar înălțimea paralelipipedului este $AA' = 3$ m.

5p a) Calculați distanța dintre punctele A și C' .

5p b) Calculați aria laterală a bazinului.

5p c) În bazin se află 96000 de litri de apă. Calculați înălțimea la care se ridică apa în bazin.

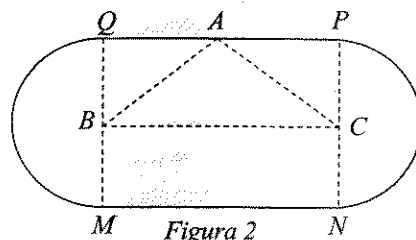


2. Figura 2 reprezintă schița unui patinoar format dintr-un dreptunghi $MNPQ$ care are lungimea MN de 40 m și lățimea de 30 m și din două semicercuri de diametre $[MQ]$, respectiv $[NP]$.

5p a) Patinoarul este înconjurat de un gard. Calculați lungimea gardului care înconjoară patinoarul.

5p b) Verificați dacă aria patinoarului este mai mică decât 2000 m^2 ($3,14 < \pi < 3,15$).

5p c) Un patinator parcurge distanțele AB , BC și CA . Punctele B și C sunt mijloacele segmentelor $[MQ]$, respectiv $[NP]$ și A este mijlocul segmentului $[PQ]$. Calculați valoarea sinusului unghiului $\angle ABC$.



TESTUL 16

Evaluare Națională, Sesiunea specială pentru Olimpici, 2010

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $624 : 3$ este egal cu ...

5p 2. Inversul numărului $\frac{2}{3}$ este egal cu ...

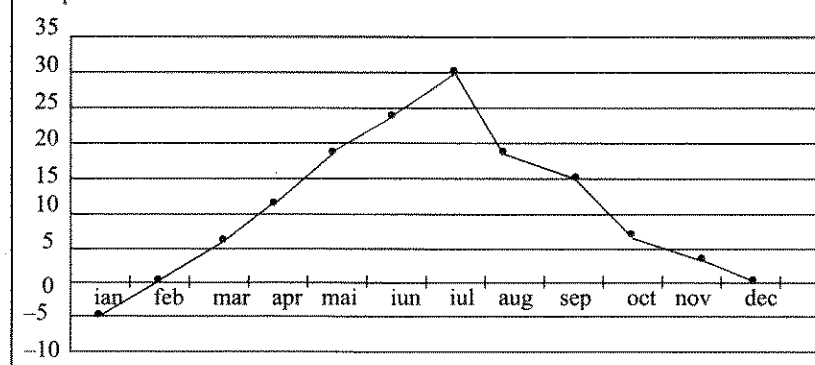
5p 3. Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 3\}$. Scrieți sub formă de interval, mulțimea A este egală cu ...

5p 4. Un romb $ABCD$ are diagonalele $AC = 5$ cm și $BD = 4$ cm. Aria rombului este egală cu ... cm^2 .

5p 5. O prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ are ca baze triunghiurile echilaterale ABC și $A'B'C'$. Știind că $AB = AA' = 4$ m, suma lungimilor muchiilor prisme este ... m.

5p 6. În graficul de mai jos, diferența dintre temperatura cea mai mare și cea mai mică este de ... $^{\circ}\text{C}$.

Temperatura aerului în $^{\circ}\text{C}$



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată de vârf S și bază ABC .

5p 2. Media aritmetică a două numere naturale este 17,5 și unul dintre numere este 7. Determinați al doilea număr.

3. Prețul unui telefon mobil a scăzut cu 10% și, după o săptămână, noul preț a scăzut cu încă 10%. După cele două modificări de preț, telefonul costă 81 de lei.

5p a) Arătați că prețul inițial al telefonului a fost de 100 de lei.

5p b) Cu ce procent din prețul inițial s-a micșorat prețul după cele două ieftiniri?

5p 4. Determinați valoarea numărului real a , știind că punctul $A(2; a)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (2 - a) \cdot x + 2$.

5p 5. Simplificați raportul $\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 10x + 25}$ cu $x - 5$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 1 reprezintă schița unui cort în formă de prismă dreaptă care are ca baze triunghiurile echilaterale ABC și DEF . Se știe că $BC = 2$ m și $CF = 3$ m.

5p a) Calculați distanța de la punctul A la planul (BCE) .

- 5p b) Calculați volumul cortului.
5p c) Verificați dacă, pentru confecționarea cortului, sunt suficienți 22 m² de pânză specială (toate fețele cortului sunt din pânză, inclusiv podeaua).

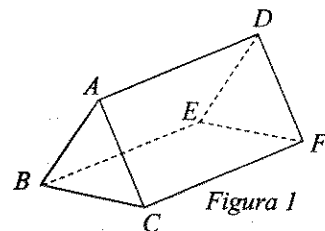


Figura 1

2. Figura 2 reprezintă schița unui teren a cărui arie este de 8 hectare.

- 5p a) Exprimați aria terenului în m².

Pe acest teren se sapă un șanț [BP] pentru canalizare ($P \in AD$). Unghiurile $\angle ABP$ și $\angle PBC$ sunt congruente. Valoarea raportului dintre aria triunghiului ABP și aria dreptunghiului $ABCD$ este 0,25.

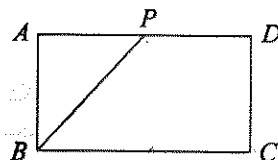


Figura 2

- 5p b) Arătați că $BC = 2AB$.

- 5p c) Calculați lungimea, exprimată în metri, a șanțului [BP] și aproximați rezultatul cu cel mai apropiat număr natural.

$$\begin{array}{r} 2000000 \overline{) 25} \\ \underline{200} \\ 0,8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 5 \\ \underline{200} \\ 200 \\ \underline{200} \\ 0 \end{array}$$

5 VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU LUNA DECEMBRIE

TESTUL 1

Simulare Evaluare Națională 2015, județul Iași

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $2^2 \cdot 2 + 2^2 : 2$ este egal cu ...
5p 2. Dacă 6 caiete de matematică mici costă 9 lei, atunci 4 caiete de același fel costă ... lei.
5p 3. Soluția reală a ecuației $-3 - x = 4$ este ...
5p 4. Măsura unui unghi al unui triunghi isoscel este de 100°. Măsura unui alt unghi al triunghiului este egală cu ...°.
5p 5. Se consideră tetraedrul regulat $ABCD$ din Figura 1. Perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30 cm. Suma lungimilor tuturor muchiilor este egală cu ... cm.
5p 6. În tabelul de mai jos este prezentat numărul membrilor trupei de teatru a unei școli, repartizați pe grupe de vârstă.

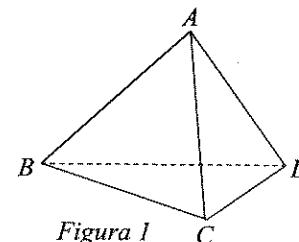


Figura 1

Vârstă (ani)	11	12	13	14	15
Număr elevi	10	9	10	12	8

Numărul elevilor din această trupă care au mai mult de 11 ani dar cel mult 13 ani este egal cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați o piramidă patrulateră regulată $SABCD$, având vârful S și baza $ABCD$.
5p 2. Se consideră numerele reale $a = \frac{1}{\sqrt{1,7}} - 0,5 + \frac{3}{4}$ și $b = 4 : \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$.
Calculați media geometrică a numerelor a și b .
5p 3. Scrieți sub formă de interval mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq \frac{x+1}{2} + 1 < 3 \right\}$.
4. Venind în vizită la nepoții săi, care au vârstele de 6 ani, respectiv 10 ani, bunicul le aduce 16 mere și 20 de pere. Bunicul împarte merele direct proporțional cu numerele care reprezintă vârstele nepoților, 40% dintre pere le dă nepotului mai mare iar restul perelor le dă nepotului mai mic.

- 5p a) Câte mere a primit fiecare nepot?

- 5p b) Câte pere a primit fiecare nepot?

5p 5. Suma a două numere reale este 5, iar suma pătratelor lor este 15. Aflați produsul numerelor.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 2 reprezintă o hartă pe care se văd satele Albeni (A), Bârleana (B), Cocârlați (C) și Dudești (D) ale comunei Dudești, precum și cele cinci drumuri care leagă aceste localități. Pe hartă, drumurile AB, AC, BC și CD au, fiecare, lungimea egală cu 5 cm, iar punctele B, C și D sunt coliniare. Se știe că scara hărții este 1 : 100000.

5p a) Arătați că, în realitate, lungimea drumului AB este egală cu 5 km.

5p b) Demonstrați că drumurile AD și CD formează un unghi cu măsura de 30°.

5p c) Arătați că lungimea drumului AD este egală cu $5\sqrt{3}$ km.

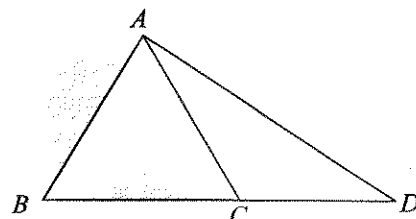


Figura 2

2. Holul unei săli de expoziții are forma cubului ABCDMNPQ din figura 3, cu latura de 10 m. Pe tavanul holului sunt plasate spoturi care trimit raze luminoase către diferite exponate. O sursă de lumină este montată în punctul M și trimite o rază către un exponat plasat în centrul O al sălii. Din centrul O' al tavanului, o rază luminează un exponat aflat în punctul C. Raza de la sursa de lumină plasată în punctul P luminează un exponat plasat în punctul B, iar lumina plasată în N luminează exponatul așezat în A.

5p a) Arătați că lungimea razei de lumină MO este mai mică de 12,5 m.

5p b) Demonstrați că razele MO și O'C sunt paralele.

5p c) Calculați măsura unghiului format de razele NA și PB.

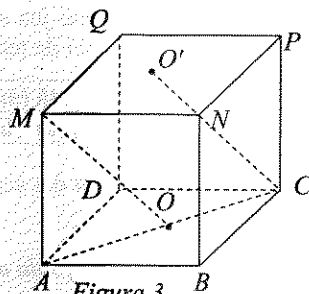


Figura 3

TESTUL 2

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

5p 1. Rezultatul calculului $0,3 + 0,35 : 0,5$ este

5p 2. Cel mai mare divizor comun al numerelor 24 și 36 este

5p 3. Mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x - 1 \leq 9\}$ este egală cu intervalul

5p 4. Numărul vârfurilor unei piramide hexagonale regulate este egal cu

5p 5. Un dreptunghi cu aria de 200 cm^2 are lungimea de 40 cm. Perimetrul dreptunghiului este egal cu ... cm.

5p 6. În tabelul de mai jos sunt consemnate temperaturile medii din primele șapte zile ale lunii decembrie dintr-un an.

Ziua	L 1 dec	M 2 dec	M 3 dec	J 4 dec	V 5 dec	S 6 dec	D 7 dec
Temperatura	8°C	6°C	6°C	3°C	-1°C	-2°C	1°C

Temperatura medie în săptămâna 1-7 decembrie a fost ... °C.

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub ABCDA'B'C'D' și diagonala AC a feței ABCD.

5p 2. Determinați numărul natural $\overline{xy}$ care verifică relația $\overline{xy} = 3x + 5y$.

5p 3. Fie $a = (\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{72}) \cdot \sqrt{5} - \frac{16}{21} : \left(-\frac{2}{63}\right)$. Arătați că a este număr natural.

5p 4. Determinați toate numerele naturale care, împărțite la 8, dau câtul 5 și restul un număr natural impar.

5p 5. Determinați numerele raționale x, y, z, știind că sunt direct proporționale cu 2, 3 și 4, iar $2x + 3y - z = 27$.

5p 6. Fiecare dintre cei 25 de elevi ai unei clase practică cel puțin unul dintre sporturile fotbal sau volei. Dacă 20 dintre ei joacă fotbal, iar 15 joacă volei, aflați câți elevi practică ambele sporturi.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 1 este reprezentată schematic o fereastră formată dintr-un dreptunghi ABCD și un semicerc cu diametrul CD. Se știe că $AB = 1 \text{ m}$, $BC = 1,2 \text{ m}$, M și N sunt mijloacele segmentelor AB, respectiv CD, iar P este mijlocul semicercului DC. Considerăm grosimile profilurilor MN, CD etc. ca fiind neglijabile.

5p a) Arătați că aria ferestrei, exprimată în metri pătrați, este egală cu $1,2 + 0,125\pi$.

5p b) Aflați aria patrulaterului CMDP, exprimată în metri pătrați.

5p c) Stabiliți dacă 7,2 metri liniari de profil sunt suficienți pentru confecționarea ferestrei (lungimea necesară a profilului este egală cu suma dintre perimetrul lui ABCD, lungimea semicercului și lungimea segmentului MN).

2. În figura 2 este reprezentată o piramidă patrulateră regulată VABCD cu $VA = 10 \text{ cm}$ și $AB = 12 \text{ cm}$. Fie M mijlocul muchiei VB.

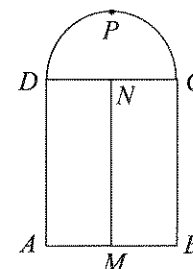


Figura 1

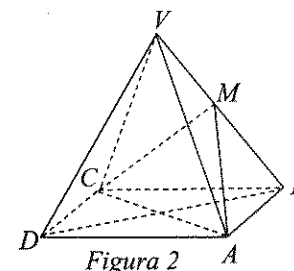


Figura 2

- 5p a) Determinați sinusul unghiului format de dreptele VA și DC .
 5p b) Calculați aria triunghiului MAC .
 5p c) Demonstrați că dreapta VD este paralelă cu planul (MAC) .

TESTUL 3

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $(-2)^4 + \frac{5}{35} : \left(-\frac{1}{7}\right)$ este egal cu ...
 5p 2. Suma numerelor întregi din intervalul $(-6, 6]$ este egală cu ...
 5p 3. Într-un vas cu volumul de $0,04 \text{ m}^3$ încap x litri de apă. Valoarea lui x este egală cu ...
 5p 4. Măsura unuia dintre unghiurile alăturate bazei unui triunghi isoscel este de 65° . Unghiul opus bazei are măsura de ...
 5p 5. În figura 1 este reprezentat cubul $ABCDEFGH$. Dacă lungimea segmentului AC este de $2\sqrt{2} \text{ cm}$, atunci suma ariilor tuturor fețelor cubului este egală cu ... cm^2 .
 5p 6. În diagrama din figura 2 sunt reprezentate înălțimile elevilor unei clase. Numărul elevilor cu înălțimea de $1,6 \text{ m}$ sau mai mare este egal cu ...

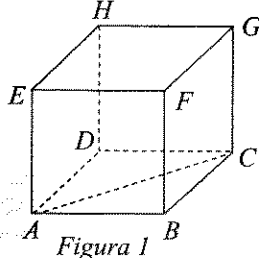


Figura 1

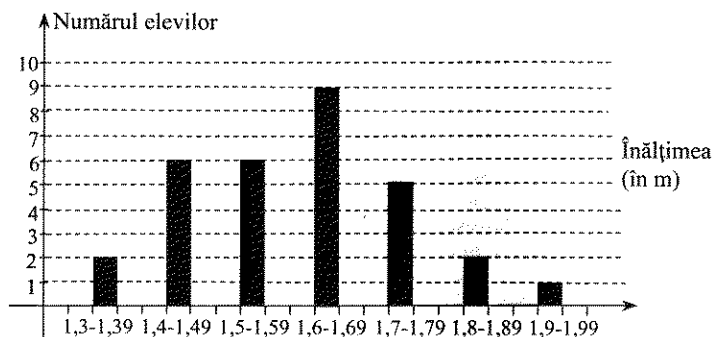


Figura 2

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu baza $ABCD$.
 5p 2. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 4\}$ și $B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 1 - \frac{x-2}{2} \leq 2x-3\right\}$.
 Determinați mulțimea $A \cap B$.
 5p 3. Arătați că, oricare ar fi numărul real x , rezultatul calculului $(2x-3)^2 - x(3x-10) - (x-1)^2$ este același.

- 5p 4. Se consideră numerele $a = (\sqrt{8} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{27} - \sqrt{3})$ și $b = \sqrt{2} : (\sqrt{12} + 2\sqrt{75}) : (\sqrt{2} + 2\sqrt{8} - \sqrt{18})$. Arătați că numărul $(a\sqrt{2}) : b$ este natural.
 5p 5. Andrei și Bogdan au împreună 210 lei. Dacă Andrei i-ar da lui Bogdan o șesime din suma pe care o are, atunci Bogdan ar avea jumătate din suma rămasă lui Andrei. Câți lei are fiecare?

- 5p 6. Determinați toate perechile de numere întregi (a, b) astfel încât $\frac{a}{7} = \frac{2}{2b+1}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 3 este reprezentată schematic rama unui tablou, realizată prin îmbinarea a patru trapeze isoscele identice $ABFE$, $BCGF$, $CDHG$ și $DAEH$, fiecare având baza mare de 2 m , baza mică de $1,9 \text{ m}$ și unghiurile alăturate bazei mari de 45° .
 5p a) Arătați că $ABCD$ este pătrat.
 5p b) Demonstrați că $AHCF$ este romb.
 5p c) Calculați aria ramei. Exprimați rezultatul în metri pătrați.
 2. În figura 4 este reprezentat un panou publicitar format din două dreptunghiuri $ABCD$ și $ABEF$, situate în plane diferite și fixate cu tijele FM și EN , unde M și N sunt mijloacele segmentelor AD , respectiv BC . Se știe că $AB = 1,2 \text{ m}$, $AD = 2 \text{ m}$, $FD = \sqrt{3} \text{ m}$, $FM = 1 \text{ m}$.
 5p a) Arătați că punctele D, C, E, F sunt coplanare.
 5p b) Demonstrați că dreapta AB este perpendiculară pe planul (ADF) și determinați $m(\angle(AB, MF))$.
 5p c) Calculați aria suportului $ABEF$. Exprimați rezultatul în metri pătrați.

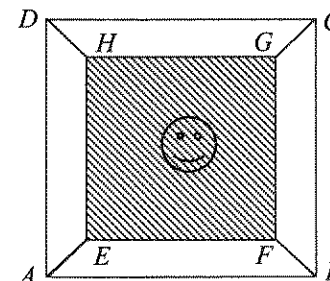


Figura 3

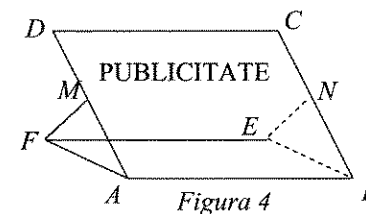


Figura 4

TESTUL 4

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Cel mai multiplu comun al numerelor 80 și 48 este numărul ...
 5p 2. Produsul numerelor întregi din intervalul $(-11, 11]$ este egal cu ...
 5p 3. Dacă $\frac{12+3b}{18+2a} = 0,6$, atunci $\frac{a}{b} = \dots$

5p 4. Suplementul unghiului cu măsura de $17^\circ 21'$ este unghiul cu măsura egală cu ...

5p 5. O prismă triunghiulară regulată are perimetrul bazei egal cu 12 cm și aria unei fețe laterale egală cu 20 cm^2 . Atunci suma lungimilor muchiilor prisme va fi egală cu ... cm.

5p 6. Tabelul alăturat cuprinde unele valori ale unei dependențe liniare.

x	-2	1	a	10
$y = x + 6$	4	7	9	b

Conform tabelului, valoarea sumei $a + b$ va fi egală cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

5p 1. Desenați o piramidă hexagonală regulată $VABCDEF$.

5p 2. Se consideră numerele $a = |\sqrt{3} - 2| + \sqrt{3}$ și $b = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$.

Calculați media aritmetică a numerelor a și b .

5p 3. Aflați numerele naturale de două cifre care se divid cu 9 și, prin împărțire la 10 și la 12, dau același rest.

5p 4. Numerele naturale x, y și z au suma 48. Aflați numerele, știind că $x - 1, y$ și $z + 1$ sunt direct proporționale cu 4, 5 și 7.

5. Se consideră numărul $a = 3^{2n+3} + 2 \cdot 9^{n+1} + 12 \cdot 3^{2n-1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Arătați că $a = 49 \cdot 9^n$.

5p b) Demonstrați că $\sqrt{a}$ este număr rațional, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

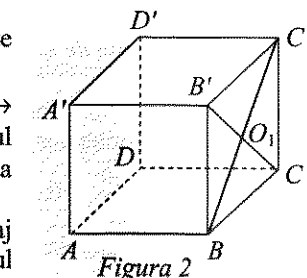
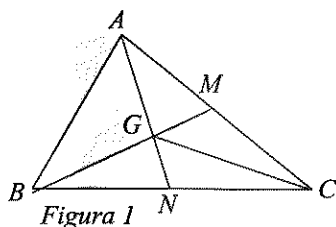
1. Figura 1 reprezintă schița unui teren unde își desfășoară activitatea două echipe de cercetași E_1 și E_2 . Traseele posibile sunt reprezentate de segmentele de pe figură. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AC , respectiv BC , $BM \cap AN = \{G\}$, segmentele $[AB]$ și $[CG]$ au lungimi egale, $AG = 40 \text{ dm}$ și $GM = 30 \text{ dm}$.

5p a) Arătați că $BG = 60 \text{ dm}$.

5p b) Demonstrați că măsura unghiului $\angle AGB$ este de 90° .

5p c) Știind că echipa E_1 explorează traseul $G \rightarrow A \rightarrow M \rightarrow G$ iar echipa E_2 explorează traseul $G \rightarrow N \rightarrow C \rightarrow M$, precizați care echipă a parcurs o distanță mai mare.

2. În figura 2 este reprezentată o cutie de ambalaj sub forma cubului $ABCD A' B' C' D'$ în care punctul



O_1 este centrul feței $BCC'B'$ și $AO_1 = 3\sqrt{6} \text{ dm}$.

5p a) Arătați că 240 dm^2 de carton ajung pentru a confecționa cutia, știind că în procesul de fabricație se pierde 10% din cartonul achiziționat.

5p b) Demonstrați că $DC' \parallel (ACO_1)$.

5p c) Demonstrați că $BC' \perp DB'$.

TESTUL 5

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

5p 1. Inversul numărului $n = 2^{-3} + \frac{3}{8} - 6\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{13}$ este ...

5p 2. Numărul natural care împărțit la 8 dă câtul 3 și restul 5 este ...

5p 3. Dacă 20% din a este 10, atunci 40% din a va fi ...

5p 4. Știind că $B \in [AC]$, $AB = 2,5 \text{ cm}$ și $AC = 3 \cdot AB$, lungimea segmentului BC este ... cm.

5p 5. Dacă $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată având toate muchiile congruente, atunci măsura unghiului dintre VA și BC este egală cu ...°.

5p 6. Mediile anuale ale unui elev sunt înscrise în tabelul de mai jos:

Media	8	8,50	9	9,50	10
Frecvența (Numărul mediilor)	3	4	1	4	3

Numărul obiectelor studiate de elev este ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, cubul $ABCD MNPQ$.

2. Fie P produsul primelor zece numere naturale nenule.

5p a) Determinați x, y, z, t știind că $P = 2^{x-1} \cdot 3^{y+1} \cdot 5^z \cdot 7^t$.

5p b) Arătați că numărul P nu este pătrat perfect.

5p 3. Determinați perechile de numere naturale (a, b) cunoscând că $a \cdot b = 96$, iar raportul dintre c.m.m.d.c. (a, b) și c.m.m.m.c. $[a, b]$ este $\frac{1}{6}$.

5p 4. O fermă horticolă a livrat, în trei zile, 1000 kg de struguri. Dacă în primele două zile a livrat 640 kg de struguri iar cantitatea livrată în a doua zi este cu 40 kg mai mare decât dublul cantității livrate în prima zi, aflați ce cantitate a fost livrată în fiecare zi.

5p 5. Demonstrați că $x = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + (2 + \sqrt{3})(3 - 2\sqrt{3}) - \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2}$ este număr rațional.

1. În figura 1 este reprezentată o placă de gresie de formă dreptunghiulară $ABCD$ în care $ABNM$, $BNPC$, $CPQD$ și $AMQD$ sunt trapeze isoscele cu $AB = 4$ dm, $BC = 4\sqrt{3}$ dm, $MN = 2$ dm iar $m(\angle ABN) = 60^\circ$.

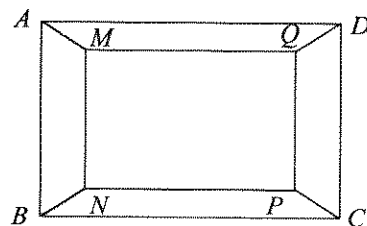


Figura 1

- 5p a) Determinați aria plăcii de gresie.
5p b) Ce procent reprezintă suprafața patrulaterului $MNPQ$ din suprafața plăcii?
5p c) Demonstrați că punctele B , N , Q și D sunt coliniare.
2. În figura 2 este reprezentată perpendiculara VA pe planul pătratului $ABCD$. Punctul E este simetricul punctului A față de punctul B , $VA = 4\sqrt{2}$ cm, iar distanța de la punctul V la dreapta BC are lungimea de $4\sqrt{3}$ cm.
- 5p a) Demonstrați că aria pătratului $ABCD$ este egală cu 16 cm^2 .
5p b) Demonstrați că $EC \parallel \parallel (VBD)$.
5p c) Determinați distanța de la punctul V la dreapta CE .

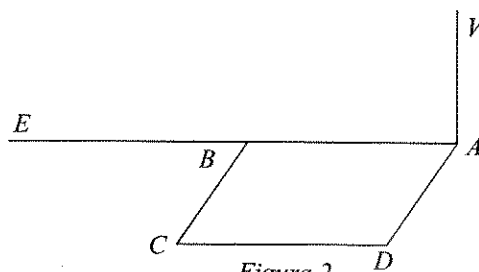


Figura 2

10 VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU LUNA MARTIE

TESTUL 1

Simulare Evaluare Națională 2015

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{8}{3}$ este egal cu ...
- 5p 2. Prețul unui stilou este 20 de lei. După o reducere cu 10%, prețul stiloului va fi ... lei.
- 5p 3. Dacă n este singurul număr natural din intervalul $[n, 8)$, atunci n este egal cu ...
- 5p 4. Punctul O este situat în interiorul triunghiului echilateral ABC astfel încât $AO = BO = CO$. Măsura unghiului AOB este egală cu ...°.
- 5p 5. În figura 1 este reprezentat un cub $ABCD A'B'C'D'$. Suma lungimilor muchiilor care au în comun vârful A este egală cu 36 cm. Lungimea muchiei AB este egală cu ... cm.
- 5p 6. În graficul de mai jos este reprezentată dependența dintre distanța parcursă de un autocar și timpul în care este parcursă această distanță. Distanța parcursă de autocar în 120 de minute este de ... km.

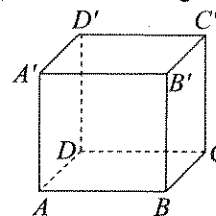
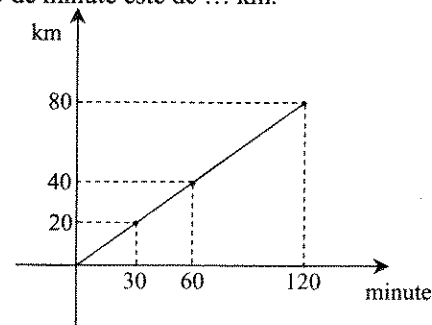


Figura 1



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$.
5p 2. Determinați numerele naturale de trei cifre, de forma $\overline{abc}$, știind că sunt divizibile cu 5 și au suma cifrelor egală cu 22.

5p 3. Un elev citește o carte în două zile. În prima zi el citește 47% din numărul de pagini ale cărții, iar a doua zi citește cele 53 de pagini care au mai rămas. Calculați numărul de pagini ale cărții.

4. Se consideră numerele reale $x = \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ și $y = \sqrt{2} \cdot \left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$.

5p a) Arătați că $x \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{2}) = 4$.

5p b) Calculați $x^2 - y$.

5p 5. Se consideră $E(x) = (x^2 + x + 1)^2 - (x^2 + x)^2 - x^2$, unde x este număr real. Arătați că $E(n)$ este pătrat perfect, pentru orice număr natural n .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 2 este schița unui parc în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 5$ hm și $AD = 3$ hm. Aleile principale din acest parc sunt reprezentate de segmentele EF , DP , DQ , BP și BQ , unde $E \in (AB)$, $F \in (CD)$ astfel încât $AE = CF = 1$ hm, iar segmentele DP și BQ reprezintă drumurile cele mai scurte de la punctele D , respectiv B la dreapta EF .

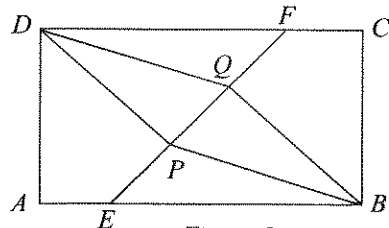


Figura 2

5p a) Calculați lungimea aleii EF .

5p b) Arătați că traseul $E \rightarrow P \rightarrow D$ și aleea EF au aceeași lungime.

5p c) Demonstrați că patrulaterul $DPBQ$ este paralelogram.

2. În figura 3 este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu $VA = 8$ cm și $AB = 8$ cm. Punctele E și F sunt mijloacele segmentelor AB , respectiv BC . Punctul M este situat pe muchia VB astfel încât $EM \perp VB$.

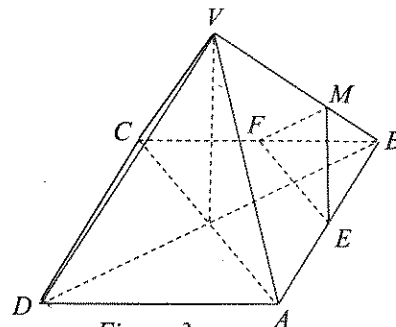


Figura 3

5p a) Calculați aria triunghiului BEF .

5p b) Determinați măsura unghiului format de dreapta VD cu planul (ABC) .

5p c) Demonstrați că muchia VB este perpendiculară pe planul (EMF) .

TESTUL 2

Simulare Evaluare Națională 2014

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

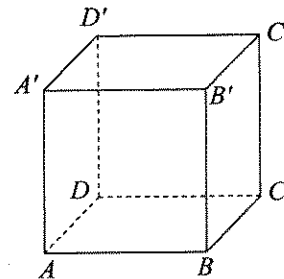
5p 1. Rezultatul calculului $(2^0 + 2^1 + 2^2) : (2^3 - 1)$ este egal cu ...

5p 2. Dacă $\frac{a}{7} = \frac{5}{3}$, atunci numărul $\frac{a+7}{7}$ este egal cu ...

5p 3. Scrisă sub formă de interval, mulțimea $I = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x \leq 3\}$ este egală cu ...

5p 4. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4$ cm, $AC = 6$ cm și $BC = 8$ cm. Dacă M este mijlocul laturii AB și N este mijlocul laturii AC , atunci perimetrul triunghiului AMN este egal cu ... cm.

5p 5. În figura alăturată este reprezentat un cub $ABCD A'B'C'D'$. Măsura unghiului determinat de dreptele AD' și $B'C$ este egală cu ... °.



5p 6. În tabelul de mai jos este dat numărul de elevi din fiecare clasă a VIII-a dintr-o școală, la începutul anului școlar, respectiv la sfârșitul aceluiași an școlar.

Clasa	a VIII-a A	a VIII-a B	a VIII-a C
Număr de elevi			
la începutul anului școlar	24	27	29
la sfârșitul anului școlar	26	25	27

La sfârșitul anului școlar, numărul total al elevilor din clasele a VIII-a ale acestei școli este egal cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC .

5p 2. Determinați numărul natural n , cuprins între 40 și 50, știind că la împărțirea lui prin 6 și prin 8 se obține de fiecare dată restul 1.

5p 3. Matei a cheltuit sâmbătă după amiază două cincimi din suma pe care o avea dimineață. Duminică, după ce a mai cheltuit încă 13 lei, Matei mai are 8 lei din suma inițială. Determinați suma pe care a avut-o Matei sâmbătă dimineață.

4. Se consideră numerele $a = \sqrt{8}$ și $b = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$.

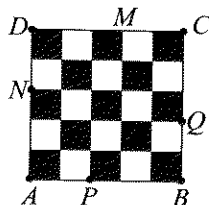
5p a) Verificați dacă $\frac{a+2}{a-2} = b$.

5p b) Arătați că $a < b$.

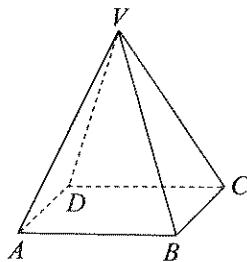
5p 5. Se consideră $E(x) = (1+x)(1-x) + (x+2)^2 - 2(x+2)$, unde x este număr real. Determinați numărul real a pentru care $E(a) = -1$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura alăturată este schița unei table de joc $ABCD$, împărțită în 25 de pătrate colorate în alb sau în negru, fiecare pătrat având latura de 2 cm. Pe marginea tablei de joc sunt alese, ca în figură, punctele P , Q , M și N astfel încât $AP = BQ = CM = DN = 4$ cm.
- 5p a) Calculați perimetrul pătratului $ABCD$.
- 5p b) Arătați că aria tuturor pătratelor albe reprezintă 48% din aria tablei de joc.
- 5p c) Demonstrați că dreptele MP și NQ sunt perpendiculare.



2. În figura alăturată este reprezentat schematic un acoperiș în formă de piramidă patrulateră regulată $VABCD$. Înălțimea piramidei este $VO = 3\sqrt{2}$ m, iar muchia laterală este $VA = 6$ m.
- 5p a) Arătați că $AB = 6$ m.
- 5p b) Determinați măsura unghiului format de planele (VAC) și (VBD) .
- 5p c) Demonstrați că dreptele DM și AN sunt coplanare, știind că M este mijlocul muchiei BV și N este mijlocul muchiei CV .



TESTUL 3

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $5 - 2 \cdot (2 + 3)$ este egal cu ...
- 5p 2. Prețul unei cărți este de 35 de lei. După o reducere cu 20%, prețul cărții va fi ... lei.
- 5p 3. $\sqrt{676}$ este egal cu numărul natural ...
- 5p 4. Un paralelogram $ABCD$ are $m(\angle BAD) = 65^\circ$. Măsura unghiului ABC este egală cu ...°.
- 5p 5. În figura 1 este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată $VABC$ cu baza ABC . Suma tuturor muchiilor piramidei este 15 cm, iar lungimea segmentului AB este 2 cm. Lungimea muchiei VA este egală cu ... cm.
- 5p 6. În diagrama din figura 2 este reprezentată deplasarea unui sportiv la un antrenament. Perioada de timp în care acesta s-a odihnit este egală cu ... minute.

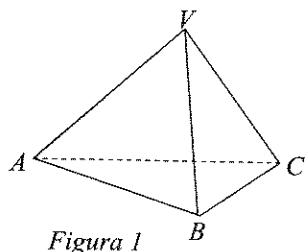


Figura 1

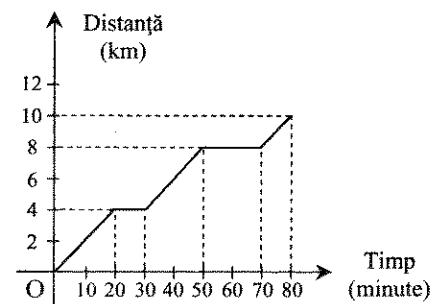


Figura 2

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de piramidă regulată $ABCD A'B'C'D'$ și înălțimea lui, OO' a acestuia.
- 5p 2. Arătați că, pentru orice număr întreg x , numărul $x^2 + 9x + 20$ este egal cu produsul a două numere întregi consecutive.
- 5p 3. Arătați că numărul $a = \left(\frac{2}{5\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{75}} \right) \cdot \sqrt{27}$ este rațional.
- 5p 4. Un teren este reprezentat pe o hartă cu scara 1 : 1000 printr-un pătrat cu latura de 8 mm. Aflați câți metri pătrați are, în realitate, terenul.
5. Se consideră expresia $E(x) = \frac{2x+1}{x-1} : \left(1 - \frac{3x^2}{1-x^2} \right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 \right\}$.
- 5p a) Demonstrați că $E(x) = \frac{x+1}{2x-1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 \right\}$.
- 5p b) Rezolvați în $\mathbb{R}$ inecuația $(2x-1)E(x) > 1,5$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 3 este reprezentat schematic un avion. Se știe că punctele A , M , D , N sunt coliniare, ABC și DEF sunt triunghiuri isoscele cu $m(\angle BAC) = m(\angle EDF) = 120^\circ$, iar M și N sunt mijloacele laturilor BC , respectiv EF .
- 5p a) Arătați că triunghiurile ABC și DEF sunt asemenea.
- 5p b) Arătați că dreptele BC și EF sunt paralele.
- 5p c) Dacă $AM = 6$ m și $DN = 2$ m, calculați anvergura fiecărei aripi a avionului, adică lungimile segmentelor BC și EF .

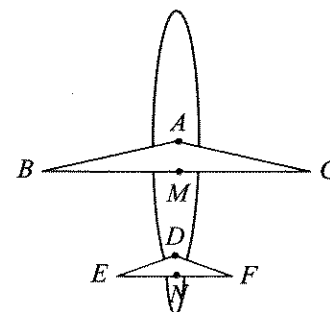


Figura 3

2. În figura 4 este reprezentată o cutie în formă de prismă patrulateră regulată cu baza $ABCD$ și $AB = 20$ cm, $AA' = 10\sqrt{6}$ cm.

- 5p a) Stabiliți dacă în cutie încapă o riglă de 40 de cm.
5p b) Calculați distanța de la punctul A' la dreapta BD .
5p c) Determinați măsura unghiului dintre planele $(A'BD)$ și $(C'BD)$.

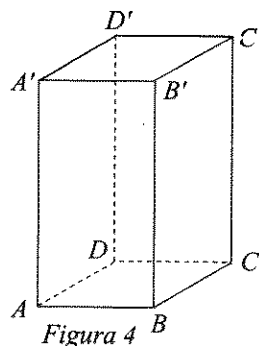


Figura 4

TESTUL 4

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $5 \cdot 0,4 - 12 : 4$ este egal cu ...
5p 2. O optime din lungimea unui drum reprezintă 12 km. Lungimea drumului este egală cu ... km.
5p 3. Cel mare dintre numerele $3\sqrt{2}$ și $2\sqrt{5}$ este numărul ...
5p 4. Un romb $ABCD$ are $AB = 6$ cm și $m(\angle BAC) = 60^\circ$. Aria lui $ABCD$ este egală cu ... cm^2 .
5p 5. În figura 1 este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu baza $ABCD$ și toate muchiile egale. Măsura unghiului dintre dreptele VB și AD este egală cu ...°.
5p 6. În diagrama din figura 2 este prezentată distribuția pe elevi a limbilor străine studiate într-o școală. Numărul p este egal cu ...
Elevi care au certificate recunoscute internațional.

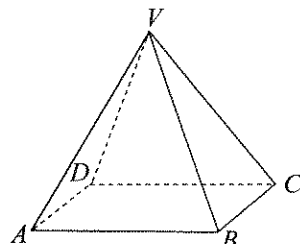
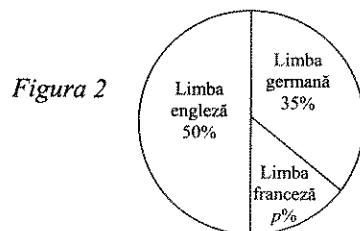


Figura 1



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$.

- 5p 2. Determinați numărul real x , știind că $(2 - \sqrt{3})^2 - (1 - \sqrt{27})^2 + 19 = x\sqrt{3} - x$.
5p 3. Pe un raft din cabinetul de matematică se află tetraedre și cuburi care au, în total, 44 de vârfuri și 38 de fețe. Aflați numărul cuburilor de pe raft.
5p 4. Fie x, y, z trei numere reale astfel încât $x^2 - (y - z)^2 = 10^3$ și $2z - 2x - 2y = -20$. Arătați că numărul $x - y + z$ este egal cu pătratul unui număr natural.

5. Se consideră $E(x) = \frac{x+1}{x^2+1} : \left(\frac{x+3}{4x-4} - \frac{1}{x-1} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x+1} \right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

- 5p a) Arătați că $E(x) = \frac{4x}{x^2+1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.
5p b) Demonstrați că $-2 < E(x) < 2$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 3 este reprezentat un teren în formă de dreptunghi $ABCD$ pe care este construită o clădire cu amprenta la sol dreptunghiul $AEFG$. Se știe că $AB = 60$ m, $BC = 45$ m, $2BE = AE$ și $DG = \frac{1}{3}AD$.

- 5p a) Arătați că aria suprafeței hașurate este egală cu 15 dam^2 .
5p b) Determinați care este numărul maxim de mașini care pot fi parcate pe teren, știind că pentru a parca o mașină este nevoie, în medie, de o suprafață dreptunghiulară cu lungimea de 5 m și lățimea de 4 m.
5p c) Arătați că punctele A , F și C sunt coliniare.

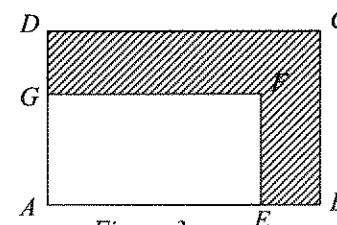


Figura 3

2. În figura 4 este reprezentat un turn format dintr-o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ și un tetraedru regulat $VA'B'C'$. Se știe că $AB = 6$ m, $AA' = 30$ m, $VO \perp (ABC)$, $O \in (ABC)$ și $VO \cap (A'B'C') = \{O'\}$.

- 5p a) Arătați că $VO = 2(15 + \sqrt{6})$ m.
5p b) Determinați cosinusul unghiului dintre dreapta VA' și planul (ABC) .
5p c) Calculați distanța de la punctul O' la planul $(VB'C')$.

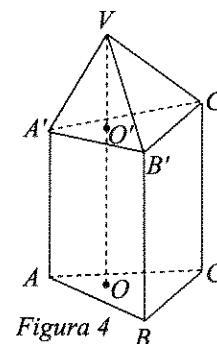


Figura 4

TESTUL 5

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Media aritmetică a numerelor 7,3 și 3,7 este numărul ...
- 5p 2. Numărul submulțimilor cu cel mult două elemente ale mulțimii $\{0, 1, 2\}$ este ...
- 5p 3. Dacă $9a^2 - 4b^2 = 12$ și $3a - 2b = 2$, atunci $3a + 2b$ este egal cu ...
- 5p 4. Perimetrul trapezului isoscel $ABCD$ în care $AB \parallel CD$, $AB = 6$ cm, $CD = 2$ cm și $m(\angle ABC) = 60^\circ$ este egal cu ... cm.
- 5p 5. Dacă $ABCD A'B'C'D'$ este un cub având lungimea muchiei de 6 cm, atunci aria triunghiului ACB' este egală cu ... cm^2 .
- 5p 6. În tabelul alăturat sunt reprezentate notele obținute la proba de matematică a Evaluării Naționale de către cei 120 de elevi ai unei școli.

Nota	[5-6)	[6-7)	[7-8)	[8-9)	[9-10]
Număr de elevi	5	30	42	25	a

Conform tabelului, valoarea numărului a este ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$.
- 5p 2. Suma a trei numere naturale este egală cu 53. Aflați numerele, știind că două sunt numere impare consecutive și al treilea este cel mai mic număr prim de două cifre având cifre distincte.
- 5p 3. Dacă a, b, c sunt numere raționale pozitive astfel încât $\frac{a+3b}{2a+5b} = \frac{5}{9}$ și $\frac{3b+c}{b+4c} = \frac{10}{7}$, calculați valoarea raportului $\frac{a+b-c}{3a-b+c}$.
- 5p 4. Dacă $a = (\sqrt{7} + 2)^{-1} + (\sqrt{7} - 2)^{-1}$, demonstrați că $a \in \left[\frac{5}{3}, 2\right]$.
5. Se consideră expresia $E(x) = (x+5)^2 + 2(x+5)(x-2) + (x-2)^2$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Demonstrați că $E(x) = (2x+3)^2$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați valorile întregi ale numărului t pentru care $E(t)$ are cea mai mică valoare posibilă.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 1 este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ de centru O , în care $AB = 6\sqrt{3}$ cm iar $AO = 6$ cm. Notăm cu M simetricul punctului O față de punctul B și cu S punctul de intersecție dintre dreptele AB și CM .

- 5p a) Demonstrați că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
- 5p b) Determinați lungimea segmentului SB .
- 5p c) Determinați perimetrul triunghiului ACM .

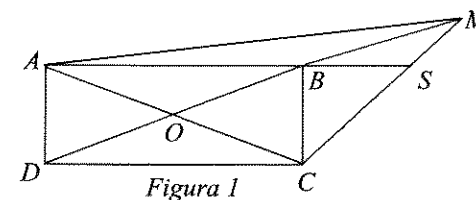


Figura 1

2. În figura 2 este reprezentată o casetă publicitară având forma unei piramide triunghiulare regulate $SABC$, cu vârful S și baza ABC . Pentru stabilitate, structura metalică este întărită cu două vergele metalice de lungime minimă $[AM]$ și $[AN]$, $M \in [SC]$ și $N \in [SB]$.

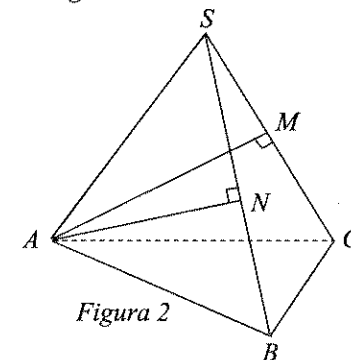


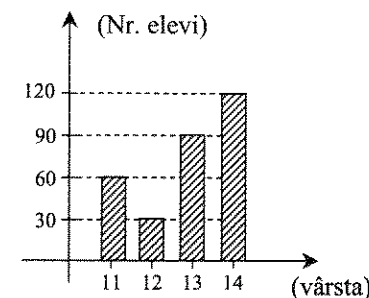
Figura 2

- 5p a) Dacă $SA = 130$ cm și $AB = 100$ cm, determinați suprafața reclamei SBC .
- 5p b) Demonstrați că $MN \parallel (ABC)$.
- 5p c) Demonstrați că $SC \perp (AMB)$.

TESTUL 6

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Suma numerelor naturale prime, mai mici ca zece, este egală cu ...
- 5p 2. Valoarea lui x din proporția $\frac{0,8}{x-1} = \frac{4}{5}$ este $x = \dots$
- 5p 3. Probabilitatea ca un număr de forma $\overline{a12}$ să fie divizibil cu 3 este egală cu ...
- 5p 4. Catetele unui triunghi dreptunghic au lungimile egale cu 5 cm, respectiv $2\sqrt{6}$ cm. Lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei va fi egală cu ... cm.
- 5p 5. Dacă suma lungimilor muchiilor paralelipipedului dreptunghic $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ este egală cu 60 cm, atunci suma lungimilor muchiilor care pornesc din vârful A va fi egală cu ... cm.
- 5p 6. Diagrama alăturată reprezintă distribuția elevilor unei școli pe grupe de vârstă. Conform diagramei, numărul elevilor școlii este egal cu ...

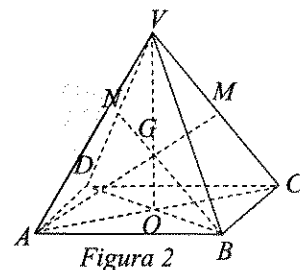
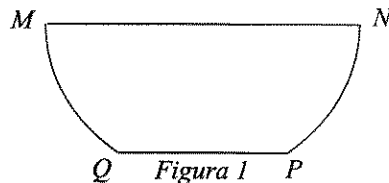


Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un tetraedru regulat $VABC$.
- 5p 2. Calculați media geometrică a divizorilor proprii ai numărului 8.
- 5p 3. Un turist a parcurs în prima zi 18 km, iar a doua zi $\frac{3}{5}$ din distanța rămasă. Știind că mai are de parcurs 25% din distanța inițială, aflați lungimea drumului.
4. Se consideră expresia $E(x) = (2x + 1)^2 - 2(x - 1)^2 + (1 - x)(x + 3)$, unde $x \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Arătați că $E(x) = (x + 3)^2 - 7$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Aflați valorile reale ale lui x pentru care expresia este minimă.
- 5p 5. Determinați $k \in \mathbb{Z}$ pentru care numărul $a = \frac{k}{2 + \sqrt{2}} - (2 - \sqrt{2})^2 - \sqrt{(3 + \sqrt{8})^2}$ este număr întreg.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

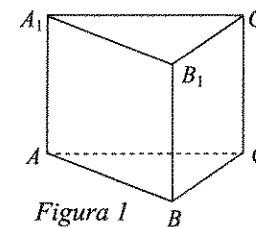
1. În figura 1 este reprezentată podeaua unui balcon, în care arcele $\widehat{MQ}$ și $\widehat{NP}$ aparțin unui cerc de diametru MN . Se știe că $MN = 12$ m, $m(\widehat{MQ}) = m(\widehat{NP}) = 60^\circ$.
- 5p a) Demonstrați că $QP = 6$ m.
- 5p b) Determinați lungimea conturului podelei.
- 5p c) Determinați câți metri pătrați de gresie se vor cumpăra pentru a acoperi balconul, știind că se cumpără cu 10% mai mult decât necesarul. Aproximați rezultatul, prin adaos, la un număr întreg de metri pătrați.
2. În figura 2 este reprezentată o piramidă patrulateră regulată $VABCD$, în care O este centrul bazei $ABCD$, $G \in [VO]$, $VG = 2GO$, $AG \cap VC = \{M\}$, $BG \cap VD = \{N\}$.
- 5p a) Demonstrați că N este mijlocul muchiei VD .
- 5p b) Demonstrați că $(MON) \parallel (ABV)$.
- 5p c) Determinați măsura unghiului dintre dreptele AC și MN .



TESTUL 7

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Rădăcina pătrată a numărului 81 este numărul ...
- 5p 2. Într-o clasă cu 28 de elevi sunt 16 fete. Probabilitatea ca la oră să fie ascultat un băiat este egală cu ...
- 5p 3. Soluțiile reale ale inecuației $2x < 8$ sunt reprezentate de intervalul ...
- 5p 4. Complementul unghiului cu măsura de $25^\circ 30'$ este unghiul având măsura de ...
- 5p 5. În figura 1 este reprezentată o prismă triunghiulară regulată $ABCA_1B_1C_1$. Dacă $AB = 12$ cm iar $CC_1 = 6$ cm, atunci distanța de la A_1 la dreapta BC este egală cu ... cm.
- 5p 6. Aflați într-un parc de distracții, Andrei și George au efectuat câte 10 aruncări la țintă. Dacă lovirea țintei poate aduce 6, 8 sau 10 puncte, iar rezultatul efectuării celor 10 aruncări este cuprins în tabelul de mai jos, atunci numărul total al punctelor obținute de Andrei este egal cu ...



	Lovituri de 6 puncte	Lovituri de 8 puncte	Lovituri de 10 puncte	Lovituri ratate (0 puncte)
Andrei	5	1	2	2
George	3	5	1	1

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, piramida patrulateră regulată $SPACE$, cu vârful S și baza $PACE$.
- 5p 2. Aflați media aritmetică a numerelor $a = \sqrt{12} + \sqrt{3}$ și $b = \frac{15}{\sqrt{3}}$.
- 5p 3. Împărțind numerele 76 și 93 la același număr natural de o cifră, obținem resturile 1, respectiv 3. Aflați împărțitorul.
4. Fie a, b, c trei numere naturale direct proporționale cu 3, 5 respectiv 7.
- 5p a) Demonstrați că $a + c = 2b$.
- 5p b) Aflați numerele, știind că $a^2 - b^2 + c^2 = 297$.
- 5p 5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x+5} - \frac{3}{x-5} + \frac{24}{x^2-25} \right) : \frac{1-x^2}{x^2-6x+5}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-5, -1, 1, 5\}$. Demonstrați că $E(x) = \frac{1}{x+5}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-5, -1, 1, 5\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 2 reprezintă schița unui teren agricol în formă de pătrat $ABCD$ împărțit în două parcele dreptunghiulare $ABMN$ și $CDNM$. Parcela $ABMN$ are suprafața de 180 m^2 și este cultivată cu roșii, iar parcela $CDNM$ are suprafața de 220 m^2 și este cultivată cu ardei.

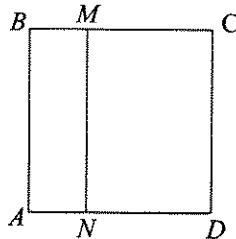


Figura 2

- 5p a) Demonstrați că lungimea laturii terenului agricol este de 20 m.
- 5p b) Ce cantitate de ardei se va recolta, dacă de pe fiecare metru pătrat se obțin 6,5 kg de ardei?
- 5p c) Câte procente reprezintă suprafața cultivată cu roșii din totalul terenului agricol?

2. Tetraedrul regulat $ABCD$ din figura 3 reprezintă acoperișul unui turn. Se știe că $AB = 12 \text{ m}$.

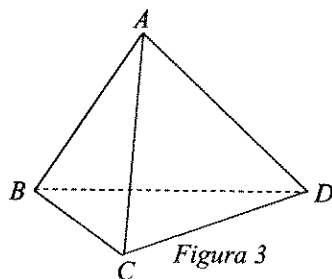


Figura 3

- 5p a) Calculați suprafața acoperișului (aria laterală a piramidei $ABCD$).
- 5p b) Aflați distanța de la punctul B la fața (ACD).
- 5p c) Determinați cosinusul unghiului dintre fețele (ABD) și (ACD).

TESTUL 8

Subiectul I. Pe foaia de examen completați cu rezultatul corect. (30 puncte)

- 5p 1. Calculând $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 6 - 1$, vom obține rezultatul ...
- 5p 2. Valoarea lui x pentru care $\{6, 8\}$ direct proporțional cu $\{3, x\}$ este $x = \dots$
- 5p 3. Probabilitatea ca, alegând un număr de două cifre, acesta să fie pătrat perfect este egală cu ...
- 5p 4. Un trapez are lungimile bazelor egale cu 10 cm, respectiv 16 cm. Lungimea liniei mijlocii a trapezului este egală cu ... cm.
- 5p 5. În figura 1 este reprezentată piramida triunghiulară regulată $STAR$, având vârful S . Dacă suma lungimilor tuturor muchiilor este egală cu 48 cm iar $AT = 6 \text{ cm}$, atunci lungimea muchiei laterale AS este egală cu ... cm.

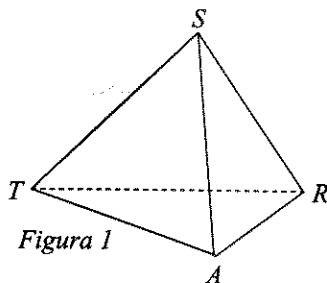


Figura 1

- 5p 6. Situația apelurilor primite de serviciul de Ambulanță pe parcursul a 24 de ore este redată în tabelul următor:

Interval orar	(0, 8]	(8, 16]	(16, 24]
Număr apeluri	40	20	120

Conform tabelului, în intervalul (0, 8] s-au primit ... apeluri.

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

- 5p 2. Dacă $x + y = 3$, calculați media aritmetică a numerelor x^2 , y^2 și $2xy$.

- 5p 3. După ce a parcurs $\frac{2}{5}$ din lungimea drumului, un turist constată că mai are de parcurs 3 km pentru a ajunge la jumătatea drumului. Care este lungimea drumului?

- 5p 4. Determinați lungimea segmentului MN , cunoscând $M(-2, 1)$ și $N(1, 5)$.

- 5p 5. a) Verificați egalitatea $x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x + 1)(x + 2)$, pentru orice număr real x .

- 5p b) Arătați că raportul $\frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{2 + x(x + 3)}$ reprezintă un număr întreg, pentru orice $x \in \mathbb{Z} \setminus \{-2, -1\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 2 reprezintă un perete dreptunghiular $MNPQ$ pe care este expus un tablou dreptunghiular $ABCD$. Tabloul este fixat pe perete prin intermediul cuiului S , situat la 35 cm față de PQ , și al unei sfîri de 130 cm fixată de capetele A și D ale tabloului. Cunoaștem: $PN = 230 \text{ cm}$, distanța dintre dreptele paralele BC și MN este egală cu 80 cm, lungimea segmentului AB este egală cu 90 cm, iar distanțele de la AB și CD la QM , respectiv PN , sunt egale cu 100 cm.

- 5p a) Arătați că $AD = 120 \text{ cm}$.
- 5p b) Aflați suprafața peretelui (în metri pătrați).
- 5p c) Cât la sută reprezintă suprafața tabloului din suprafața peretelui?

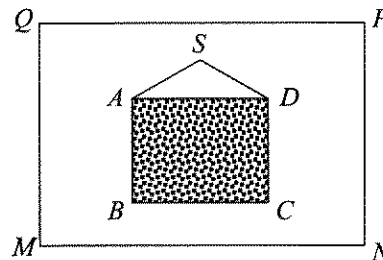


Figura 2

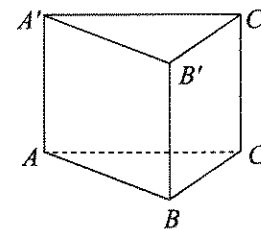


Figura 3

2. Figura 3 reprezintă un suport de creioane sub forma unei prisme triunghiulare regulate $ABCA'B'C'$. Înălțimea suportului este de 12 cm, iar aria laterală a suportului este egală cu 288 cm^2 .

- 5p a) Arătați că lungimea laturii bazei este egală cu 8 cm.
5p b) Determinați unghiul dintre planele $(A'B'C')$ și (ABC) .
5p c) Un creion are un capăt în punctul A și celălalt capăt este mijlocul laturii $B'C'$. Demonstrați că lungimea creionului nu depășește 14 cm.

TESTUL 9

Subiectul I. Pe foaia de examen completați cu rezultatul corect. (30 puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $0,62 \cdot 10 - 5,7$ este egal cu ...
5p 2. 4 veverițe își vor termina rezerva de alune în 10 zile. 5 veverițe vor termina aceeași rezervă în ... zile.
5p 3. Cardinalul mulțimii $A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ și } \frac{3}{x} \in \mathbb{Z} \right\}$ este egal cu ...
5p 4. Aria unui dreptunghi este egală cu 48 cm^2 , iar lungimea unei laturi este egală cu 3 cm. Calculând lungimea celeilalte laturi, vom obține ... cm.
5p 5. În figura 1 este reprezentată prisma patrulateră regulată $ABCDMNPO$. Dacă $AB = 6 \text{ cm}$ iar $AN = 10 \text{ cm}$, aria laterală a prisme este egală cu ... cm^2 .

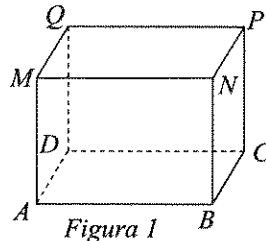


Figura 1

- 5p 6. Tabelul următor cuprinde numărul elevilor care au împrumutat cărți de la biblioteca școlii în decursul unei săptămâni.

Ziua	L	Ma	Mi	J	V
Număr de elevi	100	50	40	68	102

Conform tabelului, numărul elevilor care au împrumutat cărți în ziua de joi este egal cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, piramida regulată $SPION$, având vârful S .
5p 2. Arătați că numărul $a = 3(1 + \sqrt{8}) - 2(\sqrt{18} - 5)$ este număr natural.

- 5p 3. Suma vârstelor părinților lui Ionel este de 85 ani. La nașterea lui Ionel, mama sa avea 27 ani, iar tatăl 30 ani. Ce vârstă are acum Ionel?
4. Se consideră mulțimea $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x - 1| \leq 2015\}$.
5p a) Determinați cardinalul mulțimii M .
5p b) Determinați produsul elementelor mulțimii M .
5p 5. Calculați $x^2 + \frac{1}{x^2}$, știind că $x - \frac{1}{x} = 3$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 2 reprezintă un colț de spațiu verde sub forma triunghiului dreptunghic ABC , $m(\angle A) = 90^\circ$, împărțit în trei parcele pe care s-au plantat violete, zambile și narcise. Cunoaștem: $AB = 12 \text{ m}$, $AC = 16 \text{ m}$, $BM = 6 \text{ m}$, $MN = 4 \text{ m}$.
5p a) Determinați perimetrul terenului plantat cu flori.
5p b) Determinați distanța de la M la AB .
5p c) Ce procent reprezintă suprafața plantată cu zambile din totalul suprafeței plantate cu celelalte tipuri de flori?
2. Figura 3 reprezintă o piramidă triunghiulară regulată $VABC$ de vârf V . Lungimea muchiei laterale este egală cu 7 cm, iar lungimea înălțimii piramidei este egală cu 1 cm.
5p a) Determinați lungimea laturii bazei.
5p b) Determinați cosinusul unghiului format de o muchie laterală cu planul bazei.
5p c) Demonstrați că $VA \perp BC$.

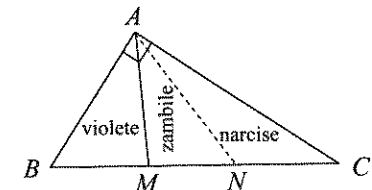


Figura 2

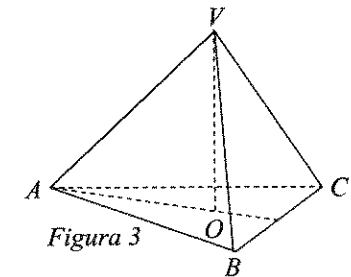


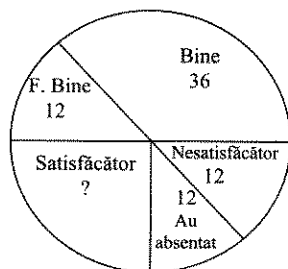
Figura 3

TESTUL 10

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- 5p 1. Scris cu cifre, numărul douăzeci și șapte de miimi este ...
5p 2. O acțiune la bursă valora 1600 de lei. Din cauza crizei economice, acțiunile au scăzut cu 10%. Acum o acțiune valorează ... lei.
5p 3. Cel mai mic număr de forma $x16$, care este divizibil cu 3, este ...
5p 4. Dacă $ABCD$ este trapez isoscel cu $AB \parallel CD$, atunci $(AC - 2) - (BD - 5) = \dots$
5p 5. Diagonala unui cub este de 6 cm. Muchia cubului este de ... cm.

- 5p 6. Diagrama de mai jos prezintă calificativele obținute de elevii tuturor claselor a IV-a din școală, la un test la matematică. Numărul elevilor care au obținut satisfăcător este



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- 5p 1. Desenați pe foaia de examen un trunchi de piramidă patrulateră regulată $ABCD A' B' C' D'$.
- 5p 2. La casieria unui cinematograful se face monetarul: 232 de bilete a 4 lei, 84 de bilete a 3 lei și 34 de bilete a 2 lei. Ce sumă s-a încasat?
- 5p 3. La un concurs *Cine știe câștigă!*, primești 2 puncte pentru un răspuns corect și pierzi 5 puncte pentru un răspuns greșit. După 20 de întrebări, Adrian are 19 puncte. Câte răspunsuri corecte a dat Adrian?
- 5p 4. Dacă $a^2 - b^2 = 39$ și $a - b = 3$, calculați $a + b$.
- 5p 5. Calculați media geometrică a numerelor $a = \sqrt{(2\sqrt{5} - 6)^2}$ și $b = 2\sqrt{5} + 6$.
- 5p 6. Verificați egalitatea $1 + (x^2 + x + 3)(x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 2)^2$, oricare ar fi numărul real x .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Pe o parcelă de pământ, lucrătorii de la „Spații verzi” au realizat un aranjament floral, reprezentat schematic în figura 1. Dreptunghiul $ABCD$ are perimetrul de 10 m și pe el s-au plantat trandafiri, iar cele 4 semicercuri au raza de 1 m și pe ele s-au plantat fire de frezie.
- 5p a) Calculați suprafața cultivată cu trandafiri.
- 5p b) Calculați suprafața aranjamentului floral.
- 5p c) Ajung 15 m de panglică pentru a înconjura aranjamentul floral ($\pi < 3,15$)?

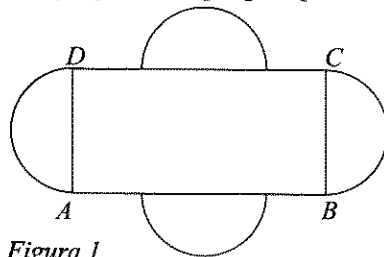


Figura 1

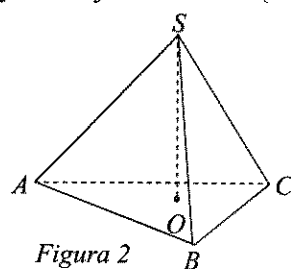


Figura 2

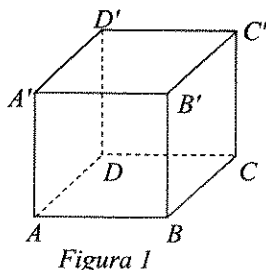
2. $SABC$ este o piramidă triunghiulară regulată cu muchia bazei $AB = 8\sqrt{3}$ dm și înălțimea $SO = 3$ dm, ca în figura 2.
- 5p a) Determinați aria laterală a piramidei.
- 5p b) Pentru vopsirea suprafeței laterale a piramidei se folosesc 600 g de vopsea. Câte grame de vopsea se folosesc pentru vopsirea bazei?
- 5p c) Fie $T \in SA$ astfel încât aria triunghiului BTC este minimă. Calculați MT , unde M este mijlocul muchiei $[BC]$.

55 DE VARIANTE DE SUBIECTE DUPĂ MODELUL M.E.C.S.

TESTUL 1

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $20 - 10 : 5 + 5$ este egal cu ...
2. Dacă $\frac{x}{12} = \frac{5}{4}$, atunci numărul $3x - 40$ este egal cu ...
3. Dacă trei caiete costă 7,20 lei, atunci un caiet costă ... lei.
4. Un triunghi echilateral ABC are perimetrul egal cu 12,6 m. Lungimea laturii AB este egală cu ... m.
5. În figura 1 este reprezentat un cub $ABCD A'B'C'D'$. Dacă aria totală a cubului este egală cu 96 cm^2 , atunci $AB = \dots \text{ cm}$.
6. În tabelul de mai jos sunt trecute rezultatele obținute în urma măsurării înălțimii fiecărui elev dintr-o clasă:



Înălțimea (în cm)	< 150	151-160	161-170	171-180	> 180
Număr de elevi	2	3	4	18	7

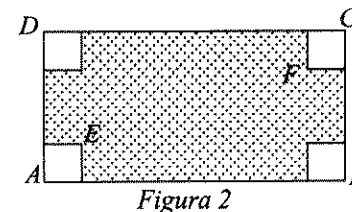
Numărul elevilor din clasă cu înălțimea mai mare de 1,6 m este egal cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

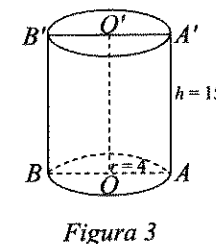
1. Desenați, pe foaia de examen, un con drept de vârf V , având ca bază un disc de diametru AB .
2. Determinați mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2 + x| = 5\}$.
3. Bursa lunară a unui elev este mai mică decât 450 lei cu tot atâtia lei cât ar primi peste 450 lei, dacă i s-ar dubla suma. Care este bursa elevului?
4. Arătați că numărul $a = (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) - \sqrt{72} - (3 - \sqrt{2})^2$ este întreg.
5. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$. Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției f cu axele Ox și Oy ale unui reper cartezian xOy .
6. Fie $E(x) = \frac{x}{x^3 + x^2} : \frac{(x+2)(2x-1) - x(x+3) + 1}{(2x+2)(3x-3)}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$. Arătați că $E(x) = \frac{6}{x(x+1)}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 2 este schița unui teren, în formă de dreptunghi $ABCD$, cu $AB = 100 \text{ m}$ și $BC = 50 \text{ m}$. În fiecare colț al terenului este câte o casă având amprenta la sol un pătrat cu latura de 10 m. Pe suprafața rămasă s-a semănat gazon.
 - a) Aflați aria suprafeței însămânțate cu gazon.
 - b) Câte kilograme de semințe de gazon ne trebuie pentru a însămânța un teren de 4600 m^2 , știind că pentru fiecare metru pătrat sunt necesare 30 g de semințe?
 - c) Calculați lungimea segmentului EF .



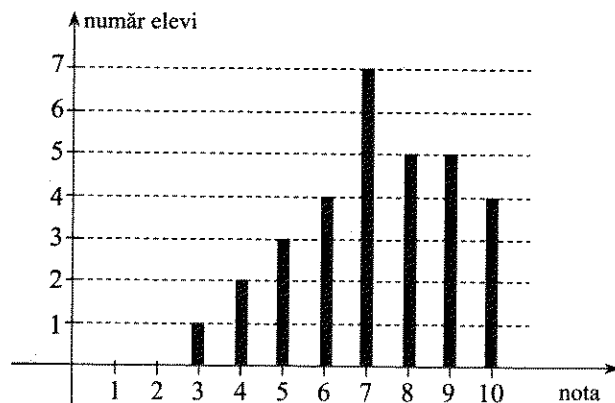
2. O cutie cu suc are forma unui cilindru circular drept cu raza bazei de 4 cm și înălțimea de 15 cm (Figura 3).
 - a) Arătați că în cutie încap 750 ml de suc.
 - b) Calculați aria laterală a cutiei.
 - c) O cutie de carton, în formă de paralelipiped dreptunghic, are cele mai mici dimensiuni posibile pentru a cuprinde 24 de cutii de suc grupate în 4 rânduri de câte 6 cutii. Determinați aria totală și volumul cutiei de carton.



TESTUL 2

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $-2^2 + 4 \cdot (-3)$ este egal cu ...
2. Dacă $a = 250$, atunci 30% din a este egal cu ...
3. Dintr-o clasă cu 12 băieți și 18 fete se alege, la întâmplare, un elev. Probabilitatea ca elevul ales să fie băiat este egală cu ...
4. Lungimea diagonalei unui pătrat cu perimetrul de 24 cm este egală cu ... cm.
5. Un cilindru circular drept are raza bazei de 8 cm și înălțimea de 10 cm. Aria laterală a cilindrului este de ... cm^2 .
6. Rezultatele elevilor unei clase la teza de matematică sunt reprezentate în graficul de mai jos. Numărul elevilor din clasă care au luat peste 7 este egal cu ...



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de piramidă patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$.
- Rezolvați ecuația $x - \frac{x-1}{2} = 2, x \in \mathbb{R}$.
- Aflați cel mai mic număr natural care împărțit la numerele 15, 30 și 45 dă, de fiecare dată, un cât diferit de zero și restul 13.
- Dacă $x \in \mathbb{R}^*$, astfel încât $x + \frac{1}{x} = 4$, atunci aflați valoarea sumei $x^2 + \frac{1}{x^2}$.
- Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 6$.
 - Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .
 - Calculați $P = f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(99) \cdot f(100)$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Într-un țarc în formă de triunghi dreptunghic ABC , cu catetele de 30 m și 40 m, se află o girafă. Țarcul este împrejmuit cu un gard din lemn, având înălțimea de 1,5 m. Girafa ajunge să pască iarba dinăuntru țarcului, precum și din afara țarcului până la o depărtare de 2 m de gard (figura 1).
 - Aflați sinusul celui mai mic unghi al triunghiului ABC .
 - Determinați suprafața gardului.
 - Calculați aria suprafeței maxime de pe care girafa poate să pască iarbă.

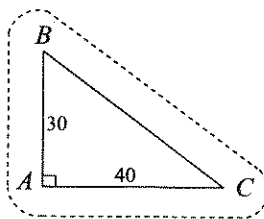


Figura 1

- Un stâlp VO este susținut în poziție verticală de un postament metallic de forma unei piramide triunghiulare regulate $ABCD$, $D \in VO$, $VO \perp (ABC)$ (figura 2). Se știe că $AB = 3$ m, $DM = 1$ m (M este mijlocul lui BC) și $VD = 9DO$.

- Arătați că $DO = 0,5$ m.
- Aflați înălțimea stâlpului.
- Calculați tangenta unghiului format de dreapta DA cu solul (planul (ABC)).

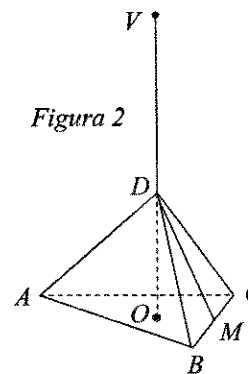


Figura 2

TESTUL 3

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $10 \cdot 0,23 + 1,7$ este egal cu ...
- Dacă $\frac{2}{x} = \frac{y}{7}$, atunci numărul $xy - 20$ este egal cu ...
- Cel mai mic multiplu comun al numerelor 18 și 24 este ...
- Aria unui cerc cu diametrul de 14 cm este egală cu ... cm^2 .
- Aria laterală a unei prisme patrulateră regulate cu toate muchiile egale este 64 cm^2 . Lungimea uneia dintre muchiile prisme este egală cu ... cm.
- Fiecare elev dintr-o clasă participă la unul (și numai unul) dintre următoarele cercuri: matematică (M), sport (S), literatură (L), istorie (I). În tabelul de mai jos este prezentată distribuția elevilor clasei:

Cerc	M	S	L	I	Total
Număr de elevi	6	10	5	4	25

Dacă numărul elevilor care participă la cercul de matematică este $p\%$ din total, atunci $p = \dots$

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, o sferă de centru O .
- Determinați mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x-4}{2} < x \leq 5-x \right\}$.
- Într-un bloc sunt 18 apartamente cu două sau trei camere, în total 42 de camere. Câte apartamente cu două camere sunt în bloc?
- Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (m-3)x + 2m$, unde $m \in \mathbb{R}$.

- a) Determinați m , știind că punctul $A(1, 0)$ aparține graficului funcției f (raportat la un sistem de coordonate xOy).
- b) Pentru $m = 1$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .
5. Fie $E(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Arătați că $E(x) - \frac{4}{x-2} \in \mathbb{N}^*$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Un grădinar are un teren în formă de pătrat cu latura de 12 m. El a împărțit terenul în patru pătrate egale și în fiecare dintre aceste pătrate a înscris câte un cerc, în interiorul căruia a sădit flori. Pe suprafața rămasă, grădinarul a înșămânțat iarbă (figura 1).

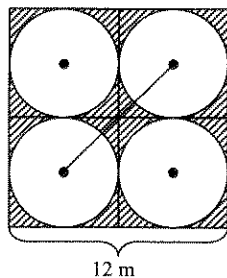


Figura 1

2. Se consideră un trunchi de piramidă patrulateră regulată $ABCD A' B' C' D'$, cu $AB = 20$ cm, $A' B' = 16$ cm și $OO' = 18$ cm (figura 2).

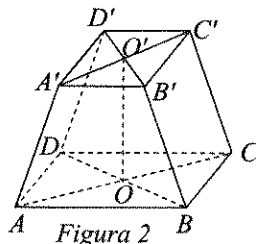


Figura 2

- a) Calculați apotema trunchiului.
- b) Aflați volumul trunchiului.
- c) Determinați volumul piramidei din care provine trunchiul.

TESTUL 4

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ este egal cu ...
2. Dacă prețul unui calculator, în valoare de 1800 lei, se reduce cu 10%, atunci el devine egal cu ... lei.
3. Dacă $3x = 7y$, atunci valoarea raportului $\frac{y}{x}$ este egală cu ...
4. Un paralelogram $ABCD$ are latura AB de 6 cm și latura BC cu 3 cm mai mare decât AB . Perimetrul lui $ABCD$ este egal cu ... cm.

5. În figura 1 este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Dacă suma lungimilor muchiilor sale este de 48 cm, atunci perimetrul triunghiului $AD'C$ este egal cu ... cm.
6. În tabelul de mai jos este înregistrată evoluția temperaturii medii din Moldova în cinci luni consecutive. Diferența dintre cea mai scăzută și cea mai ridicată temperatură este de ... °C.

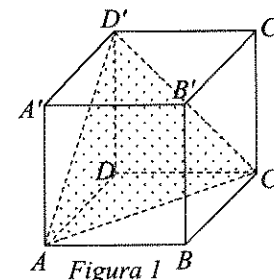


Figura 1

Luna	nov.	dec.	ian.	feb.	mar.
Temperatura medie (°C)	0	-3	-9	-5	+8

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată $SABC$.
2. Fie $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, astfel încât $a + b = 20$ și $c + d = 30$. Calculați $ac + ad + bc + bd$.
3. Un călător parcurge un drum în trei zile. În prima zi, el parcurge $\frac{1}{3}$ din drum, a doua zi parcurge $\frac{1}{4}$ din drumul rămas, iar a treia zi face ultimii 18 km. Ce lungime are drumul?
4. Fie expresia $E(x) = \left(\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} - 1 \right) : \left(\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x^2 - 9} \right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -3, \frac{1}{2}, 3 \right\}$.
- a) Arătați că $E(x) = \frac{5}{2x-1}$.
- b) Determinați $a \in \mathbb{Z}$, știind că $E(a) \in \mathbb{Z}$.
5. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - 2x$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 6$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor celor două funcții, raportate la același sistem de coordonate xOy .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. O sală de dans a fost pavată cu gresie, realizându-se modelul din figura 2. În centru este un cerc cu raza de 10 m, care este înscris într-un pătrat $ABCD$. Pe laturile acestui pătrat, în exterior, sunt patru triunghiuri echilaterale ale căror vârfuri ajung în colțurile sălii.
- a) Calculați lungimea cercului din centrul sălii.
- b) Aflați aria pătratului $ABCD$.
- c) Arătați că suprafața sălii de dans are mai puțin de 1500 m².

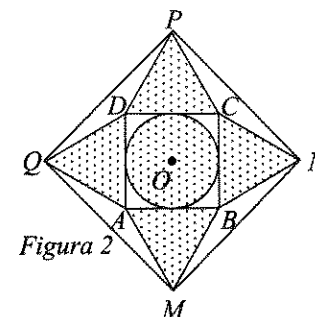
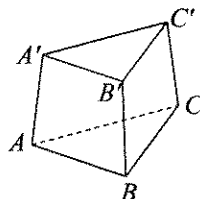


Figura 2

2. O bomboană de ciocolată are forma unui trunchi de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$. Se știe că

$$AB = 4 \text{ cm}, A'B' = 3 \text{ cm} \text{ și } AA' = \frac{\sqrt{39}}{3} \text{ cm}.$$

- Arătați că înălțimea trunchiului este egală cu 2 cm.
- Calculați volumul trunchiului de piramidă.
- Aflați masa bomboanei, știind că densitatea ciocolatei este $1,3 \text{ g/cm}^3$. (Se va folosi aproximarea $\sqrt{3} \approx 1,7$.)



TESTUL 5

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $\left(\frac{5}{4} + 0,75\right) : 2$ este egal cu ...
- Un tricou costă 80 de lei. Dacă prețul lui ar crește cu 20%, atunci tricoul ar costa ... lei.
- Un biciclist, care merge cu viteza de 20 km/h, parcurge în 2 ore și 30 de minute o distanță de ... km.
- Perimetrul unui romb cu diagonalele de 8 cm și 6 cm este egal cu ... cm.
- Raza unei sfere are lungimea de 4 cm. Aria sferei este egală cu ... cm^2 .
- În tabelul de mai jos sunt trecute rezultatele elevilor unei clase la un test de matematică. Media clasei este egală cu ...

Număr elevi	2	4	4	5	5	5	2	3
Nota	3	4	5	6	7	8	9	10

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ și diagonala unei fețe laterale.
- Un elev are de rezolvat niște probleme de matematică într-un anumit interval de timp. Dacă ar rezolva câte 4 probleme pe zi, i-ar rămâne 7 probleme nerezolvate, iar dacă ar rezolva câte 6 probleme pe zi, i-ar rămâne o singură problemă nerezolvată. Câte probleme trebuie să rezolve elevul?
- Fie $x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât $2x - 3y = -5$ și $4x^2 - 9y^2 = 20$. Determinați $2x + 3y$.
- Fie numerele $a = 2 - \sqrt{3}$ și $b = 2 + \sqrt{3}$. Calculați diferența dintre media lor aritmetică și media lor geometrică.
- Fie funcția $f: [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 1$.
 - Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .

- Aflați distanța dintre punctele cu abscisele $x_1 = -2$ și $x_2 = 3$, situate pe graficul funcției f .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Un fermier are un teren agricol în formă de trapez dreptunghic $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $m(\angle A) = 90^\circ$), $AB = 3 \text{ hm}$, $CD = 150 \text{ m}$, $AD = 0,2 \text{ km}$ (figura 1). Terenul este cultivat cu grâu.
 - Calculați perimetrul terenului.
 - Câte hectare are lotul fermierului?
 - Fermierul obține 5,6 t de grâu la hectar. Care este profitul fermierului, dacă el vinde grâul cu 60 de bani kilogramul, iar cheltuielile pentru obținerea recoltei sunt de 1500 lei la hectar?

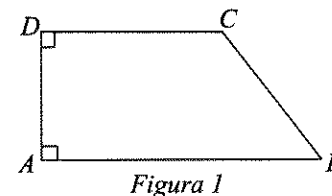


Figura 1

- Maria și-a confecționat, dintr-o bucată de carton în formă de sector de cerc, un coif în formă de con circular drept (figura 2). Se știe că generatoarea conului este cu 4 cm mai mică decât triplul razei cercului, iar înălțimea cu 4 cm mai mare decât diametrul bazei.
 - Arătați că raza bazei conului are lungimea de 10 cm iar generatoarea sa este de 26 cm.
 - Calculați aria laterală a conului.
 - Arătați că unghiul sectorului de cerc, $\angle AVA'$, este mai mic de 140° .

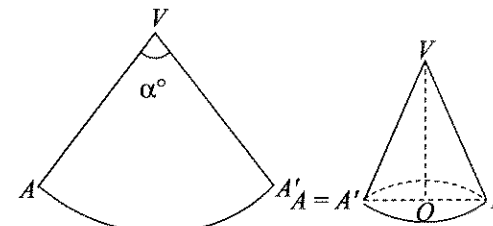


Figura 2

TESTUL 6

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $(4 + 3 \cdot 6) : (5 + 6)$ este egal cu ...
- Calculând 50% din 240, se obține numărul ...
- Dacă Ioana a cumpărat o pâine de 2,50 lei și 3 kilograme de cartofi de 2,40 lei (kilogramul), atunci ea a plătit suma de ... lei.
- Raza unui cerc cu lungimea de $180\pi \text{ dm}$ este egală cu ... dm.
- În figura 1 este desenată o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$. Dacă $AB = 4 \text{ cm}$ și $AA' = 4\sqrt{3}$, atunci măsura unghiului format de $A'B$ cu planul (ABC) este egală cu ... $^\circ$.

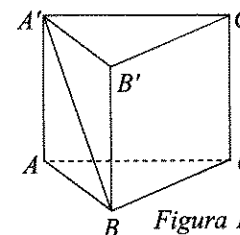
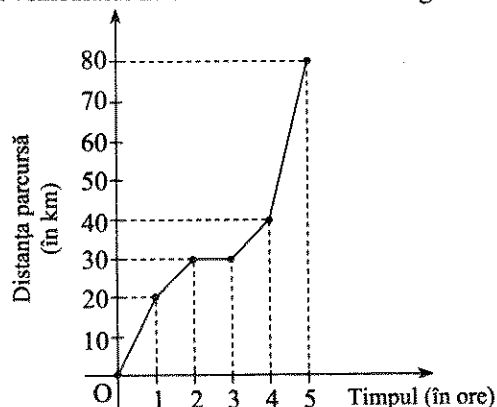


Figura 1

6. În figura de mai jos este reprezentat graficul deplasării unui vehicul pe parcursul a 5 ore. Viteza medie a vehiculului în ultimele două ore este egală cu ... km/h.



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un tetraedru regulat $ABCD$.
2. Trei copii, Andrei, Barbu și Călin, au împreună 22 de mere. Aflați câte mere are fiecare dintre ei, știind că Barbu are de două ori mai multe mere decât Andrei, iar Călin are cu 3 mere mai puțin decât Barbu.
3. Arătați că numărul $x = (\sqrt{2} + \sqrt{72}) : (\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{32})$ este rațional.
4. Simplificați fracția $\frac{12x^2 - 3}{4x^2 - 4x + 1}$ prin $2x - 1$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.
5. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = mx + n$, unde $m, n \in \mathbb{R}$.
 - a) Determinați m și n , știind că punctele $A(1, 3)$ și $B(2, 4)$ aparțin graficului funcției f (raportat la un sistem de coordonate xOy).
 - b) Pentru $m = 1$ și $n = 2$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Un teren are forma unui romb $ABCD$. Terenul este împrejmuit cu un gard cu lungimea de 600 m. Distanța dintre dreptele AB și CD este de 32 m (figura 2).
 - a) Aflați lungimea segmentului AB .
 - b) Arătați că suprafața terenului este mai mică de 0,5 ha.
 - c) Calculați aria cercului înscris în $ABCD$.

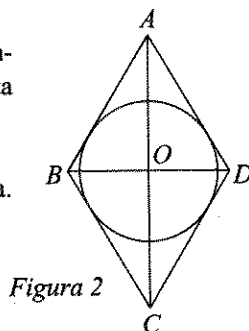


Figura 2

2. În figura 3 este reprezentată o casă: $ABCD A' B' C' D'$ este o prismă patrulateră regulată cu dimensiunile $AB = 10$ m și $AA' = 5$ m, iar $SMNPQ$ este o piramidă patrulateră regulată, $A' \in (SM)$, $B' \in (SN)$, $C' \in (SP)$, $D' \in (SQ)$, $(MNP) \parallel (A' B' C')$, $SM = MN = 12$ m.

- a) Arătați că $MN \parallel A' B'$.
- b) Calculați aria acoperișului (aria laterală a piramidei $SMNPQ$).
- c) Aflați înălțimea casei (distanța de la S la planul (ABC)).

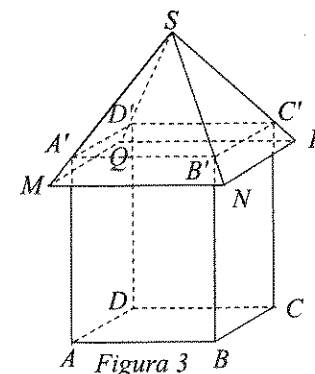


Figura 3

TESTUL 7

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $3^3 + (-2)^2 - 30$ este egal cu ...
2. Cel mai mic număr întreg din intervalul $(-21, 19)$ este ...
3. Dacă 3 kilograme de mere costă 9 lei, atunci 7 kilograme de mere costă ... lei.
4. Un dreptunghi are aria egală cu 240 cm^2 și lungimea de 80 cm. Perimetrul dreptunghiului este egal cu ... cm.
5. Un con circular drept are raza bazei $R = 4$ cm și generatoarea $G = 6$ cm. Aria laterală a conului este egală cu ... cm^2 .
6. Variația cursului de schimb euro-leu dintr-o săptămână este arătată în figura 1: luni $\rightarrow$ 1 euro = 4,3 lei, marți $\rightarrow$ 1 euro = 4,2 lei etc. Diferența dintre cotația maximă și cea minimă a unui euro (în săptămâna considerată) este egală cu ... lei.

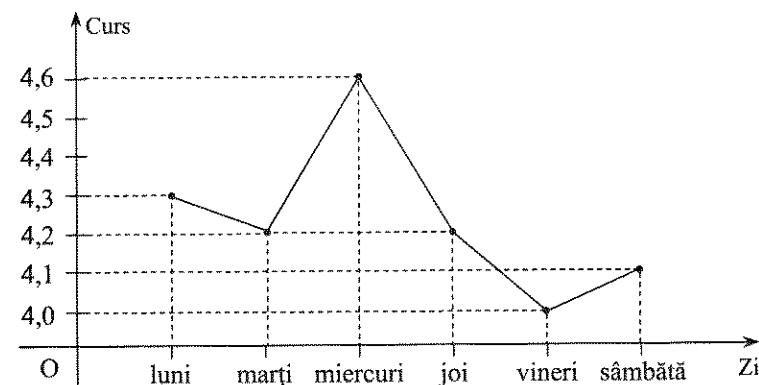


Figura 1

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un cilindru circular drept având înălțimea OO' .
2. Suma a două numere naturale este 48. Aflați numerele, știind că, împărțind unul dintre numere la celălalt, obținem câtul 3 și restul 4.
3. Fie mulțimea $A = \left\{-1; \sqrt{1\frac{7}{9}}; 2; 3,14; \pi; \sqrt{50}\right\}$. Determinați $A \cap \mathbb{N}$ și $A \cap \mathbb{Q}$.
4. Rezolvați ecuația $\frac{x-1}{2} + \frac{2x+1}{3} = 1 - \frac{2x+1}{6}, x \in \mathbb{R}$.
5. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4 - x$ și xOy un sistem de coordonate în plan.
 - a) Reprezentați grafic funcția f .
 - b) Aflați distanța de la O la graficul funcției f .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 2 este schița unei camere în formă de dreptunghi $ABCD$ și a unui balcon $ENPF$. Se cunosc: $AB = 6$ m, $BC = 10$ m, $CF = FQ = ME = EB = 2$ m, arcul FP este un sfert din cercul cu centrul Q și raza QF , iar arcul NE este un sfert din cercul cu centrul M și raza ME .
 - a) Calculați aria camerei $ABCD$.
 - b) Arătați că $MNPQ$ este pătrat.
 - c) Aflați aria balconului $ENPF$.

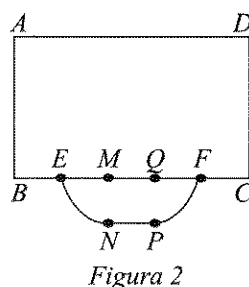


Figura 2

2. O vază pentru flori are forma unei prisme triunghiulare regulate $ABCA'B'C'$, cu dimensiunile $AB = 12$ cm și $AA' = 30$ cm (figura 3).
 - a) Calculați aria laterală a vazei.
 - b) Stabiliți dacă în vază încap 2 litri de apă.
 - c) Punem în vază o crizantemă astfel încât doar 40% din lungimea tijei florii să fie în vază: $A'M = 40\%FM$ (presupunem că tija este dreaptă, iar M este mijlocul lui $[BC]$). Determinați lungimea florii.

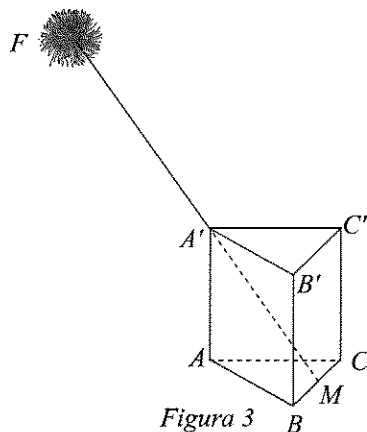
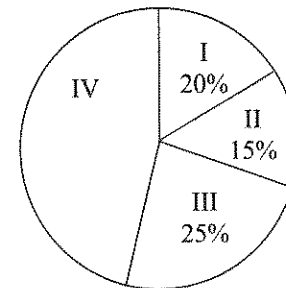


Figura 3

TESTUL 8

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} - 3$ este egal cu ...
2. Numărul numerelor întregi din intervalul $(-6, 4)$ este egal cu ...
3. Într-o clasă cu 25 de elevi, 20% din numărul elevilor sunt băieți. Numărul fetelor din clasă este egal cu ...
4. Aria unui triunghi ABC , cu $AB = AC = 10$ cm și $BC = 12$ cm, este egală cu ... cm².
5. Un con circular drept are generatoarea $G = 13$ cm și raza bazei $R = 5$ cm. Înălțimea conului are lungimea de ... cm.
6. O firmă trebuia să construiască un drum de 10 km în 4 luni. În diagrama alăturată este prezentat procentul din lucrare realizat în fiecare din cele patru luni. Numărul kilometrilor finalizați în ultima lună este egal cu ...



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$.
2. Pentru a confecționa 4 bluze și 3 rochii, s-au folosit 17 m de material, iar pentru a confecționa 3 bluze și 2 rochii (de același fel) s-au folosit 12 m de material. Câți metri de material s-au folosit pentru confecționarea unei bluze?
3. Determinați elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x - 1| \leq 3\}$.
4. Considerăm expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2}\right) : \frac{x^2+4}{x^2-x-2}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$.
 - a) Arătați că $E(x) = \frac{x+1}{x+2}$.
 - b) Rezolvați ecuația $4E(x) = 3$.
5. Fie funcția $f: \{-2, -1, 0, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$. Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 1 este reprezentată o fereastră $ABCDE$: $ABCD$ este un dreptunghi, cu $AB = 2$ m și $BC = 1$ m, ADE este triunghi echilateral, arcul AE aparține cercului cu centrul în D și raza 1, iar arcul ED aparține cercului cu centrul în A și raza 1.
 - a) Calculați înălțimea ferestrei (distanța de la E la BC).

- b) Aflați lungimea arcului AE .
c) Determinați aria ferestrei și arătați că aceasta este mai mare de $2,5 \text{ m}^2$.

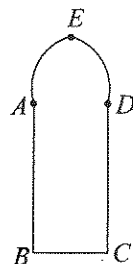


Figura 1

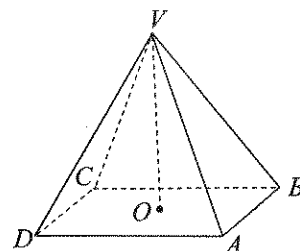


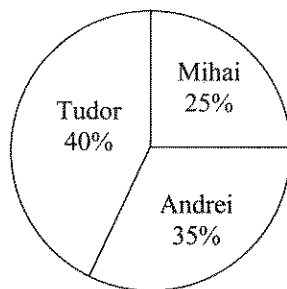
Figura 2

2. Un mușuroi de furnici are forma unei piramide patrulaterale regulate $VABCD$, cu latura bazei $AB = 2 \text{ m}$ și înălțimea $VO = 1,5 \text{ m}$ (figura 2).
a) Calculați aria laterală a piramidei $VABCD$.
b) Determinați tangenta unghiului format de planul (VAB) cu planul bazei (ABC) .
c) Aflați câte furnici încap în mușuroi, știind că o furnică are nevoie de un spațiu de 125 mm^3 .

TESTUL 9

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $0,1(6) \cdot 12$ este egal cu ...
2. Dacă $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ și $B = \{-2, -1, 2, 5\}$, atunci suma elementelor mulțimii $A \cap B$ este egală cu ...
3. Se aruncă un zar. Probabilitatea ca pe fața de sus a zarului să fie un număr mai mic sau egal cu 4 este egală cu ...
4. Aria unui trapez cu baza mare de 8 cm, baza mică de 6 cm și înălțimea de 4 cm este egală cu ... cm^2 .
5. O piramidă patrulateră regulată are aria laterală egală cu 120 dm^2 . Aria unei fețe laterale este egală cu ... dm^2 .
6. Într-o clasă cu 20 de elevi, s-au făcut alegeri pentru desemnarea reprezentantului clasei în consiliul elevilor pe școală. Rezultatele sunt sintetizate în figura alăturată. Câștigătorul a fost votat de ... colegi.



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată $VABCD$, cu baza $ABCD$ și apotema VM , $M \in AB$.
2. La un concurs de șah, primii trei clasauți au obținut împreună 35 de puncte. Primul

concurrent are cu un punct mai mult decât al doilea, iar al treilea are cu jumătate de punct mai puțin decât al doilea. Câte puncte are fiecare dintre cei trei concurenți?

3. Rezolvați inecuația $(\sqrt{5} - 2)x > \sqrt{20} - 4$, $x \in \mathbb{R}$.

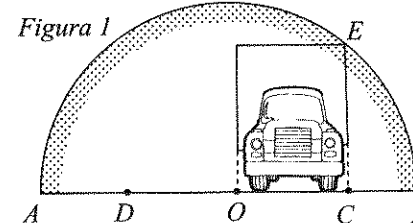
4. Arătați că $\frac{2x+6}{x^2+4x+3} = \frac{2}{x+1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -1\}$.

5. Care este probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$, acesta să fie divizibil cu 5?

6. Reprezentați grafic funcția $f: [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$, într-un sistem de coordonate xOy .

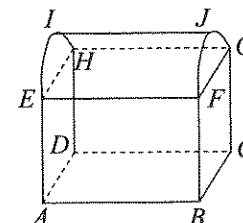
Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 1 este reprezentat un tunel rutier și un camion. Tunelul are, în secțiune, forma unui semicerc cu diametrul $AB = 10 \text{ m}$. În tunel sunt două benzi de circulație, $OC = OD = 4 \text{ m}$ (O fiind mijlocul lui AB).



- a) Calculați lungimea segmentului BC .
b) Aflați lungimea semicercului AB .
c) Stabiliți dacă un camion cu lățimea de 4 m și înălțimea de 2,95 m poate trece prin tunel, circulând pe una dintre benzi.

2. În figura 2 este reprezentat un cufăr în formă de paralelipiped dreptunghic cu capacul de forma unei jumătăți de cilindru. Se știe că $AB = 2 \text{ m}$, $BC = 1 \text{ m}$ și $AE = 2 \text{ m}$.



- a) Calculați volumul cufărului.
b) Stabiliți dacă undița bunicului, care are 3,2 m lungime încapă în cufăr.
c) Aflați de câtă vopsea este nevoie pentru a vopsi cufărul (în exterior), știind că pentru 1 m^2 este nevoie de $0,2 \text{ l}$ de vopsea (aproximăm π cu 3,14).

TESTUL 10

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $(-2,8) : (-0,7) + 12 : 2$ este egal cu ...
2. Dacă $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ și $B = \{1, 2, 3\}$, atunci produsul elementelor mulțimii $A \cup B$ este egal cu ...
3. Cel mai mare divizor comun al numerelor 48 și 56 este ...

4. Podeaua unei camere are forma unui dreptunghi cu dimensiunile $L = 8$ m și $\ell = 5$ m. Un covor care acoperă 80% din suprafața ei are aria egală cu ... m².
5. Un trunchi de con circular drept are razele bazelor $R = 8$ cm și $r = 4$ cm, iar înălțimea $H = 3$ cm. Generatoarea trunchiului are lungimea de ... cm.
6. În figura de mai jos este prezentat tabelul unei dependențe funcționale. Valoarea sumei $a + b + c$ este ...

x	-3	-2	-1	0	1	2
$y = 2x - 3$	-9	a	b	-3	c	1

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă hexagonală regulată $VABCDEF$.
2. De pe două loturi, având împreună 206 ha, s-a strâns recolta de cartofi, obținându-se de pe fiecare lot câte 19 t la hectar. Aflați aria fiecărui lot, știind că de pe primul s-au obținut cu 608 t de cartofi mai mult decât de pe celălalt.
3. Rezolvați sistemul de ecuații $\begin{cases} 3x + y = -2 \\ -5x - 3y = 2 \end{cases}$, $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
4. Fie expresia $E(x) = (x + 1)^2 + 2(x - 7) + 1$, $x \in \mathbb{R}$. Arătați că $E(x) = (x - 2)(x + 6)$.
5. Fie $a = \frac{1}{\sqrt{5} - 2} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$. Arătați că $a \in (\sqrt{19}, \sqrt{21})$.
6. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - 2x$. Rezolvați inecuația $f(x) + 4 < f(2x)$, $x \in \mathbb{R}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Un teren în formă de trapez $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $m(\angle A) = m(\angle B) = 45^\circ$, $AB = 80$ m și $CD = 40$ m, este cultivat cu roșii și ardei, după cum se vede în figura 1 (MN este linia mijlocie a trapezului).
- a) Arătați că gardul care împrejmuiește terenul are lungimea mai mică de 180 de metri.
- b) Aflați lungimea lui MN .
- c) Determinați aria suprafeței cultivate cu roșii și aria suprafeței cultivate cu ardei.
2. O piesă metalică, obținută prin alăturarea unui con, a unui cilindru și a unei semisfere, este reprezentată în figura 2. Se știe că $VE = 16$ cm, $VO = 5$ cm și $BC = 6$ cm.
- a) Determinați lungimea înălțimii cilindrului, OO' și lungimea generatoarei conului, VA .
- b) Calculați aria piesei.
- c) Aflați volumul piesei.

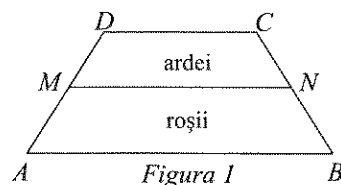
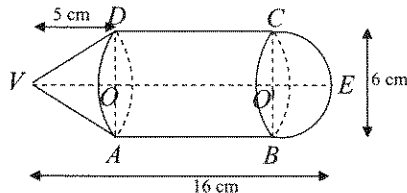


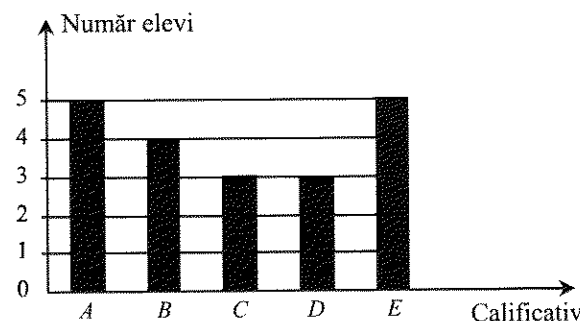
Figura 2



TESTUL 11

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $4 \cdot 5 - 3 + 9$ este ...
2. Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $2x - 4 \leq 0$ este intervalul ...
3. Ultima cifră a numărului 106^{1006} este ...
4. $ABCD$ este paralelogram, iar O este intersecția diagonalelor sale. Dacă aria paralelogramului este de 30 cm², atunci aria triunghiului BOC este de ... cm².
5. O prismă triunghiulară regulată are toate muchiile de lungime 4 cm. Volumul prisme este de ... cm³.
6. Elevii unei clase primesc pentru realizarea unui proiect la geografie calificative: A, B, C, D, E . Rezultatele lor sunt prezentate în graficul de mai jos. Calificativele A, B, C, D sunt considerate satisfăcătoare. Dacă elevii care au obținut calificative satisfăcătoare reprezintă $p\%$ din numărul total de elevi, atunci $p = \dots$



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un con circular drept având înălțimea VO .
2. Numerele naturale a și b sunt direct proporționale cu 2 și 5.
- a) Determinați p , astfel încât $a = p\%b$.
- b) Dacă $3a + b = 44$, atunci calculați valoarea numărului $5a - b$.
3. Se consideră expresia $P(x) = x^3 - 4x^2 + ax + b$, unde $a, b, x \in \mathbb{R}$.
- a) Determinați a și b , știind că $P(1) = -3$ și $P(-1) = 7$.
- b) Dacă $a = -6$ și $b = 6$, descompuneți în produs de trei factori $P(x) + 9x - 6$.
4. În raport cu reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1, 2)$ și $N(3, 0)$. Aflați coordonatele simetricului punctului M față de punctul N .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Dintr-o foaie de tablă în formă de dreptunghi $ABCD$, cu $AB = 40$ cm, $BC = 20$ cm, se taie 8 discuri cu raza de 5 cm (figura 1).

- Care este aria unui disc?
- Aflați distanța dintre centrele a două discuri tangente.
- Determinați aria suprafeței rămase după îndepărtarea celor 8 discuri.

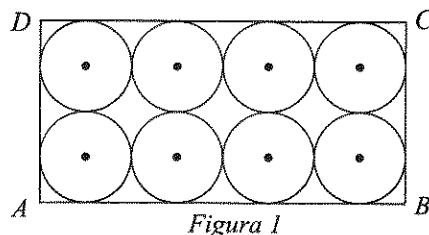


Figura 1

- Exteriorul și interiorul unui recipient din aluminiu au forma unor prisme patrulaterale regulate cu lungimile bazelor de 16 cm, respectiv 15 cm și înălțimile de 30 cm, respectiv 25 cm (figura 2).
 - Calculați aria totală a recipientului.
 - Determinați capacitatea recipientului.
 - Aflați masa recipientului, știind că densitatea aluminiului este de $2,7 \text{ g/cm}^3$.

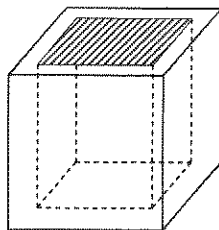
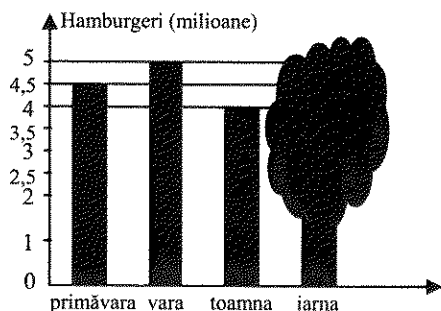


Figura 2

TESTUL 12

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : 0, (3) - 2,5$ este ...
- Media geometrică a numerelor 60 și 135 este ...
- Cel mai mic număr $x = \overline{2ab2}$, care se divide cu 36, este ...
- Măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri adiacente suplementare este ...°.
- Tetraedrul ABCD are volumul de 123 cm^3 , iar aria triunghiului BCD este de 41 cm^2 . Distanța de la punctul A la planul (BCD) este de ... cm.
- În figura de mai jos este prezentată situația vânzărilor de hamburgeri pentru un lanț de magazine fast-food. Din păcate, ultima bară este acoperită de o pată. Dacă numărul de hamburgeri vânduți toamna reprezintă 25% din total, atunci numărul hamburgerilor vânduți iarna este egal cu ... milioane.



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați un paralelipiped dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$.
- Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x - 1| \leq 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid -1 \leq 2 - x \leq 5\}$. Determinați $A \cap B$.
- Rezolvați inecuația $x(1 - \sqrt{2}) \geq 4 - 2\sqrt{8}$, $x \in \mathbb{N}$.
- Dacă într-o sală se așază câte un elev într-o bancă, rămân șase elevi în picioare. Dacă se așază câte doi elevi într-o bancă, iar într-o bancă se așază unul singur, rămân patru bănci libere.
 - Câte bănci sunt în clasă?
 - Câți elevi sunt în clasă?
- Trasați graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (2x + 1)^2 - (2x - 3)(2x + 3) - 4(x + 2)$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- În figura 1 este o pizza circulară, cu diametrul de 24 cm. Pizza este tăiată în felii, care au forma unor sectoare de cerc, fiecare având unghiul la centru de 45° .
 - Câte felii se obțin?
 - Care este aria unei felii?
 - Pizza este ambalată într-o cutie cu baza un pătrat de latură ℓ (cm). Aflați valoarea minimă a lui ℓ .
- Un fermier a construit un rezervor de apă cu forma și dimensiunile din figura 2 (partea de sus este o prismă patrulateră regulată, cu latura bazei de 6 m și înălțimea 4 m, iar cea de jos este o piramidă patrulateră regulată cu înălțimea de 4 m).
 - Ce înălțime are rezervorul?
 - Care este aria capacului ABCD al rezervorului?
 - Pentru a feri rezervorul de coroziune, suprafața exterioară trebuie vopsită. Câți litri de vopsea sunt necesari, știind că pentru acoperirea unui metru pătrat este nevoie de $0,5 \text{ l}$ de vopsea?

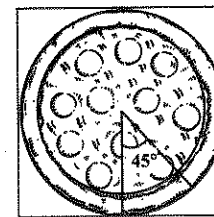


Figura 1

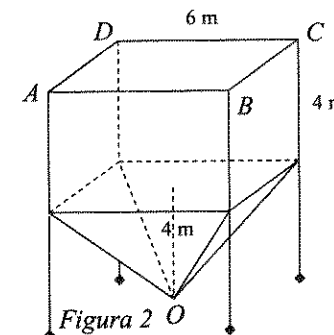


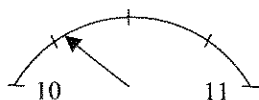
Figura 2

TESTUL 13

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Suma divizorilor naturali ai numărului 12 este ...

2. Dacă ecuația $mx + 2 = 3$ are soluția $x = 1$, atunci $m = \dots$
3. Dacă $\frac{5}{a} = \frac{b}{10}$ ($a, b \in \mathbb{R}^*$), atunci $a \cdot b = \dots$
4. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = \dots$
5. O prismă patrulateră regulată are aria laterală de 48 cm^2 și aria totală de 80 cm^2 . O latură a unei baze a prisme are lungimea de $\dots \text{ cm}$.
6. În diagrama de mai jos este prezentat cadranul unui aparat de măsură. Știm că valoarea indicată de săgeată este unul dintre elementele $\{10, 1; 10, 15; 10, 25; 10, 3; 10, 8\}$. Acest număr este egal cu $\dots$

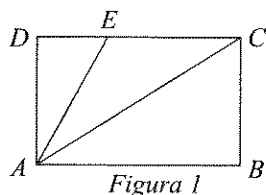


Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de con circular drept având înălțimea OO' .
2. Mihai a adormit la 14:45 și s-a trezit la 16:15. Câte secunde a dormit Mihai?
3. Un elev are la fizică patru note, iar media aritmetică a acestora este 5. Ce notă ar mai trebui să ia elevul pentru a obține media 6? (Nu se fac rotunjiri!)
4. Considerăm mulțimea $A = \{-1; \sqrt{2}; 1, (4); \frac{1}{3}; \sqrt{12}; \pi; -\sqrt{0,01}\}$. Care dintre mulțimile $A \cap \mathbb{Q}$ și $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$ are mai multe elemente?
5. Rezolvați ecuația $(x^2 - 4)(9 - x^2) = 0$, unde $x \in \mathbb{Z}$.
6. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -\frac{4}{3}x + 4$ și xOy un reper cartezian în plan. Notăm cu A și B punctele în care graficul funcției f intersectează axele de coordonate. Determinați lungimea segmentului AB .

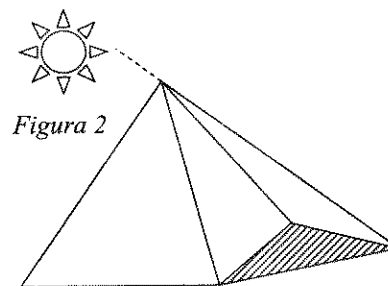
Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Bunica lui Matei a făcut o plăcintă cu mere, al cărei blat are forma unui dreptunghi $ABCD$, cu $AB = 20\sqrt{3} \text{ cm}$ și $BC = 20 \text{ cm}$. Matei a tăiat plăcinta în trei felii: ADE , AEC și ACB , astfel încât $m(\angle DAE) = m(\angle EAC)$. El a mâncat felia AEC și felia ADE a dat-o fratelui său Vasile (figura 1).



- a) Arătați că $m(\angle BAC) = 30^\circ$.
- b) Demonstrați că $AE = EC$.
- c) Arătați că felia lui Matei a fost de două ori mai mare decât cea a lui Vasile.

2. Una dintre cele șapte minuni ale lumii antice este piramida lui Keops, care a fost construită pentru a servi drept mormânt acestui faraon. Terminată în jurul anului 2560 î.e.n., ea are forma unei piramide patrulaterale regulate cu înălțimea $h = 150 \text{ m}$ și latura bazei $\ell = 200 \text{ m}$ (aceste date sunt rotunjite pentru simplificarea calculului; dimensiunile reale sunt $h = 138 \text{ m}$ și $\ell = 227 \text{ m}$) (figura 2).

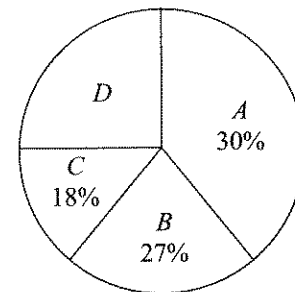


- a) Care este lungimea muchiei laterale a piramidei?
- b) Aflați câte tone cântărește piramida, știind că 1 m^3 de piatră (materialul de construcție folosit) cântărește 2,5 t.
- c) Să presupunem că razele soarelui cad perpendicular pe o latură a bazei piramidei și fac cu pământul un unghi de 45° . Care este aria umbrei piramidei?

TESTUL 14

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. $(2\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18}) : \sqrt{2} = \dots$
2. Probabilitatea ca, aruncând un zar, să obținem un număr par este $\dots$
3. Suma inverselor primelor trei numere naturale nenule este $\dots$
4. Aria unui triunghi ABC , cu $AB = AC = 5 \text{ cm}$ și $BC = 6 \text{ cm}$, este $\dots \text{ cm}^2$.
5. Un cilindru circular drept are ca secțiune axială un pătrat cu latura de 4 cm . Volumul cilindrului este de $\dots \text{ cm}^3$.
6. În diagrama de mai jos este reprezentată repartizarea culturilor pe un teren de 120 ha . Suprafața cultivată cu floarea-soarelui este de $\dots \text{ ha}$.



A = porumb
 B = grâu
 C = secară
 D = floarea-soarelui

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați o prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$.
2. În Canada, 90% din populație vorbește engleza, iar 80% din populație vorbește franceza. Aflați ce procent din populație vorbește ambele limbi, știind că fiecare canadian cunoaște cel puțin una dintre cele două limbi.

3. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $4x^2 + 3x = 1$.

4. Fie $E(x) = \left(\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} - 1 \right) : \left(\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x^2 - 9} \right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -3; \frac{1}{2}; 3 \right\}$.

a) Arătați că $E(x) = \frac{5}{2x-1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -3; \frac{1}{2}; 3 \right\}$.

b) Determinați numerele reale x pentru care $E(x) \leq 0$.

5. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$. Calculați produsul:

$$P = f\left(-\frac{2011}{2}\right) \cdot f\left(-\frac{2009}{2}\right) \cdot \dots \cdot f\left(\frac{2013}{2}\right).$$

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Pe o hartă, cu scara 1 : 10 000, este desenat un sistem de coordonate xOy , cu originea într-un punct O , axa Oy având direcția S-N. Pe hartă sunt însemnate pozițiile a două corăbii A și B . Ștefan, folosind o riglă și un raportor, a găsit: $OA = 40$ cm, $OB = 30$ cm, $m(\angle AOy) = 60^\circ$ și $m(\angle BOy') = 30^\circ$ (figura 1).

a) Determinați distanța reală de la portul O la corabia A .

b) Aflați coordonatele punctelor A și B în raport cu sistemul de coordonate xOy .

c) Aflați distanța reală dintre corăbiile A și B .

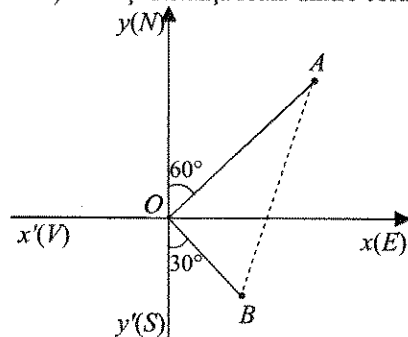


Figura 1

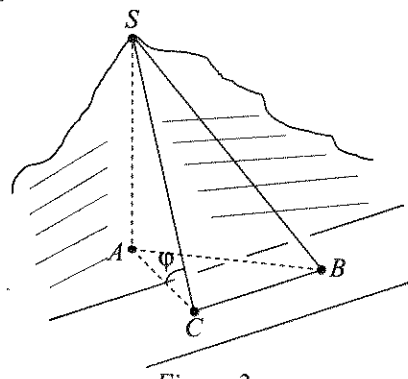


Figura 2

2. Pe un teren orizontal se măsoară o porțiune de drum BC , de lungime 200 m. Alături de drum se află un deal, al cărui vârf S este văzut din punctul C sub un unghi $\varphi = 60^\circ$ față de orizont (vezi figura 2). Vârful S se proiectează pe planul drumului în A . Segmentul BC formează cu razele vizuale duse din extremitățile segmentului la punctul A unghiurile $\angle ACB = 60^\circ$ și $\angle ABC = 30^\circ$ (figura 2).

a) Determinați lungimile segmentelor AC și AB .

b) Aflați înălțimea dealului (SA).

c) Calculați unghiul format de dreapta SB cu planul orizontal.

TESTUL 15

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $(64 - 32 : 8) : 6$ este egal cu ...

2. Media aritmetică a numerelor 6, 10 și 11 este ...

3. Cel mai mare dintre numerele $a = 7\sqrt{3}$ și $b = 2\sqrt{37}$ este ...

4. Diagonala BD a unui romb $ABCD$ cu $AB = 4$ cm și $m(\angle A) = 60^\circ$ are lungimea de ... cm.

5. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub cu latura de 6 cm. Distanța de la B la $A'C$ este egală cu ... cm.

6. În tabelul de mai jos sunt prezentate distanțele medii (în milioane de kilometri) de la planetele din sistemul solar la Soare:

Planeta	Distanța medie față de Soare (în milioane de kilometri)
Mercur	57,9
Venus	108,2
Pământ	149,6
Marte	227,9
Jupiter	778,3
Saturn	1429,4
Uranus	2875,0
Neptun	4504,4

Câte planete din sistemul solar sunt de peste 10 ori mai îndepărtate de Soare decât Pământul?

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de piramidă patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$.

2. Ioana a citit o carte de 360 de pagini în două săptămâni. Aflați câte pagini a citit Ioana în fiecare săptămână, știind că în primele 7 zile a citit de trei ori mai puțin decât în următoarele 7 zile.

3. O valiză costă 360 lei. Cât va costa valiza după o ieftinire cu 20%?

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - 2x$.

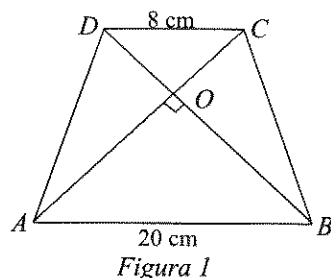
a) Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției f cu axele de coordonate.

b) Rezolvați ecuația $f(x+1) + f(x) = 4$.

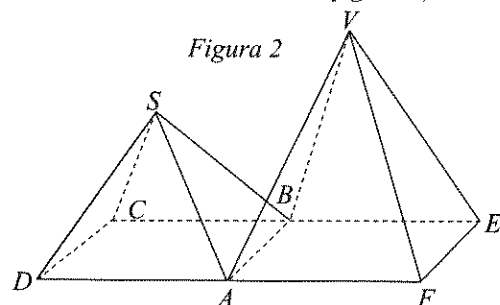
5. Calculați $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) + 2\sqrt{6}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Pe harta din figura 1 este reprezentată o zonă rezidențială în formă de trapez isoscel $ABCD$ ($AB \parallel CD$), împărțită în 4 cartiere de două străzi principale perpendiculare, AC și BD . Se știe că $AB = 20$ cm, $DC = 8$ cm, iar scara hărții este de 1 : 10 000.



- Aflați distanța, pe hartă, de la O la DC , unde $\{O\} = AC \cap BD$.
 - Arătați că lungimea străzii AC este, pe teren, mai mică decât 2,1 km.
 - Calculați aria reală a zonei rezidențiale $ABCD$.
- Două coline de forma unor piramide patrulater regulate, $SABCD$ și $VABEF$, au dimensiunile: $AB = 200\sqrt{2}$ m, $SA = 100\sqrt{11}$ m, $VA = 300\sqrt{2}$ m (figura 2).



TESTUL 16

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Cel mai mare număr natural mai mic decât $6\sqrt{3}$ este ...
- Cel mai mic multiplu comun al numerelor 24 și 40 este ...
- Soluția reală a ecuației $-3 - x = 4$ este ...
- Diametrul cercului cu aria de 36π cm² are lungimea de ... cm.
- O piramidă regulată are apotema de 12 cm și perimetrul bazei de 40 cm. Aria laterală a piramidei este egală cu ... cm².
- În tabelul de mai jos sunt sintetizate rezultatele unui test la matematică la clasa a VIII-a B.

Nota obținută	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	1	4	5	7	6	6	4	3

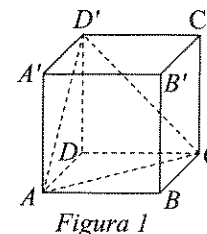
Numărul elevilor din clasă care au obținut cel puțin nota 6 este egal cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

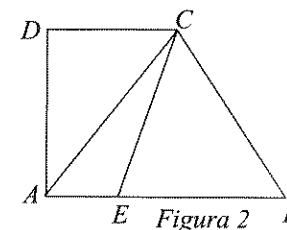
- Desenați, pe foaia de examen, un tetraedru $PION$, cu baza ION .
- În clasa a VIII-a B sunt 36 de elevi. Dacă numărul fetelor reprezintă 125% din numărul băieților, stabiliți câți băieți și câte fete sunt în clasă.
- Numerele a și b sunt invers proporționale cu 5 și 3. Calculați valoarea raportului $\frac{3a+b}{2b-a}$.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 - 4x$.
 - Reprezentați grafic funcția în reperul cartezian xOy .
 - Determinați distanța de la originea reperului la dreapta care reprezintă graficul funcției.
- Fie a un număr real cu proprietatea că $a^2 + \frac{1}{a^2} = 7$. Aflați valorile posibile ale sumei $s = a + \frac{1}{a}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- O cutie în formă de cub $ABCD A' B' C' D'$, cu muchia de 6 dm, este separată în două compartimente cu ajutorul unei foi de tablă $D'AC$.
 - Calculați perimetrul triunghiului $D'AC$.
 - Arătați că piramida $DD'AC$ este regulată.
 - Determinați lungimea minimă a unei tije metalice având un capăt în punctul D , celălalt capăt sprijinindu-se pe foaia de tablă.



- În figura 2 este reprezentată schematic o grădină în formă de trapez dreptunghic $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $m(\angle A) = 90^\circ$ și $AB = 40$ m. Se știe că triunghiul ABC este echilateral.
 - Aflați lungimea gardului ce înconjoară grădina.
 - Calculați suprafața grădinii.
 - Determinați distanța AE , unde $E \in (AB)$, astfel încât parcelele $AECD$ și BCE să aibă suprafețele egale.



TESTUL 17

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

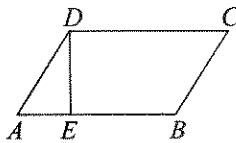
- Rezultatul calculului $84 - 8 : 4$ este egal cu ...
- Cel mai mare număr par de forma $83x$ este ...

3. Valoarea de adevăr a propoziției „ $\sqrt{7^2 + 24^2} = 31$ ” este ...
4. Aria unui triunghi echilateral este $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Perimetrul triunghiului este de ... cm.
5. Aria unei sfere este $16\pi \text{ cm}^2$. Raza sferei are lungimea de ... cm.
6. Aruncăm două zaruri. Probabilitatea de a obține o dublă este egală cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un cilindru circular drept, având ca secțiune axială dreptunghiul $ABB'A'$.
2. Determinați perechile de numere întregi (x, y) cu proprietatea că $\frac{x-1}{3} = \frac{1}{y+1}$.
3. Găsiți cel mai mic număr natural de trei cifre care, împărțit la 21, dă restul egal cu 12.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 1$.
 - a) Reprezentați grafic funcția într-un sistem de coordonate xOy .
 - b) Calculați tangenta unghiului ascuțit pe care îl formează graficul cu axa Ox .
5. Demonstrați că $(x^2 - x + 1)^2 = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$, oricare ar fi numărul real x .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Un teren agricol are forma paralelogramului $ABCD$ din figura alăturată, cu dimensiunile $AB = 200 \text{ m}$ și $AD = 50\sqrt{2} \text{ m}$ și cu măsura unghiului $\angle A$ de 45° . Punctul E pe AB este ales în așa fel încât drumul dintre punctele D și E să fie cel mai scurt posibil.
 
 - a) Aflați lungimea gardului care împrejmuește terenul.
 - b) Calculați lungimea drumului DE .
 - c) Arătați că suprafața terenului este de 1 hectar.
2. O piscină neacoperită are forma unui paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 10 m, lățimea de 6 m și adâncimea de 3 m. Înălțimea apei din piscină este de 2 m.
 - a) Câți litri de apă sunt în piscină?
 - b) Dacă evacuarea apei din piscină se face printr-o vană cu debitul de 480 l/min , în cât timp se golește piscina?
 - c) Cu câți centimetri se ridică nivelul apei în piscină în urma unei ploi de 30 l/m^2 ?

TESTUL 18

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $3 \cdot 5 - 35$ este egal cu ...

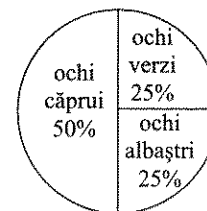
2. Dacă $\frac{7}{5} = \frac{a}{15}$, atunci numărul a este egal cu ...

3. Mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 2\}$, scrisă ca interval, este ...

4. Dacă un triunghi echilateral are perimetrul de 6 cm, latura triunghiului are lungimea de ... cm.

5. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile $L = 12 \text{ cm}$, $\ell = 3 \text{ cm}$ și $h = 4 \text{ cm}$. Diagonala paralelipipedului, exprimată printr-un număr natural, are lungimea de ... cm.

6. În diagrama alăturată este prezentată culoarea ochilor elevilor clasei a VIII-a A. Dacă în clasă sunt 32 de elevi, atunci ... dintre ei nu au ochii albaștri.

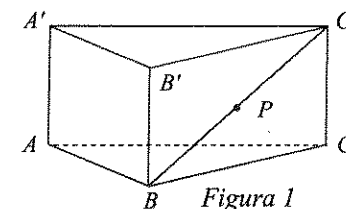


Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată $SABCD$.
2. Se consideră numerele $a = \sqrt{2}$ și $b = \sqrt{18}$. Arătați că media aritmetică a numerelor a și b este mai mare decât media geometrică a numerelor a și b .
3. Ana și Bianca au împreună 24 de nuci. Dacă Ana i-ar da Biancăi 3 nuci, atunci ea ar rămâne cu o cincime din numărul nucilor pe care le are acum Bianca. Aflați câte nuci avea inițial fiecare dintre fete.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$.
 - a) Reprezentați grafic funcția într-un sistem de coordonate xOy .
 - b) Demonstrați că numărul $S = f(1) + f(2) + \dots + f(100)$ este pătrat perfect.
5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) : \frac{1}{x^2-1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$. Demonstrați că $E(x)$ este număr întreg, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. O cutie din tablă, fără capac, are forma unei prisme triunghiulare regulate $ABCA'B'C'$, cu dimensiunile $AB = 20 \text{ cm}$ și $AA' = 10 \text{ cm}$ (figura 1). O tijă metalică unește punctele A și P , unde P este mijlocul lui BC' .



- a) Stabiliți dacă volumul cutiei este mai mic sau mai mare decât $1,5 \text{ l}$.
- b) Arătați că aria totală a cutiei este mai mică de $0,1 \text{ m}^2$.
- c) Calculați lungimea tije metalice AP .

2. O figură geometrică, realizată din carton, are forma unui trapez dreptunghic $ABCD$, cu lungimile bazelor $AB = 30$ cm și $CD = 10$ cm, iar latura perpendiculară pe baze are lungimea $AD = 10\sqrt{3}$ cm (figura 2).

- Calculați suprafața cartonului necesar pentru realizarea figurii.
- Determinați perimetrul trapezului $ABCD$.
- Arătați că diagonalele trapezului sunt perpendiculare.

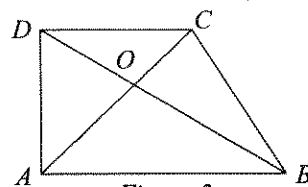


Figura 2

TESTUL 19

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $23 - 2,5 \cdot 1,2$ este egal cu ...
- 12% din 225 este egal cu ...
- Cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq 2\}$ este ...
- Dacă un pătrat are perimetrul de 8 cm, latura pătratului are lungimea egală cu ... cm.
- În figura 1 este reprezentat cubul $ABCD A' B' C' D'$. Măsura unghiului dintre dreapta BC' și planul (ABB') este de ...°.
- Un elev are la limba engleză următoarele note:

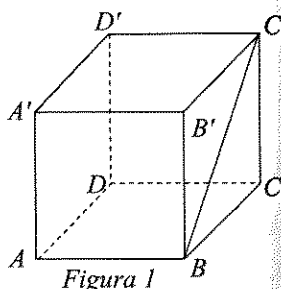


Figura 1

Nota	5	6	7	8	9
Număr note	1	1	2	1	1

Numărul notelor mai mici decât 8 este ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, o prismă triunghiulară regulată cu bazele ABC și DEF .
- Calculați $|1 - \sqrt{2}| + |3 - \sqrt{2}|$.
- La un spectacol de circ se vând bilete cu prețurile de 20 lei sau 25 lei. Știind că se vând în total 250 de bilete și se încasează 5500 lei, stabiliți câte bilete de fiecare fel s-au vândut.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 2$.
 - Reprezentați grafic funcția într-un sistem de coordonate xOy .
 - Demonstrați că graficul funcției f și axa Ox formează un unghi cu măsura de 45° .
- Simplificați raportul $R(x) = \frac{x^2 + 7x + 6}{x^2 + 2x + 1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- În figura 2, dreptunghiul $ABCD$ reprezintă o grădină cu lungimea $AB = 30$ m și lățimea $AD = 20$ m. Dreptunghiul $MNPQ$ reprezintă un gard aflat la distanța de 2 m față de laturile grădinii.
 - Calculați aria grădinii.
 - Aflați lungimea gardului.
 - Determinați distanța dintre punctele A și M .
- Se consideră o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu aria laterală de 260 cm^2 și aria totală de 360 cm^2 (figura 3).
 - Arătați că muchia bazei are lungimea de 10 cm.
 - Demonstrați că lungimea muchiei laterale este mai mică de 14 cm.
 - Secționăm piramida după planul (TBD) , unde T este un punct de pe muchia VC , astfel încât perimetrul triunghiului TBD să fie cel mai mic posibil. Determinați lungimea segmentului VT .

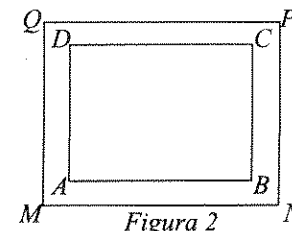


Figura 2

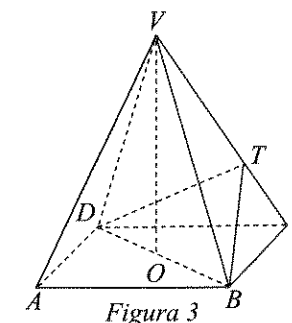


Figura 3

TESTUL 20

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $(-1) \cdot (-2) \cdot (-3)$ este egal cu ...
- Cel mai mare divizor comun al numerelor 12 și 18 este egal cu ...
- Intersecția mulțimilor $\{0, 1, 2, 3\}$ și $\{1, 3, 5\}$ este mulțimea ...
- Aria unui pătrat cu perimetrul de 16 cm este ... cm^2 .
- Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile $L = 8$ cm, $\ell = 5$ cm și $h = 10$ cm. Volumul paralelipipedului este ... cm^3 .
- Un elev are la limba engleză următoarele note:

Nota	5	6	7	8	9
Număr note	1	1	2	1	1

Media elevului la limba engleză este egală cu ...

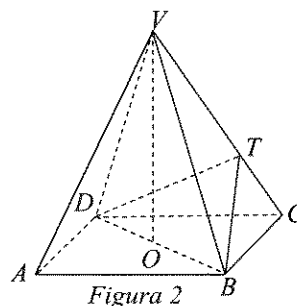
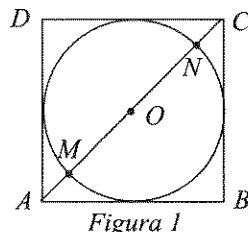
Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, un tetraedru regulat $ABCD$.
- Calculați $\left(\frac{4}{\sqrt{12}} - \frac{6}{\sqrt{27}} + \frac{8}{\sqrt{32}} \right) : \sqrt{2}$.

- Într-o clasă sunt 28 de elevi. Aflați numărul băieților din clasă, știind că reprezintă 75% din numărul fetelor.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$.
 - Reprezentați grafic funcția într-un sistem de coordonate xOy .
 - Determinați punctul de pe graficul funcției f ce are abscisa egală cu ordonata.
- Determinați numerele reale x și y , pentru care $|x - 2| + (y + 1)^2 = 0$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- În figura 1, $ABCD$ reprezintă un pătrat din carton cu diagonala $AC = 10\sqrt{2}$ cm. Din acest pătrat se decupează un disc de arie maximă, mărginit de cercul $\mathcal{C}$. Fie M și N punctele de intersecție dintre AC și cercul $\mathcal{C}$.
 - Arătați că latura pătratului este $AB = 10$ cm.
 - Calculați aria discului.
 - Determinați lungimea segmentului AM .
- Se consideră o piramidă patrulateră regulată $VABCD$, cu latura bazei $AB = 10$ cm și înălțimea $VO = 12$ cm (figura 2).
 - Arătați că apotema piramidei are lungimea de 13 cm.
 - Calculați aria totală a piramidei.
 - Secționăm piramida după planul (TBD) , unde T este un punct pe muchia VC , astfel încât aria triunghiului TBD să fie cea mai mică posibil. Determinați lungimea segmentului VT .



TESTUL 21

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3$ este egal cu ...
- Trei caiete costă 10 lei și 50 bani. Zece caiete de același fel costă ... lei.
- Produsul soluțiilor ecuației $x^2 - 4 = 0$ este egal cu ...
- Lungimea cercului cu raza $r = 6$ cm este de ... cm.
- O piramidă patrulateră regulată are toate muchiile de lungime 6 cm. Apotema piramidei are lungimea egală cu ... cm.
- În timpul unei excursii de patru zile, un drumeț a parcurs următoarele distanțe:

Ziua	Marți	Miercuri	Joi	Vineri
Nr. kilometri	30	25	20	25

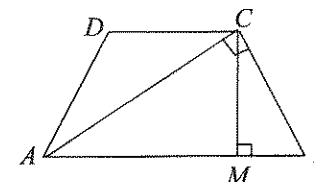
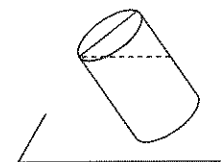
Lungimea totală a traseului parcurs a fost de ... km.

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, un con circular drept având ca generatoare segmentul VA .
- Calculați $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1\right)^2 - \frac{1}{2}$.
- O urnă conține 10 bile albe, 10 bile negre și 20 de bile roșii. Câte bile trebuie să scoatem din urnă, fără a ne uita la ele, pentru a fi siguri că vom avea trei bile de aceeași culoare?
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 - x$.
 - Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției f cu axele de coordonate.
 - Trasați graficul funcției.
- Descompuneți în factori expresia $E(x) = x^3 - 7x^2 + 12x$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Un butoi în formă de cilindru circular drept, cu o bază situată într-un plan orizontal și având raza de 30 cm și generatoarea de 1 m, se umple cu apă. Se apleacă butoiul astfel ca apa să curgă până când nivelul apei rămase atinge mijlocul unei generatoare, după care butoiul revine la poziția verticală.
 - Calculați volumul butoiului.
 - Calculați câți litri de apă încap în butoi (rotunjiți rezultatul la un număr întreg de litri).
 - Câți litri de apă rămân în butoi după înclinarea acestuia?
- Un parc are forma unui trapez isoscel $ABCD$ cu bazele $AB = 120$ m și $CD = 60$ m. Segmentele AC și CM reprezintă două alei; se știe că $AC \perp BC$, iar $CM \perp AB$.
 - Determinați lungimea porțiunii MB a gardului ce împrejmuiește grădina.
 - Arătați că $BC = CD$.
 - Demonstrați că suprafața grădinii nu este mai mare de jumătate de hectar. (Se consideră cunoscut faptul că $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$.)

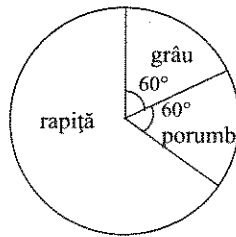


TESTUL 22

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $0,3 \cdot 100 - 300 : 10$ este egal cu ...
- 15 minute reprezintă ...% dintr-o oră.

3. Mulțimea soluțiilor inecuației $2x - 1 \leq 5$ este intervalul ...
4. Aria unui romb cu diagonalele de lungimi 10 cm, respectiv 8 cm este egală cu ... cm^2 .
5. Un cilindru circular drept are raza bazei de 10 cm și generatoarea de 5 cm. Aria totală a cilindrului este egală cu ... cm^2 .
6. Repartiția culturilor pe o suprafață de 144 ha este reprezentată în diagrama alăturată. Suprafața cultivată cu rapiță este de ... ha.

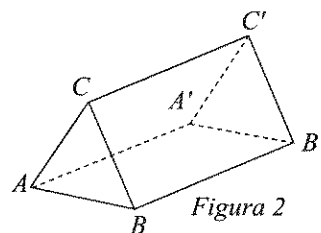
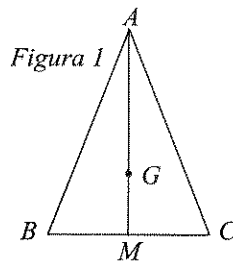


Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un cub $ABCD A'B'C'D'$.
2. Determinați numerele întregi x cu proprietatea că $\frac{2x+1}{x-2}$ este număr întreg.
3. Lungimea pasului tatălui este de 75 cm, iar lungimea pasului fiului este de 50 cm. Ei merg împreună pe o distanță de 3 km. Cu câți pași face mai mult fiul decât tatăl său?
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 3$.
 - a) Reprezentați grafic funcția într-un sistem de coordonate xOy .
 - b) Determinați coordonatele punctului de intersecție dintre graficele funcțiilor f și g , unde $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 1 - x$.
5. Determinați numerele reale a și b , știind că $a^2 + b^2 - 2a + 6b + 10 = 0$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Dintr-o tablă omogenă se decupează triunghiul isoscel ABC , cu $AB = AC = 26$ cm și $BC = 20$ cm (figura 1).
 - a) Calculați lungimea medianei AM a triunghiului.
 - b) Aflați masa plăcii triunghiulare, știind că tabla cântărește 20 g/dm^2 .
 - c) Un copil încearcă să țină în echilibru placa pe vârful unui deget. Pentru aceasta, el va așeza degetul în centrul de greutate G al triunghiului. Calculați lungimea segmentului BG .
2. În figura 2 este reprezentat un cort, având forma unei prisme triunghiulare regulate $ABCA'B'C'$. Lungimea AA' este de 4 m, iar înălțimea cortului (adică distanța de la C la baza $(ABB'A')$) este de 2,25 m.
 - a) Demonstrați că lungimea segmentului AB este $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ m.



- b) Toate fețele cortului sunt realizate din pânză. Calculați suprafața de pânză necesară, știind că 10% din pânza folosită se pierde prin tăieri și suprapuneri.
- c) Un metru pătrat de pânză costă 20 lei. Este suficientă suma de 825 lei pentru realizarea cortului?

TESTUL 23

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $\frac{5}{9} \cdot \frac{27}{10} - \frac{1}{2}$ este egal cu ...
2. Scris ca sumă de două numere prime, $4 = \dots$
3. Probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $\{0, 1, 2, \dots, 6\}$, acesta să verifice inegalitatea $2^n > 6$, este egală cu ...
4. Un unghi ascuțit al unui trapez isoscel are măsura de 60° . Măsura unghiului obtuz al trapezului este de ...
5. Aria totală a unei prisme triunghiulare regulate este de $(288 + 16\sqrt{3}) \text{ cm}^2$, iar aria laterală este de 288 cm^2 . Muchia bazei are lungimea de ... cm.
6. Tabelul de mai jos indică recolta de grâu obținută de domnul M. Cristescu de pe cele trei parcele cultivate:

Suprafață	Parcela I 0,4 ha	Parcela II 1,25 ha	Parcela III 2,55 ha
Cantitate recoltată	1120 kg	3250 kg	7905 kg

Producția medie de grâu obținută de domnul M. Cristescu de pe cele trei parcele a fost de ... kg/ha .

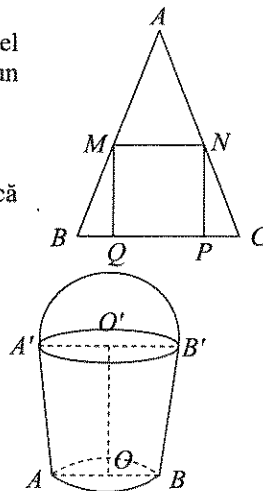
Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, o sferă de centru O .
2. Pentru prepararea aluatului s-au folosit 700 g de făină, 160 g de zahăr, 1 litru de apă, 20 g de sare și 120 g de unt. Care este greutatea aluatului, știind că 1 litru de apă cântărește 1 kg?
3. Fie numărul $a = 320 \cdot 25 \cdot 5^{2n}$, unde $n \in \mathbb{N}$.
 - a) Arătați că $a = 2^6 \cdot 5^{2n+3}$.
 - b) Determinați numerele naturale b cel mult egale cu 100, pentru care $\sqrt{ab} \in \mathbb{Q}$.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$. Determinați a și b , astfel încât punctele $M(0, 2)$ și $N(-1, 1)$ să aparțină graficului funcției f .

5. Arătați că succesorul produsului a patru numere naturale consecutive este pătrat perfect.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Dintr-o bucată de carton în formă de triunghi isoscel ABC , cu $AB = AC = 50$ cm, $BC = 60$ cm, decupăm un pătrat $MNPQ$, unde $M \in (AB)$, $N \in (AC)$, $P, Q \in (BC)$.
 - Calculați aria bucății de carton.
 - Demonstrați că $MN = 24$ cm.
 - Arătați că suprafața pătratului decupat este mai mică decât jumătate din cea a cartonului.
- O găleată are forma unui triunghi de con cu raza bazei mici $r = OA = 8$ cm, raza bazei mari $R = O'A' = 10$ cm și înălțimea $h = 42$ cm. Toarta este un semicerc cu diametrul $A'B'$.
 - Aflați lungimea torții.
 - Determinați câți litri de apă încap în găleată, considerând aproximarea $\pi \approx 3$.
 - Calculați suprafața laterală a găleții.



TESTUL 24

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $8 : 0,5$ este egal cu ...
- Numerele întregi a cu proprietatea că $\frac{4}{a} = \frac{a}{9}$ sunt ...
- Se consideră mulțimile $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ și $B = \{2, 4, 6, 8\}$. Mulțimea $A \setminus B$ este {...}.
- Aria unui pătrat este de 8 cm^2 . Diagonala pătratului are lungimea de ... cm.
- Un con circular drept are raza $R = 8$ cm și generatoarea $G = 16$ cm. Desfășurând suprafața laterală a conului, obținem un sector de disc având unghiul la centru de măsură ...°.
- Tabelul următor descrie situația veniturilor și cheltuielilor unei societăți comerciale în anii 2012, 2013 și 2014.

	2012	2013	2014
Cheltuieli €	100 000	150 000	200 000
Venituri €	110 000	180 000	250 000

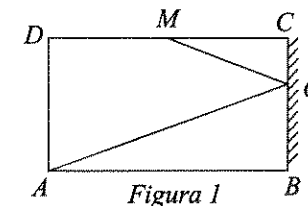
Diferența cea mai mică între venituri și cheltuieli s-a înregistrat în anul ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

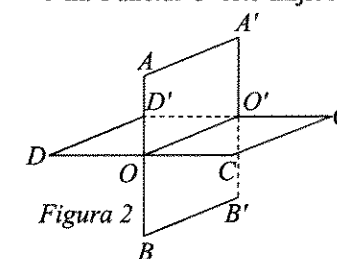
- Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de piramidă patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$.
- Stabiliți câte numere naturale de trei cifre au exact două cifre egale.
- Un fermier a plecat la piață să vândă cireșe cu 2 lei kilogramul. Din cauza căldurii, 20% din cantitatea de cireșe s-a stricat în timpul drumului. Fermierul a mărit prețul de vânzare al kilogramului de cireșe, pentru a obține suma totală preconizată. Cu ce preț a vândut kilogramul de cireșe?
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + a$, unde $a \in \mathbb{R}$. Punctul $P(-1, 2a)$ se află pe graficul funcției f .
 - Arătați că $a = -2$.
 - Aflați distanța de la originea sistemului de axe xOy la graficul funcției f .
- Se consideră expresia $E(x) = \sqrt{(x+4)^2} + \sqrt{(x-6)^2}$. Demonstrați că $E(x) = 10$, oricare ar fi $x \in [-4, 6]$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- În figura 1, dreptunghiul $ABCD$ reprezintă o secțiune plană printr-o cameră obscură, în care pe toată înălțimea peretelui BC este montată o oglindă; se știe că $BC = 3$ dm. O rază de lumină pleacă din A , se reflectă în oglindă și ajunge în mijlocul M al tavanului CD . Lungimea totală a drumului parcurs de rază este $AO + OM = 6$ dm, iar $\angle AOB \equiv \angle MOC$.
 - Demonstrați că $BO = 2$ dm.
 - Arătați că $AB = 2\sqrt{3}$ dm.
 - Aflați măsura unghiului $\angle AOM$.



- În figura 2 este reprezentată elicea unui avion. $ABB'A'$ și $CDD'C'$ sunt dreptunghiuri cu $AB = CD = 2$ m și $AA' = CC' = 1$ m. Punctul O este mijlocul comun al segmentelor AB și CD , iar O' este mijlocul comun al segmentelor $A'B'$ și $C'D'$. Măsura unghiului $\angle AOC$ este de 90° .
 - Calculați lungimea segmentului AC .
 - Arătați că punctele B, D, D' și B' sunt coplanare.
 - Demonstrați că planele (ABB') și (CDD') sunt perpendiculare.



TESTUL 25

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $[0, (3) - 0, 1(6)] \cdot 12$ este egal cu ...
2. Dintre numerele $a = -2\sqrt{3}$ și $b = -3$, mai mare este ...
3. Soluția ecuației $\frac{1}{5} : x = 2$ este ...
4. Raportul dintre lungimea unui cerc și diametrul acestuia este egal cu ...
5. Volumul unei sfere este de $36\pi \text{ cm}^3$. Raza sferei are lungimea de ... cm.
6. În tabelul de mai jos sunt date temperaturile medii înregistrate în prima săptămână a lunii decembrie.

Ziua	Luni	Marti	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	3	1	-2	-4	-2	0	2

Diferența dintre cea mai mare și cea mai mică temperatură medie înregistrată este de ... $^{\circ}\text{C}$.

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$.
2. Determinați numerele întregi x pentru care fracția $\frac{6}{2x-1}$ este număr întreg.
3. În două clasoare sunt 270 de timbre. Dacă mutăm 10% din timbrele din primul clasor în cel de-al doilea clasor, cele două clasoare vor avea același număr de timbre. Câte timbre se află în fiecare clasor?
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$.
 - a) Trasați graficul funcției într-un sistem de axe xOy .
 - b) Determinați sinusul unghiului ascuțit pe care graficul funcției îl formează cu axa Ox .
5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x+1} \right) : \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2} \right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$.

Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n , $E(n)$ este număr natural par.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Patru localități A, B, C și D sunt unite prin șoselele AC, AD, BC și BD , ca în figura 1. Drumurile AC și BD sunt perpendiculare și se întâlnesc în O . Se știe că $OA = 24 \text{ km}$, $OB = 8 \text{ km}$, $OC = 6 \text{ km}$ și $OD = 10 \text{ km}$.

- a) Demonstrați că $BC = OD$.
- b) Poștașul Vasile, pe bicicleta sa, pleacă din A și trebuie să treacă prin toate cele patru localități. Care este lungimea minimă a traseului său?
- c) Plecând din B , poștașul Vasile dorește să ajungă la șoseaua AD , mergând peste câmpuri pe drumul cel mai scurt. Dacă viteza sa este de 18 km/h , arătați că el va parcurge drumul dorit în mai puțin de o oră.

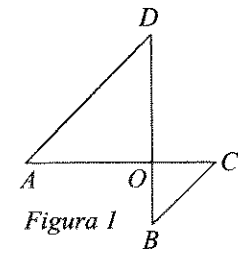


Figura 1

2. Acoperișul unei case are forma piramidei patrulateră regulate $VABCD$ având latura bazei $AB = 24 \text{ m}$ și înălțimea $VO = 5 \text{ m}$ (figura 2).
 - a) Arătați că apotema piramidei are lungimea de 13 m .
 - b) Întărim cu tablă toate cele opt muchii ale acoperișului. Arătați că lungimea totală întărită este mai mică decât 167 m .
 - c) O furnică merge pe acoperiș între punctele A și C , pe drumul cel mai scurt. Traseul său intersectează muchia VB în punctul M . Demonstrați că dreapta VB este perpendiculară pe planul (MAC) .

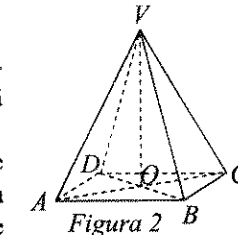


Figura 2

TESTUL 26

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $12 - 6 : 3$ este egal cu ...
2. În intervalul $[-2, 3)$ se află un număr de ... numere întregi.
3. Mergând cu viteza de 80 km/h , un automobil parcurge o anumită distanță în 6 ore. Dacă ar merge cu 60 km/h , distanța ar fi parcursă în ... ore.
4. Un trapez cu înălțimea de 6 cm și linia mijlocie de 10 cm are aria egală cu ... cm^2 .
5. Un trunchi de con circular drept are razele bazelor $R = 5 \text{ cm}$ și $r = 3 \text{ cm}$, iar înălțimea este de $H = 3 \text{ cm}$. Volumul trunchiului de con este egal cu ... cm^3 .
6. Vârstele elevilor din lotul național de matematică sunt reprezentate în tabelul de mai jos.

Vârsta (ani)	15	16	17	18	19
Număr elevi	1	3	5	8	4

Numărul elevilor din lot este egal cu ...

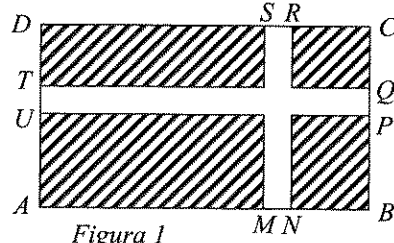
Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată $VABCD$.
2. Mărind cu 3 unul dintre factorii unui produs, produsul se mărește cu 6. Aflați cel de-al doilea factor al produsului.

3. Împărțind numerele 83 și 65 prin același număr natural nenul n , obținem resturile 3, respectiv 1. Aflați valorile posibile ale împărțitorului n .
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{3} - 3$.
- a) Reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe xOy .
- b) Rezolvați în $\mathbb{R}$ inecuația $f(x) \geq x - \sqrt{3}$.
5. Se consideră expresia $E(x) = \left(3 - \frac{1}{x}\right) : \frac{9x^2 - 1}{3x^2 + x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}\right\}$.
- Arătați că $E(x) = 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}\right\}$.

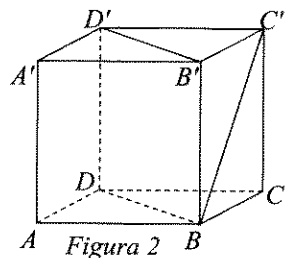
Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Figura 1 reprezintă schița unei grădini dreptunghiulare $ABCD$ și a aleilor din interiorul ei, care sunt paralele cu laturile grădinii. Segmentele MN , PQ , RS și TU reprezintă porțile de acces în grădină, fiecare având lățimea de 4 m. Se știe că $AB = 200$ m, iar $BC = 100$ m.



- a) Grădina este împrejmuită cu un gard exterior, nu și în dreptul porților. Calculați lungimea acestui gard.
- b) Calculați aria suprafeței ocupate de alei.
- c) Arătați că distanța dintre oricare doi copaci din grădină este mai mică decât 225 m.

2. În figura 2 este reprezentat un cub din lemn având muchia de 6 cm. Tăiem cubul în 27 de cubulețe egale.



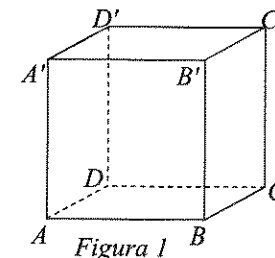
- a) Arătați că muchia unui cubuleț este de 2 cm.
- b) Înainte de tăiere, vopsim cubul inițial în albastru; constatăm că avem nevoie de exact 80 g vopsea. Câtă vopsea albastră mai este necesară pentru a vopsi fețele noi, rezultate în urma tăierii?
- c) Determinați măsura unghiului dintre dreapta BC' și planul (BDD') .

TESTUL 27

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Dacă $17 - 3 + x - 5 = 10$, atunci numărul x este egal cu ...
2. Un turist urcă muntele în 4 ore. La coborâre, își dublează viteza. Timpul în care turistul coboară muntele este de ... ore.
3. O carte costă 20 lei. După o ieftinire cu 10 %, prețul cărții va fi de ... lei.

4. Un dreptunghi are lungimea de 12 cm, iar lățimea este egală cu $\frac{3}{4}$ din lungime. Aria dreptunghiului este de ... cm^2 .
5. În figura 1 este desenat cubul $ABCD A' B' C' D'$. Măsura unghiului format de dreptele AC și $B'D'$ este de ... °.
6. În tabelul de mai jos sunt date lungimile unora dintre principalele fluvii din Europa:



Fluviul	Lungimea (km)
Volga	3692
Dunărea	2860
Nipru	2290
Don	1950
Rin	1320

Conform tabelului, Dunărea este mai lungă decât Rinul cu ... km.

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un cilindru circular drept având o generatoare notată AA' .
2. Calculați media geometrică a numerelor $a = (\sqrt{5} - 1)(1 + \sqrt{10})$ și $b = (\sqrt{10} - 1)(1 + \sqrt{5})$.
3. Dintr-un punct al unei piste circulare pornesc simultan doi atleti A și B , în sensuri contrare. Atletul A este de două ori mai rapid decât B . Din momentul în care cei doi se întâlnesc, lui A îi mai sunt necesare 40 de secunde pentru a încheia un tur complet. În cât timp parcurge B un tur complet?

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 1$.

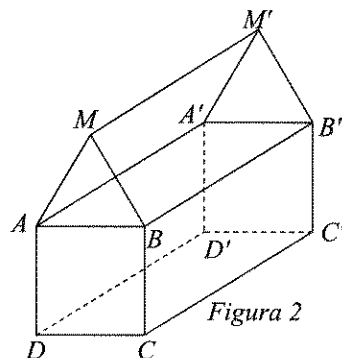
- a) Reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe xOy .
- b) Dacă $u, v \in \mathbb{R}$ sunt astfel încât $|u - v| < 5$, demonstrați că $|f(u) - f(v)| < 10$.

5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x}{x+4} - \frac{2x+3}{x-4} - \frac{x^2+10x-8}{16-x^2}\right) : \frac{10}{3x-12}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, 4\}$. Arătați că $E(x) = -\frac{3}{2}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4, 4\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. O grădină are forma unui dreptunghi cu lățimea de 24 m și perimetrul de 116 m.
- a) Arătați că lungimea dreptunghiului este de 34 m.
- b) Se însămânțează cu gazon 83,3% din suprafața grădinii. Pentru a însămânța 1 m^2 de grădină se cheltuie 2,5 lei. Stabiliți dacă 1500 lei ajung pentru acțiunea dorită.

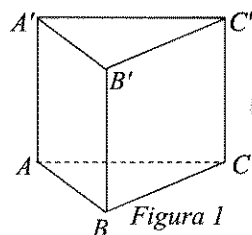
- c) De-a lungul gardului ce împrejmuiește grădina se plantează zece copaci, astfel încât distanța dintre oricare doi copaci consecutivi să fie de 10 m. Arătați cum se poate realiza acest lucru.
2. În figura 2 este reprezentat un siloz. Corpul silozului are forma prismei patrulater regulate $ABCD A' B' C' D'$, cu latura bazei $AB = 6$ m și muchia laterală $AA' = 10$ m. Podul silozului are forma prismei triunghiulare regulate $ABM A' B' M'$. Atât corpul silozului, cât și podul pot fi utilizate pentru depozitarea grâului, iar capacitatea maximă de umplere a silozului este de 75% din volumul său.
- a) Aflați înălțimea silozului (distanța de la punctul M la planul (CDD')).
- b) Dacă silozul este umplut la capacitate maximă, aflați câți metri cubi de grâu încap.
- c) Un camion poate transporta, la un drum, 5 m^3 de grâu. Câte drumuri trebuie să facă acest camion pentru a umple silozul gol?



TESTUL 28

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $(-1)^{100} - (-1)^{101}$ este egal cu ...
- Scrisă sub formă de fracție ordinară ireductibilă, fracția zecimală $0,2(7)$ este egală cu ...
- Suma divizorilor naturali ai numărului 6 este egală cu ...
- Perimetrul unui hexagon regulat cu latura de 2 cm este de ... cm.
- În figura 1 este desenată prisma triunghiulară regulată $ABCA' B' C'$. Aria laterală a prismei este de 100 cm^2 , iar aria totală este de 200 cm^2 . Aria triunghiului ABC este de ... cm^2 .
- Într-un meci din finala Campionatului Mondial de Snooker este declarat învingător jucătorul care ajunge primul la 18 frame-uri câștigate. La un moment dat, scorul de pe tabelă este:



Ronnie O' Sullivan	10 - 7	Mark Selby
--------------------	--------	------------

Care este cel mai mare număr de frame-uri care s-ar mai putea juca până la stabilirea campionului mondial?

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, o prismă hexagonală regulată $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$.

2. Calculați: $\frac{1}{1-\sqrt{2}} - \frac{7}{3-\sqrt{2}} + \sqrt{8}$.

- Ana, Barbu și Costel sunt frați. Ana are 8 ani, Costel are cu 4 ani mai mult, iar Barbu cu 2 mai puțin decât Costel. Mama lor are cu 10 ani mai mult decât suma vârstelor copiilor. Peste câți ani vârsta mamei va fi egală cu suma vârstelor copiilor?

- Stabiliți dacă punctele $A(0, 1)$, $B(1, 3)$ și $C(-2, -3)$ sunt coliniare.

- Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right) \cdot \left(\frac{3x^2 + 5x + 2}{x^3 + x^2}\right)^{-1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1, -\frac{2}{3}, 0\right\}$.

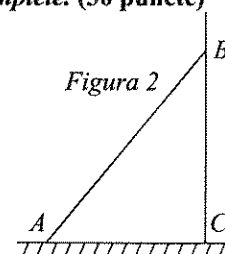
a) Arătați că $E(x) = \frac{2x+1}{3x+2}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1, -\frac{2}{3}, 0\right\}$.

b) Demonstrați că fracția $\frac{2n+1}{3n+2}$ este ireductibilă, oricare ar fi numărul natural n .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

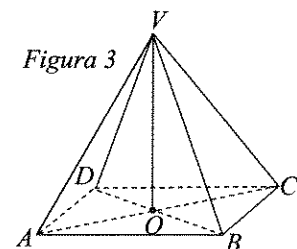
- În figura 2 este reprezentată o scară AB , sprijinită de un perete vertical BC . Se știe că $AB = 3$ m, iar $BC = 2,4$ m. Treptele scării sunt la 20 cm una față de alta, prima treaptă este la 20 cm față de A , iar ultima la 20 cm față de B .

- Aflați cosinusul unghiului pe care scara îl face cu solul.
- Câte trepte are scara?
- Ionuț a urcat zece trepte ale scării. La ce distanță față de sol se află picioarele lui Ionuț?



- În figura 3 este reprezentată o piesă metalică, având forma piramidei patrulater regulate $VABCD$. Se știe că $AB = 2\sqrt{2}$ dm, iar $VA = 2,5$ dm. Se topește piesa (fără pierderi de material), iar din metalul rezultat se confecționează sârmă având forma unei prismă patrulater regulate cu muchia bazei de 1 mm.

- Arătați că înălțimea piramidei este $VO = 1,5$ dm.
- Calculați volumul piramidei.
- Câți metri de sârmă se obțin?



TESTUL 29

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $\frac{1}{6} : 0,1(6)$ este egal cu ...

- Dacă $5x = 6y$, atunci $\frac{2x}{3y}$ este egal cu ...

- Cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ divide } 6\}$ este ...
- Un triunghi echilateral este înscris într-un cerc de rază $2\sqrt{3}$ cm. Latura triunghiului are lungimea de ... cm.
- Un con circular drept are generatoarea $G = 10$ cm și raza bazei $R = 5$ cm. O generatoare formează cu planul bazei un unghi având măsura de ... °.
- Tabelul următor surprinde evoluția scorului în cele trei seturi ale finalei feminine de la Roland Garros 2014:

	Set 1	Set 2	Set 3
Simona Halep (ROU)	4	7	4
Maria Sharapova (RUS)	6	6	6

Câștigătoarea turneului a fost ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de piramidă triunghiulară regulată $ABCDEF$.
- Scrieți sub formă de interval mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |2x - \sqrt{3}| \leq \sqrt{75}\}$.
- Într-un bloc sunt x apartamente cu trei camere și y apartamente cu patru camere, în total 96 de camere. Dacă ar fi y apartamente cu trei camere și x apartamente cu patru camere, în bloc ar fi 93 de camere. Determinați valorile numerelor x și y .
- Se consideră funcția de gradul întâi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + a$, unde a este număr real negativ. Media geometrică a numerelor $f(\sqrt{2})$ și $f(-\sqrt{2})$ este egală cu 1.
 - Arătați că $a = -3$.
 - Reprezentați grafic funcția într-un sistem de coordonate xOy .
- Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x+2}{2}\right)^{-1} + (x+2)\left(1 - \frac{2x}{(x+2)^2}\right) : \left(x+2 + \frac{4}{x}\right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0\}$. Demonstrați că $E(x) = 1$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- În figura 2, segmentul AC reprezintă un perete vertical, pe care sunt fixate două platforme pentru sărituri în apă, CD și BE , care formează unghiuri drepte cu peretele. Se știe că $AC = 5$ m, $CD = 3,75$ m, $BE = 1,5$ m, iar lungimea BC este cu 1 m mai mare decât lungimea AB .
 - Arătați că $AB = 2$ m.
 - Demonstrați că punctele A , D și E sunt coliniare.
 - Arătați că lungimea segmentului AD este mai mare decât 6 m.

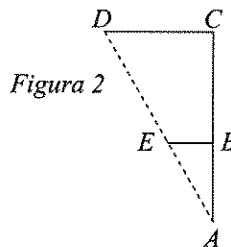


Figura 2

- Un podium de premiere se obține prin lipirea a trei paralelipipede dreptunghice având bazele congruente și înălțimi diferite, ca în figura 3. Se știe că $EM = 20$ cm, $AB = BC = CD = 60$ cm, $AH = 40$ cm, $TN = 30$ cm și $JR = 20$ cm.
 - Aflați înălțimea paralelipipedului corespunzător locului II.
 - Ce suprafață de pânză este necesară pentru a îmbrăca părțile vizibile ale podiumului? (Se consideră că nu sunt pierderi la îmbinări.)
 - O furnică se deplasează, în linie dreaptă, pe traseul $A \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow R \rightarrow S \rightarrow K \rightarrow M \rightarrow E$. Arătați că furnica parcurge mai mult de 292 cm.

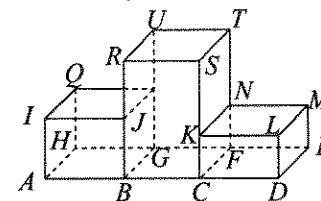


Figura 3

TESTUL 30

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $2^6 : 2^4 - 2^0$ este egal cu ...
- Dacă 9 reprezintă $\frac{3}{4}$ dintr-un număr x , atunci $x = \dots$
- Cel mai mic număr natural având suma cifrelor egală cu 15 este ...
- Apotema unui pătrat este egală cu 2 cm. Perimetrul pătratului va fi egal cu ... cm.
- În figura 1 este reprezentat cubul $ABCDMNPQ$. Tangenta unghiului dintre AP și planul (BCD) este egală cu ...
- Tabelul de mai jos reprezintă situația statistică a absențelor rezultată în urma monitorizării frecvenței elevilor dintr-o școală, în anul școlar 2014-2015.

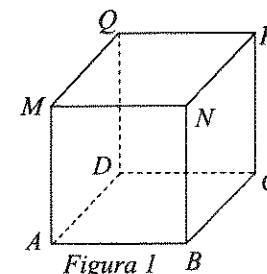


Figura 1

	Semestrul I	Semestrul II
Gimnaziu	1250	1400
Liceu	1900	2100

Numărul total de absențe înregistrat în acest an școlar este egal cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, un tetraedru regulat $ABCD$.
- Calculați media geometrică a numerelor $a = \frac{\sqrt{28} - \sqrt{20}}{\sqrt{3} + 1}$ și $b = \frac{\sqrt{12} + 2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$.
- Pentru cumpărarea unui costum, a unei cămăși și a unei perechi de pantofi s-au plătit 1122 lei. Aflați prețul fiecărui produs știind că prețul costumului este de trei ori mai mare decât prețul pantofilor, iar prețul cămășii reprezintă 10% din suma prețurilor celorlalte produse.

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x+1)^2 - x^2$.
- Calculați $f(-1)$.
 - Reprezentați grafic funcția într-un sistem de coordonate xOy .
5. Se consideră expresia $E(x) = x - \left(2 - \frac{1}{x+3}\right) : \left[1 - \left(\frac{x+3}{x+2}\right)^{-2}\right], x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2\}$.
- Arătați că $E(x) = -3, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- În figura 2 este reprezentată o foaie de tablă având forma unui semidisc de diametru $AB = 12$ dm. Punctele C, D, E, F și G împart semicercul în șase arce egale.
 - Determinați suprafața foii de tablă.
 - Demonstrați că $ADFB$ este trapez isoscel.
 - Arătați că lungimea segmentului AC este mai mică decât 3,6 dm.
- În figura 3 este reprezentată o rocă formată din două piramide triunghiulare regulate $ABCD$ și $EBCD$, având ca bază comună triunghiul echilateral BCD , de centru O . Se știe că $BC = 6$ cm, $AB = 3\sqrt{2}$ cm și $AE = 3AO$.
 - Calculați lungimea muchiei BE a rocii.
 - Determinați masa rocii, știind că densitatea acesteia este de 5000 kg/m^3 ; aproximați rezultatul la cel mai apropiat număr întreg de grame.
 - Aflați măsura unghiului format de dreptele AB și BE .

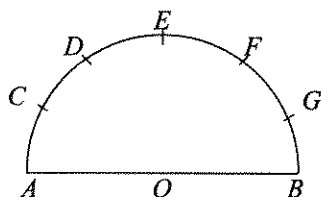


Figura 2

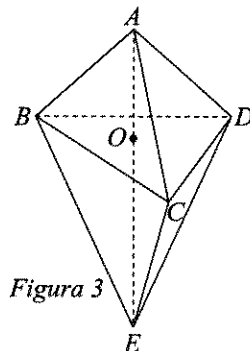


Figura 3

TESTUL 31

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $\sqrt{18} : \sqrt{2} - 3$ este ...
- Media geometrică a numerelor 8 și 18 este ...
- Numărul numerelor naturale din intervalul $(-3, 5]$ este ...
- Dreptunghiul cu lățimea de 6 cm și lungimea cu 2 cm mai mare are perimetrul de ... cm.
- În figura 1 este reprezentată piramida triunghiulară regulată $MATE$. Dacă toate muchiile

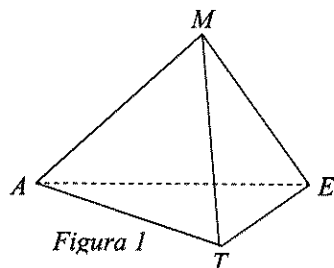


Figura 1

piramidei au lungimea de 6 cm, atunci aria laterală a piramidei este egală cu ... cm^2 .

- Raportul procentual care corespunde suprafeței hașurate din figura 2 este ... %.

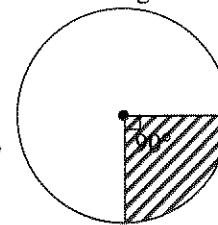


Figura 2

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, un con având ca secțiune axială triunghiul isoscel VAB (cu $VA = VB$).
- Se consideră numerele $a = \frac{2}{3 + \sqrt{11}}$ și $b = 3 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{5\frac{1}{2}}$. Calculați media aritmetică a celor două numere.
- Trei pixuri și două caiete costă 38 lei. Cinci pixuri costă cu 20 lei mai mult decât un caiet. Aflați prețul fiecărui obiect.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = mx + 1$.
 - Pentru $m = -2$, reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe xOy .
 - Știind că punctul $P(-3, 4)$ este situat pe graficul funcției, determinați valoarea lui m .
- Fie $A(n) = n^4 + 2n^3 - n^2 - 2n$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Demonstrați că $A(n)$ se divide cu 8, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- În figura 3 este reprezentată o cutie de tablă de formă cubică cu muchia $AB = 12$ dm. Notăm cu V_1, V_2, V_3, V_4 mijloacele muchiilor $A'B', B'C', C'D',$ respectiv $D'A'$. Un tinichigiu elimină baza superioară a cutiei și taie fețele laterale de-a lungul liniilor $V_1A, V_1B, \dots, V_4A$ din figură; în acest fel, el fabrică o cutie în formă de piramidă patrulateră regulată.
 - Calculați suprafața cutiei inițiale.
 - Determinați înălțimea cutiei în formă de piramidă.
 - Ce procent din tabla cutiei inițiale intră în componența cutiei în formă de piramidă?
- O persoană are o parcelă de pământ în formă de triunghi dreptunghic ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ, AB = 20$ m și $AC = 15$ m (figura 4).

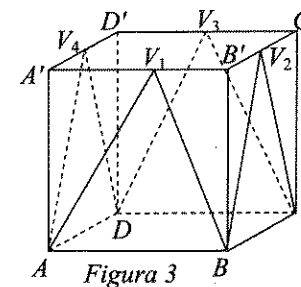


Figura 3

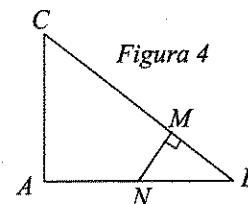


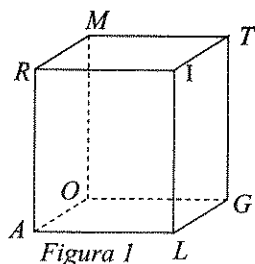
Figura 4

- Aflați lungimea gardului care împrejmuiește parcela.
- Calculați suprafața terenului (în ari).
- În colțul B al parcelei, proprietarul dorește să separe o mică grădină MBN cu aria de 24 m^2 , astfel încât $MN \perp BC$. Determinați perimetrul acestei grădini.

TESTUL 32

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $2 \cdot (-7) - (-14)$ este
- Cel mai mare divizor comun al numerelor 45 și 30 este
- Numărul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < \sqrt{17}\}$ este
- Lungimea laturii pătratului având perimetrul de $12\sqrt{2} \text{ cm}$ este ... cm.
- În figura 1 este reprezentată prisma patrulateră regulată $ALGORITM$. Măsura unghiului dintre dreptele AG și IT este de ... °.
- Cu prilejul unui sondaj cu privire la timpul petrecut zilnic de elevi în fața calculatorului s-au înregistrat rezultatele din următorul tabel:



Timp (minute)	0...30	31...60	61...90	91...120	≥ 121
Număr elevi	8	12	45	30	5

Numărul elevilor care au participat la sondaj este

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată de vârf S și bază $MNPQ$.
- Determinați numerele reale x și y care au suma egală cu 2 și produsul egal cu -15 .
- O carte costă 40 de lei. Cu ce procent trebuie micșorat prețul cărții, astfel încât prețul să devină 32 de lei?
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{2} - 2$.
 - Reprezentați grafic funcția într-un sistem de coordonate xOy .
 - Determinați punctul de pe graficul funcției care are coordonatele egale.
- Arătați că expresia $E(x) = \frac{(x+2)^2 + (2x-1)^2}{(x-3)^2 + (3x+1)^2}$ are valoare constantă pentru orice număr real x .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- O fabrică de lactate livrează laptele ambalat în cutii de carton având formă de paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile bazei de 10 cm și 8 cm și volumul de 1 litru.
 - Determinați înălțimea unei astfel de cutii.
 - Ce suprafață de carton se utilizează pentru fabricarea unei cutii, știind că în procesul de fabricare sunt pierderi de 20% din materialul utilizat?
 - Linia automată de ambalare permite ambalarea a câte cinci cutii de lapte într-o cutie mai mare. Care este suprafața minimă de material necesară pentru confecționarea unei cutii mari?
- În figura 2 este reprezentată o masă (dreptunghiul $ABCD$) acoperită parțial cu o față de masă $MNPQ$, unde M, N, P și Q sunt mijloacele laturilor dreptunghiului. Se știe că $AB = 1,92 \text{ m}$ și $BC = 0,8 \text{ m}$.
 - Determinați lungimea diagonalei mesei.
 - Demonstrați că $MNPQ$ este romb.
 - Calculați suprafața feței de masă $MNPQ$.

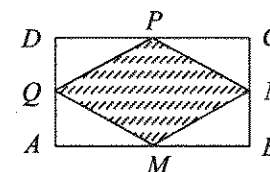
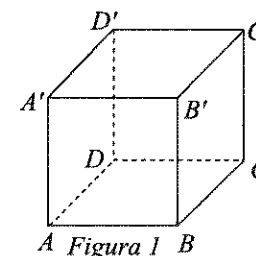


Figura 2

TESTUL 33

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $6 + (-2) \cdot (-4 + 10)$ este egal cu
- Un divizor propriu al numărului 12 este numărul natural
- Dacă $A = [-2, 5]$ și $B = [0, 6]$, atunci $A \cup B = \dots$
- Lungimea cercului având raza egală cu 10 cm este egală cu ... cm.
- În figura 1 este reprezentat cubul $ABCD A'B'C'D'$ având diagonala de lungime $10\sqrt{3}$. Aria laterală a cubului este egală cu ... cm^2 .
- Situația statistică a numărului pacienților consultați de un medic de familie în decursul unei săptămâni este cuprinsă în tabelul următor:



Ziua	L	Ma	Mi	J	V
Număr de pacienți	15	20	18	21	14

Conform tabelului, medicul a consultat în acea săptămână ... pacienți.

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de con circular drept având ca secțiune axială trapezul isoscel $ABB'A'$ (cu bazele AB și $A'B'$).
- Determinați valorile întregi ale lui x pentru care fracția $\frac{-5}{2x-1}$ este număr întreg.
- Matei și Cosmin au rezolvat împreună 18 probleme. Câte probleme a rezolvat fiecare, știind că Matei a rezolvat mai multe, iar diferența dintre numărul problemelor rezolvate de cei doi copii este minimă?
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{2} - 2$.
 - Calculați produsul $f(0) \cdot f(\sqrt{1}) \cdot f(\sqrt{2})$.
 - Reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe xOy .
- Simplificați prin $x - 2$ raportul $\frac{x^2 + 5x - 14}{4 - x^2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Dreptunghiul $ABCD$ din figura 2 reprezintă o placă de gresie ce are drept ornament câte un sfert de cerc cu centrul în fiecare dintre vârfurile dreptunghiului. Se știe că toate cercurile au aceeași rază, $AB = 50$ cm, iar $MS = 10$ cm.
 - Demonstrați că $AM = 20$ cm.
 - Determinați aria plăcii, în metri pătrați.
 - Justificați că suprafața din placă situată în exteriorul sferturilor de cerc este mai mare de 740 cm² (se poate utiliza $3,14 < \pi < 3,15$).
- O piesă metalică în formă de trunchi de piramidă patrulateră regulată (ca în figura 3) are latura bazei mari de 16 cm, latura bazei mici de 4 cm și muchia laterală de 10 cm.

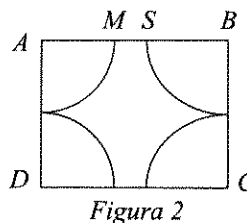


Figura 2

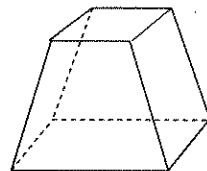


Figura 3

- Arătați că înălțimea piesei este egală cu $2\sqrt{7}$ cm.
- Ce cantitate de vopsea este necesară pentru vopsirea acestei piese, dacă pentru 1 cm² de suprafață se folosesc $0,5$ g de vopsea?
- Cât cântărește piesa după vopsire, dacă densitatea metalului este de $1,5$ g/cm³ (se va folosi pentru $\sqrt{7}$ valoarea aproximativă $\sqrt{7} \approx 2,6$)?

TESTUL 34

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $4^0 - 5^1 + 0^6$ este egal cu ...
- Calculând $\frac{3}{5}$ din 80 , obținem ...
- Valoarea lui $a \in \mathbb{N}$, pentru care intervalul $(-2, a]$ conține exact patru numere întregi, este $a = \dots$
- Lungimea ipotenuzei unui triunghi dreptunghic isoscel, având cateta de lungime $2\sqrt{2}$ cm, este egală cu ... cm.
- În figura 1 este reprezentat un tetraedru regulat $MATE$, având suma lungimilor muchiilor egală cu 18 cm. Aria totală a tetraedrului este egală cu ... cm².
- Diagrama de mai jos surprinde repartitia celor 200 de cercetători ai unui institut în raport cu continentul de proveniență. Conform diagramei, numărul cercetătorilor americani este de ...

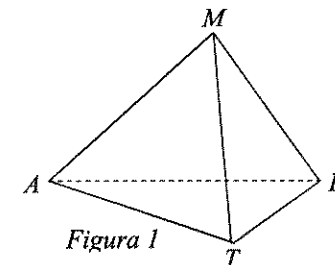
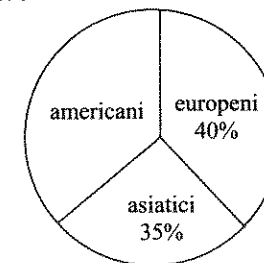


Figura 1



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, prisma patrulateră regulată $ASTEROID$.
- Aflați media geometrică a numerelor $x = |3 - \sqrt{8}|$ și $y = (1 + \sqrt{2})^2$.
- Două kilograme de roșii și patru kilograme de cartofi costă 10 lei. Aflați cât costă un kilogram de roșii și cât costă un kilogram de cartofi, știind că kilogramul de roșii este cu $0,5$ lei mai scump decât kilogramul de cartofi.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x - 1$.
 - Determinați $m \in \mathbb{R}$, știind că punctul $P(m, 1) \in G_f$.
 - Reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe xOy .
- Verificați egalitatea $(x + 3)^2 - 4x - 12 = (x + 3)(x - 1)$, oricare ar fi numărul real x .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Figura 2 reprezintă un stâlp ST pe care se sprijină o scară SC . Distanța de la piciorul scării C la baza stâlpului T este de 150 cm, iar pe stâlp, la 120 cm față de sol, este fixată o curea MN de 60 cm care imobilizează scara.
 - Determinați înălțimea stâlpului ST .
 - Determinați lungimea scării SC .
 - Câte trepte are scara, știind că distanța între două trepte succesive este de 25 cm, iar prima treaptă este la 10 cm față de capătul C ?

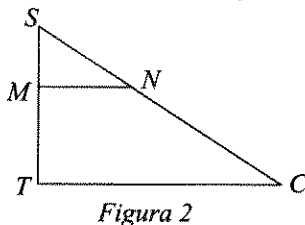


Figura 2

- În figura 3 este reprezentat un suport cilindric pentru mingi de tenis de câmp. Mingile au formă sferică, cu raza de 3 cm, iar în interiorul suportului încap trei mingi, care ocupă la maxim volumul suportului.
 - Determinați înălțimea suportului.
 - Demonstrați că aria totală a suportului este egală cu $126\pi \text{ cm}^2$.
 - Ce procent din volumul suportului este ocupat de cele trei mingi?

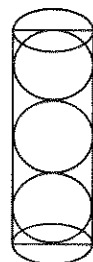


Figura 3

TESTUL 35

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Amplificând fracția $\frac{3}{7}$ cu 5, obținem fracția ...
- Inversul numărului $-\frac{5}{8}$ este numărul ...
- Scriind ca interval mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 - x > 1\}$, obținem $A = \dots$
- Aria dreptunghiului, având lungimea de 10 cm și lățimea reprezentând $\frac{2}{5}$ din lungime, este egală cu ... cm^2 .
- În figura 1 este reprezentată piramida triunghiulară regulată $VABC$, în care $VA = 6 \text{ cm}$, iar $m(\angle AVB) = 60^\circ$. Perimetrul bazei este de ... cm.
- Graficul următor surprinde evoluția cifrei de afaceri a unei firme, exprimată în mii de lei. Conform graficului, diferența dintre cifra de afaceri corespunzătoare anului 2012 și cea corespunzătoare anului 2011 este de ... mii lei.

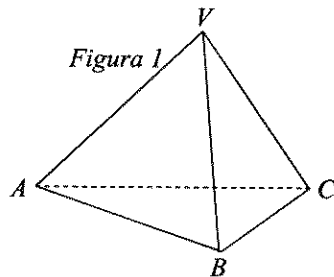
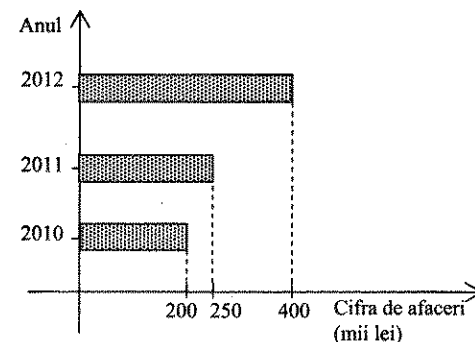


Figura 1



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, trunchiul de piramidă patrulateră regulată $ABCDMNPQ$.
- Verificați egalitatea $a = 2b$, dacă $a = \sqrt{72} + \sqrt{18} - \sqrt{2}$, iar $b = \frac{8}{\sqrt{2}}$.
- Dacă ar sta câte un elev în bancă, ar rămâne 13 elevi în picioare. Pentru a ocupa toate băncile cu câte 2 elevi, ar mai fi nevoie de 2 elevi. Câte bănci și câți elevi sunt?
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - \frac{x}{3}$.
 - Calculați $f(-6) - f(0)$.
 - Reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe xOy .
- Se consideră mulțimea $M = \left\{0, (3); \frac{2}{\sqrt{2}}; \sqrt{1\frac{5}{4}}; -5^0; 2^{-1}; \pi\right\}$. Determinați $M \cap \mathbb{Q}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Încântată de vizita la gelaterie, Bianca a desenat un cornet de înghețată ca în figura 2. Triunghiul echilateral ABC , având perimetrul egal cu 36 cm, reprezintă cornetul, iar semicercul având diametrul AB reprezintă cupa de înghețată.
 - Determinați lungimea laturii AB .
 - Determinați aria semicercului reprezentând cupa de înghețată.
 - Comparați suprafața reprezentând cornetul cu suprafața reprezentând cupa.
- În figura 3 este reprezentat un acvariu fără capac sub forma paralelipipedului dreptunghic $POLIEDRU$, în care avem: $PO = 40 \text{ cm}$, $OL = 25 \text{ cm}$, iar $LR = 20 \text{ cm}$.

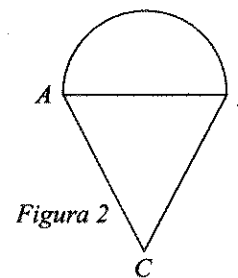
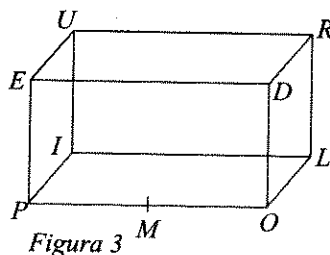


Figura 2

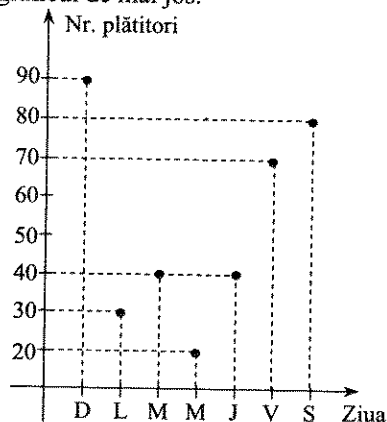
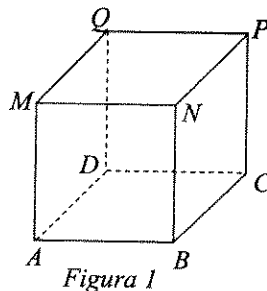
- Aflați măsura unghiului dintre EM și LI , unde M este mijlocul lui $[PO]$.
- Câți litri de apă se află în acvariu, știind că apa ocupă 80% din capacitatea acestuia?
- Este posibil să se taie cele cinci fețe ale acvariului dintr-o foaie de sticlă având forma unui pătrat cu latura de 65 cm?



TESTUL 36

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Suma numerelor prime de o cifră este egală cu ...
- Numărul natural care este soluție a ecuației $|x - 1| = 3$ este ...
- Cel mai mic număr întreg din intervalul $(-5, 0]$ este ...
- Dacă lungimea unui cerc este egală cu 14π cm, atunci aria discului este ... cm².
- În figura 1 este reprezentat cubul $ABCDMNPQ$. Măsura unghiului dintre muchiile AB și QD este egală cu ...°.
- Numărul vizitatorilor plătitori ai ștrandului municipal în decursul unei săptămâni este reprezentat în graficul de mai jos.



Conform graficului, cei mai mulți vizitatori au fost în ziua de ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, piramida triunghiulară regulată $ABIS$, având vârful S .
- Demonstrați că numărul $N = 13 + 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 12)$ este pătrat perfect.
- Andrei, Barbu și Cosmin au împreună 75 de timbre. Câte timbre are fiecare, știind că diferența dintre dublul numărului de timbre ale lui Barbu și numărul timbrelor lui Cosmin este 13, iar Cosmin are 9 timbre.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{2} + 1$.
 - Verificați egalitatea $f(\sqrt{3}) + f(3\sqrt{3}) = 2f(2\sqrt{3})$.
 - Reprezentați grafic funcția într-un sistem de coordonate xOy .
- Se consideră expresia $E(x) = \frac{x}{3} + \frac{2x+6}{3x} : \left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 0\}$. Arătați că $E(x) = x$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 0\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- În figura 2 este reprezentată o bucată de material textil sub forma rombului $ABCD$. O croitoreasă are nevoie de suprafața patrulateră $BMDN$, unde M și N sunt mijloacele laturilor $[CD]$, respectiv $[AD]$.

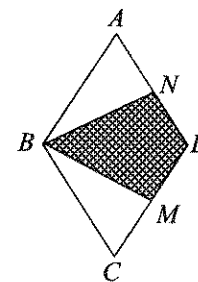


Figura 2

- Demonstrați că $[BN] \equiv [BM]$.
 - Demonstrați că $MN \perp BD$.
 - Demonstrați că, în acest mod, croitoreasa folosește jumătate din materialul avut la dispoziție.
- Remorca unui TIR are forma paralelipipedului dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$ din figura 3. Se știe că $AB = 12$ m, $BC = 3$ m, iar $CC' = 4$ m.
 - Determinați aria totală a remorcii.
 - Care este numărul maxim de pachete cubice având latura de 50 cm care pot fi transportate cu acest TIR într-o singură deplasare?
 - Aflați tangenta unghiului dintre dreapta AC' și fața $BCC'B'$.

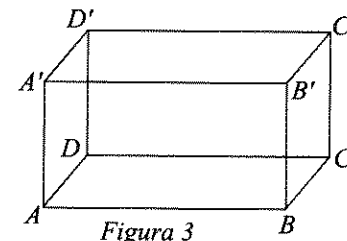


Figura 3

TESTUL 37

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $0,75 + \frac{1}{2} : 2$ este egal cu ...
2. Dacă 5 ouă costă 5 lei, atunci 12 ouă costă ... lei.
3. Dacă $A = (-4, 3]$, atunci $A \cap \mathbb{N}$ este ...
4. Aria rombului având diagonalele de lungime 1 dm, respectiv 4 cm este egală cu ... cm^2 .
5. În figura 1 este reprezentată piramida patrulateră *RADIO*, având vârful *R*. Dacă $AD = 6$ cm și lungimea înălțimii piramidei este de 3 cm, atunci volumul piramidei este egal cu ... cm^3 .
6. Rezultatele obținute la o evaluare scrisă de elevii clasei a VIII-a sunt sintetizate în următorul tabel:

Nota	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	3	4	6	6	6	5

Conform tabelului, efectivul clasei numără ... elevi.

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un cilindru circular drept având un diametru al bazei inferioare notat *AB*.
2. După o reducere cu 10%, prețul unui obiect a devenit 90 de lei. Care a fost prețul inițial?
3. Într-un grup de elevi, fetele reprezintă $\frac{3}{5}$ din numărul membrilor grupului. Aflați câte fete și câți băieți sunt, știind că, dacă ar mai veni 4 fete, atunci numărul fetelor ar fi dublul numărului băieților.
4. Reprezentați grafic funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x-1)^2 - x^2$.
5. Se consideră ecuația $mx^2 + nx + 1 = 0$, unde $m, n \in \mathbb{R}$.
 - a) Rezolvați ecuația pentru $m = -1$ și $n = 0$.
 - b) Determinați $m, n \in \mathbb{Q}$, știind că $1 + \sqrt{2}$ este soluție a ecuației.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 2, cercul de centru *O* reprezintă un lac, iar segmentele *AT* și *AS* reprezintă două alei care pleacă de la ghereta administratorului (*A*) către două pontoane

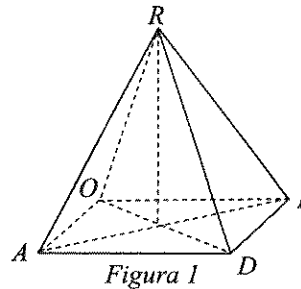


Figura 1

- (*T* și *S*). Dreptele *AT* și *AS* sunt tangente cercului. Se știe că $AT = 120$ m și $AO = 130$ m.
- a) Arătați că $AS = 120$ m.
 - b) Demonstrați că raza cercului este de 50 m.
 - c) Verificați că suprafața lacului este mai mică decât 1 hectar.

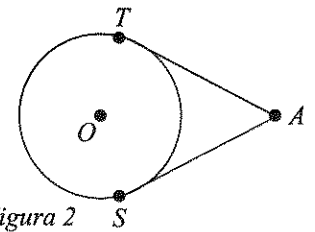


Figura 2

2. În figura 3 este reprezentat un container pentru colectarea deșeurilor, având forma unui cub $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ din care lipsește baza superioară. Pentru confecționarea containerului s-au folosit 1125 dm^2 de tablă.

- a) Arătați că lungimea muchiei containerului este de 1,5 m.
- b) Stabiliți dacă încapă în container o vergea metalică având lungimea de 2,5 m, fără a o rupe.
- c) O furnică pleacă pe suprafața laterală, din *A* în *C*₁, pe drumul minim. Știind că furnica intersectează muchia *BB*₁ în punctul *M*, aflați lungimea segmentului *BM*.

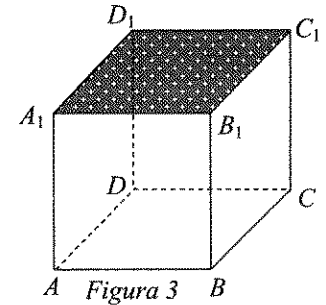


Figura 3

TESTUL 38

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $18 - 6 : 2$ este egal cu ...
2. Rezolvând ecuația $3x - 2 = 7$, obținem soluția $x = \dots$
3. Scrisă ca interval, mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 3\}$ este $A = \dots$
4. Aria pătratului având perimetrul de 20 cm este egală cu ... cm^2 .
5. În figura 1 este reprezentată o prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghi echilateral. Dacă $AB = AA'$, atunci măsura unghiului dintre dreptele AB' și CC' este egală cu ... °.
6. Grupând elevii unei clase după înălțime, obținem tabelul:

Înălțimea (cm)	[100, 109)	[110, 119)	[120, 129)	[130, 140]
Număr de elevi	1	5	12	7

Numărul elevilor care au cel puțin 120 cm este egal cu ...

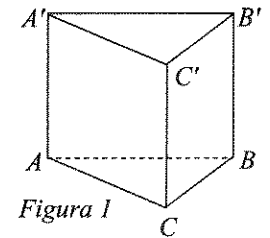


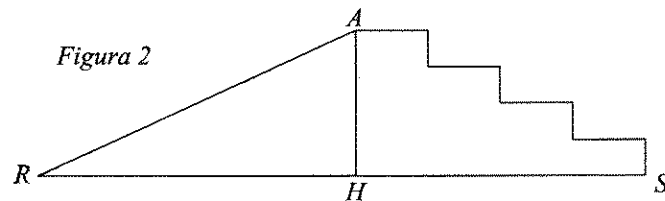
Figura 1

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

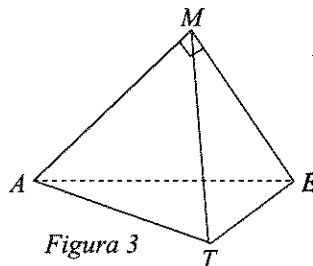
1. Desenați, pe foaia de examen, un cub $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
2. Într-o școală sunt două clase de a V-a. Prima are 25 de elevi, iar a doua cu 3 mai mult. Câți elevi de clasa a V-a învață în acea școală?
3. Maria cumpără 12 caiete și creioane, plătiind, în total, 28 de lei. Numărul creioanelor este dublul numărului caietelor. Un caiet este de cinci ori mai scump decât un creion.
 - a) Câte caiete a cumpărat Maria?
 - b) Care este prețul unui creion?
4. Determinați numerele reale a și b , știind că $a^2 + b^2 + 5 = 2a - 4b$.
5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x+1}{2x+1}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) \cdot \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-2, -3, -\frac{1}{2}, -1, 2\right\}$. Arătați că $E(x) = 2$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-3, -2, -1, -\frac{1}{2}, 2\right\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Accesul într-o instituție se poate face urcând cele patru trepte sau, pentru persoanele cu dizabilități, pe rampa de acces RA , ca în figura 2. Fiecare treaptă are lățimea de 30 cm și înălțimea de 15 cm, iar $m(\angle ARH) = 30^\circ$.
 - a) Aflați diferența de nivel AH .
 - b) Aflați lungimea rampei RA .
 - c) Care este lungimea unui covor necesar acoperirii treptelor de la A la S ?



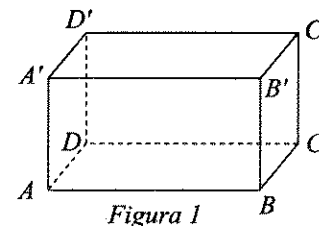
2. În figura 3 este reprezentat un cristal sub forma piramidei triunghiulare regulate $MATE$, având vârful M . Se știe că $MA = 3\sqrt{2}$ cm, $m(\angle AME) = 90^\circ$.
 - a) Calculați perimetrul bazei EAT .
 - b) Arătați că aria laterală a cristalului este egală cu 27 cm^2 .
 - c) Calculați distanța de la punctul A la planul (MTE) .



TESTUL 39

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Numărul cu 7 mai mare ca -11 este ...
2. Valoarea lui a pentru care $\overline{1a2} : 9$ este $a = \dots$
3. Scriind ca interval mulțimea $M = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 3\}$, obținem $M = \dots$
4. Perimetrul triunghiului echilateral având înălțimea egală cu $4\sqrt{3}$ cm este egal cu ... cm.
5. În figura 1 este reprezentat un paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$, în care $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm, iar $AC' = 13$ cm. Lungimea înălțimii paralelipipedului este egală cu ... cm.
6. Rezultatul exprimării opțiunilor cu privire la șeful clasei de către cei 30 de elevi ai unei clase este cuprins în diagrama următoare. Conform diagramei, a câștigat Ioana cu un număr de ... voturi.



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de piramidă triunghiulară regulată $ABCMNP$.
2. Mama are 42 de ani, iar fiica sa are 10 ani. Peste câți ani vârsta mamei va fi de trei ori mai mare decât vârsta fiicei?
3. Se consideră ecuația $x^2 - 3x + m = 0$, având necunoscuta x . Știind că una dintre soluțiile ecuației este $x_1 = 1$, determinați cea de-a doua soluție a ecuației.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 2$.
 - a) Reprezentați grafic funcția într-un sistem de coordonate xOy .
 - b) Aflați media geometrică a numerelor $a = f(\sqrt{3})$ și $b = f(-\sqrt{3})$.
5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3x}\right) \cdot \frac{x^2-4}{2x^2+4x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$. Arătați că $3 \cdot E(x) = 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 2\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Se consideră triunghiul ABC , în care $m(\angle ABC) = 45^\circ$, $m(\angle ACB) = 60^\circ$ și distanța de la vârful A până la dreapta BC este de 6 cm.
 - Calculați $m(\angle BAC)$.
 - Arătați că $AC = 4\sqrt{3}$ cm.
 - Demonstrați că perimetrul triunghiului ABC nu depășește 25,8 cm. (Se pot utiliza, eventual, încadrările $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ și $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$.)
- O țevă din material plastic are formă cilindrică (atât în interior cât și în exterior), diametrul interior este de 3 cm, grosimea țevii este de 0,5 cm, iar lungimea țevii este de 1 m (figura 2).
 - Arătați că diametrul exterior al țevii este de 4 cm.
 - Calculați volumul țevii.
 - Calculați masa țevii dacă densitatea materialului din care este făcută țeava este $\rho = 0,4 \text{ g/cm}^3$. Se va considera pentru π aproximarea $\pi \approx 3,14$.

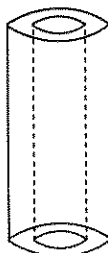
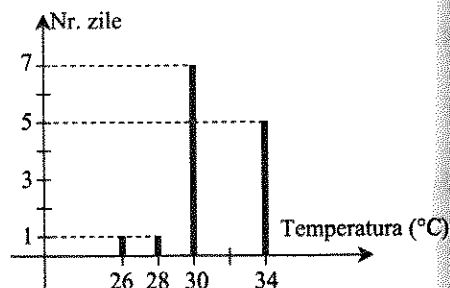


Figura 2

TESTUL 40

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $\left(1 - \frac{5}{3}\right)^2 \cdot \frac{3}{2}$ este ...
- Media geometrică a numerelor $5 - 2\sqrt{6}$ și $5 + 2\sqrt{6}$ este ...
- Într-un sistem de coordonate xOy , considerăm punctele $A(-3,0)$ și $B(0,4)$. Lungimea segmentului AB este ...
- Se consideră triunghiul ABC și punctele $D \in (AB)$, $E \in (AC)$, astfel încât $DE \parallel BC$. Dacă $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{8}$ și $AC = 24$ cm, lungimea segmentului EC este ... cm.
- Un cilindru circular drept are aria laterală egală cu $100\pi \text{ cm}^2$ și aria totală egală cu $150\pi \text{ cm}^2$. Aria unei baze a cilindrului este egală cu ... cm^2 .
- Timp de 14 zile se înregistrează temperatura aerului, obținând rezultatele din diagrama de mai jos. Temperatura medie în această perioadă a fost egală cu ... $^\circ\text{C}$.



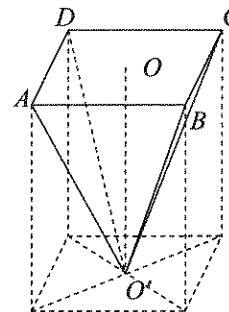
Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, o sferă de centru O .
- Arătați că numărul $n = 5 \cdot 10^{100} + 22$ se divide cu 9.
- Considerăm intervalul $A = (0, 3)$.
 - Stabiliți dacă $1 + \sqrt{2} \in A$.
 - Determinați $A \cap \mathbb{Z}$.
- Trasați graficul funcției $f: \{-1, 0, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 1$, într-un sistem de coordonate xOy .
- Aduceți la o formă mai simplă expresia:

$$E(x) = \frac{2x+1}{x-1} : \left(1 - \frac{3x^2}{1-x^2}\right), x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; -1; 1; \frac{1}{2}\right\}.$$

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Un elev are la dispoziție plăci dreptunghiulare, fiecare având lungimea de 15 cm și lățimea de 8 cm.
 - Determinați latura pătratului care poate fi construit cu 120 de astfel de plăci.
 - Arătați că elevul nu poate construi un pătrat cu latura de 1,5 m.
 - Determinați numărul minim de plăci cu care elevul poate construi un pătrat.
- Figura alăturată reprezintă schematic o fântână săpată în piatră. $O'ABCD$ este o piramidă patrulateră regulată, de înălțime $O'O = 10$ dm, cu $AB = 8$ dm.
 - Calculați aria laterală a piramidei $O'ABCD$.
 - Verificați dacă în fântâna $O'ABCD$ încap 213 litri de apă.
 - Dacă turnăm 90 de litri de apă în fântâna goală, la ce înălțime se va ridica apa în fântână?



TESTUL 41

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} + \frac{5}{2}$ este egal cu ...
- Mulțimea divizorilor întregi ai numărului 6 are cardinalul ...
- Un aliaj de aur și cupru are titlul 0,900 și masa de 200 g. Cantitatea de aur aflată în aliaj este de ... g.
- Un hexagon regulat are ... diagonale.
- O sferă are volumul de $36\pi \text{ cm}^3$. Aria sferei este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.

6. Tabelul de mai jos corespunde unei dependențe funcționale:

x	-2	-1	0	1	c
$y = 3x - 1$	-7	-4	a	b	8

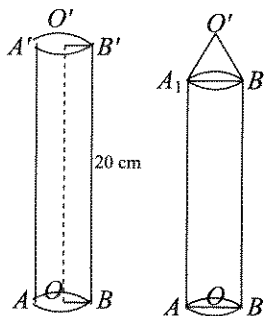
Calculând suma $a + b + c$, obținem rezultatul ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, o prismă patrulateră regulată cu bazele $ABCD$ și $A'B'C'D'$.
- Numerele a și b sunt direct proporționale cu 2, respectiv 5. Știind că $a = 24$, aflați valoarea lui b .
- Într-o parcare sunt 39 de autovehicule și biciclete, care au împreună 102 roți. Câte biciclete sunt în parcare?
- Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1 - m)x + 3m$. Determinați numărul real m pentru care punctul $A(-5; 3)$ aparține graficului funcției f .
- Se consideră ecuația $\frac{m-1}{x-2} = m$, având necunoscuta x .
 - Rezolvați ecuația în cazul în care $m = 2$.
 - Dacă $m \in \{0, 1\}$, arătați că ecuația dată nu are soluții.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

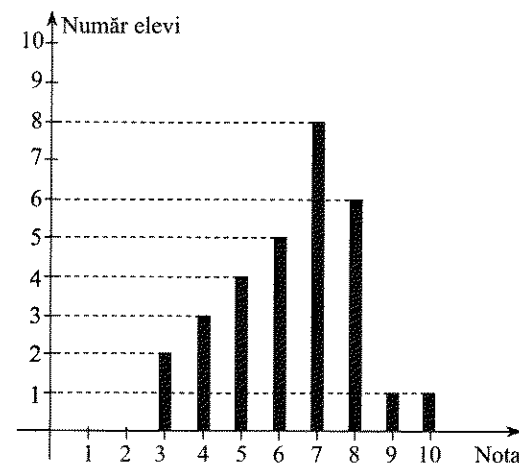
- Un triunghi dreptunghic are catetele de lungimi x și $3 - x$, unde x este un număr real pozitiv, mai mic decât 3.
 - Calculați aria triunghiului, în funcție de x .
 - Demonstrați că $x \cdot (3 - x) \leq \frac{9}{4}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
 - Dacă triunghiul dat are cea mai mare arie posibilă, determinați-i perimetrul.
- Un creion neascuțit are forma unui cilindru circular drept cu generatoarea de 20 cm și raza de 5 mm. Se ascute creionul, vârful ascuțit având forma unui con circular drept cu generatoarea de 13 mm.
 - Calculați volumul creionului neascuțit.
 - Calculați volumul creionului ascuțit.
 - Cât la sută din volumul creionului s-a îndepărtat prin ascuțire?



TESTUL 42

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 0,75$ este egal cu ...
- Cifra x , pentru care numărul $504x$ este divizibil cu 5, dar nu și cu 2, este egală cu ...
- Cel mai mic multiplu comun al numerelor 48 și 180 este ...
- Un unghi are suplementul egal cu 72° . Măsura unghiului este egală cu ...°.
- Un trunchi de piramidă triunghiulară regulată are latura bazei mari $L = 10$ cm, latura bazei mici $l = 5$ cm și apotema $a = 10$ cm. Aria laterală a trunchiului este de ... cm².
- În figura de mai jos este prezentată distribuția notelor la matematică obținute în urma unui test:



Numărul elevilor care au luat note de 7 sau de 8 este egal cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de con și notați cu AB un diametru al bazei mari.
- Într-o cutie sunt 20 de bile roșii, galbene și albe. Știind că 8 bile sunt galbene, iar 13 bile nu sunt albe, câte bile de fiecare culoare sunt în cutie?
- Arătați că numărul $a = (2 + \sqrt{3})^2 + |4\sqrt{3} - 7|$ este rațional.
- Determinați funcția liniară al cărei grafic trece prin punctele $A(-1, -4)$ și $B(2, 5)$.
- Considerăm $E(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} - \frac{3}{x + 2}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$.

a) Arătați că $E(x) = \frac{x-5}{x+2}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$.

b) Determinați valorile întregi ale lui x , pentru care $E(x)$ este număr natural.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Pe un teren în formă de dreptunghi $ABCD$ construim două alei BD și AE , unde $AE \perp BD$, $E \in (BD)$ (figura 1). Știm că $BE = 90$ m și $DE = 160$ m.

- Arătați că lungimea aleii AE este egală cu 120 m.
- Calculați lungimea gardului ce împrejmuieste terenul.
- Calculați lungimea segmentului DF , unde $\{F\} = AE \cap CD$.

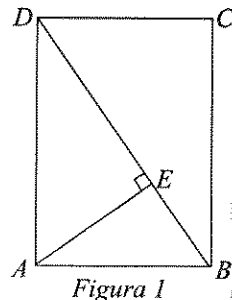


Figura 1

2. O încăpere are formă de paralelipiped dreptunghic cu lățimea de 2,8 m, lungimea de 4,5 m și înălțimea de 2 m. Pe un perete este o fereastră dreptunghiulară de dimensiuni 2 m și 1,5 m, iar pe doi pereți sunt două uși dreptunghiulare late de 0,8 m și înalte de 1,75 m (figura 2). Încăperea trebuie văruiată (pereții și tavanul).

- Care este suprafața care trebuie văruiată?
- Care este cantitatea de var necesară văruii, dacă pe 1 m² de suprafață folosim 125 g de var, iar prin procesul de văruiere se pierde 10% din cantitatea de var?
- Ajung trei cutii de var de 1,6 kg cutia?

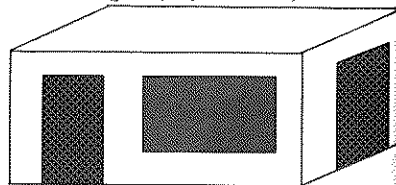


Figura 2

TESTUL 43

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- A zecea zecimală a numărului $a = 0,1(23)$ este egală cu ...
- Cel mai mare divizor comun al numerelor 360 și 630 este egal cu ...
- Calculând $4(\sin 45^\circ \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \cos 60^\circ)$, obținem numărul natural ...
- În triunghiul ABC , dreptunghic în A , D este proiecția punctului A pe BC . Dacă $BD = 9$ cm și $CD = 16$ cm, atunci lungimea segmentului AB este egală cu ... cm.
- Un trunchi de piramidă patrulateră regulată are latura bazei mari $L = 10$ cm, latura bazei mici $l = 5$ cm și înălțimea $H = 6$ cm. Volumul trunchiului este egal cu ... cm³.
- În tabelul următor este prezentată situația notelor la istorie ale unui elev:

Nota	5	7	8
Număr note	1	3	2

Media la istorie a elevului este egală cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați un cub $ABCDEFGH$.

2. Efectuați $\left(\sqrt{\frac{9}{7}} - \sqrt{7} + \frac{2}{\sqrt{7}}\right) : \sqrt{\frac{1}{7}}$.

3. Dacă într-o sală de clasă stau câte 2 elevi într-o bancă, 5 elevi stau în picioare, iar dacă stau câte 3 elevi într-o bancă, rămân 3 bănci goale. Câte bănci și câți elevi sunt în clasă?

4. a) Determinați coordonatele punctului de intersecție dintre graficele funcțiilor $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$ și $g(x) = 3x - 2$.

b) Reprezentați grafic cele două funcții, în același sistem de axe xOy .

5. Arătați că expresia $E(x) = (2x - 3)^2 - 3x(x - 4) + (1 - x)(1 + x)$, $x \in \mathbb{R}$, nu depinde de x .

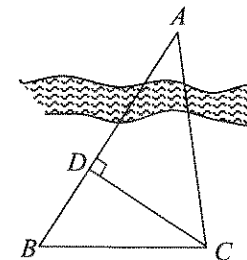
Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. De o parte și de alta a unui râu sunt doi copaci, A și B , ca în figura alăturată. Cunoaștem că $CD \perp AB$, $D \in AB$, $CD = 120$ m, $CB = 80\sqrt{3}$ m și $m(\angle ACD) = 45^\circ$.

- Arătați că $m(\angle BCD) = 30^\circ$.
- Calculați lungimea segmentului BD .
- Arătați că distanța dintre copacii A și B este mai mică decât 190 m.

2. Un vas are formă de cub cu latura de 30 cm și este plin cu apă.

- Câți litri de apă sunt în vas?
- Ce înălțime trebuie să aibă un vas în formă de piramidă patrulateră regulată cu latura bazei egală cu 30 cm, ce are același volum cu vasul în formă de cub?
- Aflați sinusul unghiului format de o diagonală a cubului și o față a acestuia.



TESTUL 44

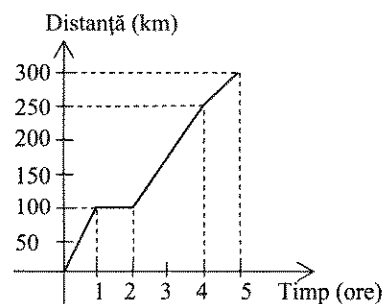
Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Câtul împărțirii numărului 2014 la 24 este egal cu ...

2. Dintre numerele $\frac{\sqrt{2}}{2}$ și $\frac{\sqrt{3}}{3}$ mai mare este ...

3. Dacă $A = \{-2, 0, 1, 3\}$, iar $B = \{-1, 0, 2, 3\}$, atunci $A \cap B$ este egală cu ...

- Aria unui pătrat cu lungimea diagonalei egală cu 2 m este egală cu ... m².
- Un con circular drept are raza bazei $R = 4$ cm și generatoarea $G = 6$ cm. Aria totală a conului este de ... cm².
- În graficul următor este reprezentată deplasarea unui automobil care pleacă la ora 0:00 din Bacău și ajunge la ora 5:00 în București. Între ora 2:00 și ora 4:00, automobilul a parcurs ... km.



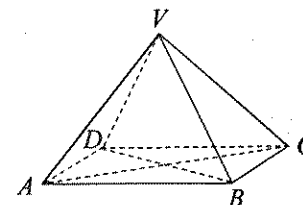
Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, un cilindru drept având drept baze două discuri, de diametre AB , respectiv $A'B'$ (unde $AB \parallel A'B'$).
- Fie $a = \sqrt{2} - 1$, $b = \sqrt{2} + 1$. Arătați că $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \in (2, 3)$.
- Perimetrul unui dreptunghi este egal cu 24 cm. Știind că lungimea dreptunghiului este cu 2 cm mai mare decât lățimea acestuia, calculați aria dreptunghiului.
- Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 2$.
 - Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .
 - Calculați aria triunghiului determinat de graficul funcției și axele de coordonate.
- Aduceți la forma cea mai simplă expresia $E(x) = \left[1 - \frac{2x-2}{x+1} + \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^2 \right] \cdot \frac{x^2-1}{4}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Pe laturile unei grădini $ABCD$, în formă de pătrat cu latura de 70 m, se consideră punctele $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CD)$, $Q \in (DA)$, astfel încât $MB = NC = PD = QA = 30$ m.
 - Arătați că segmentele MN , NP , PQ și QM au aceeași lungime.
 - Arătați că $m(\angle MNP) = 90^\circ$.
 - Determinați cât costă să acoperim cu gazon suprafața $MNPQ$, știind că 1 m² de gazon costă 0,8 lei.

- În figura alăturată este reprezentat schematic un acoperiș în formă de piramidă patrulateră regulată $VABCD$. Dimensiunile acoperișului sunt $VA = 6\sqrt{3}$ m și $AB = 12$ m.



- Arătați că înălțimea acoperișului este egală cu 6 m.
- Acoperim acoperișul cu tablă. Stabiliți dacă ajung 220 m² de tablă, știind că la îmbinări se pierde 10% din tabla folosită.
- Determinați măsura unghiului format de două fețe laterale opuse.

TESTUL 45

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

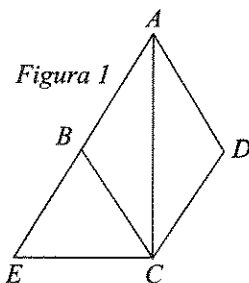
- Rezultatul calculului $\frac{3}{16} : \left(0,75 - \frac{1}{2} \right)^2$ este egal cu ...
- O carte costă 10 lei. Mărind prețul cu 10%, aceasta va costa ... lei.
- Soluția negativă a ecuației $x^2 = 9$ este ...
- Lungimea laturii unui romb este egală cu 10 cm, iar lungimea unei diagonale este egală cu 12 cm. Aria rombului este egală cu ... cm².
- Un trunchi de piramidă regulată are laturile bazelor, $L = 10$ cm și $l = 5$ cm, iar înălțimea este $H = 5$ cm. Înălțimea piramidei din care provine trunchiul este de ... cm.
- Probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{0, 1, 2, \dots, 19\}$, acesta să fie prim este egală cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, o sferă și notați cu AB un diametru al ei.
- Efectuați $\left(\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{32}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) : \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Media aritmetică a trei numere este egală cu 6. Unul dintre numere este egal cu 6. Calculați media aritmetică a celorlalte două numere.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{3x-2}{2}$.
 - Reprezentați graficul funcției într-un sistem de coordonate xOy .
 - Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2f(x) = 1 + 4x - f(6)$.
- Dacă a și b sunt numere reale astfel încât $a + b = 2\sqrt{2}$ și $a \cdot b = 2$, calculați $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ și $a^2 + b^2$.

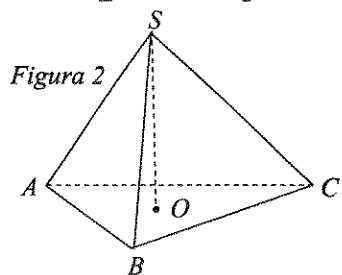
Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În figura 1 este reprezentată o rețea de drumuri județene. Se știe că $AB = BC = CD = DA = 6$ km, B este mijlocul lui AE , iar $m(\angle ABC) = 2m(\angle BAD)$.



- a) Arătați că măsura unghiului $\angle BAD$ este de 60° .
b) Demonstrați că $AECD$ este trapez isoscel.
c) Un automobil parcurge traseul $A-C-E-A$ cu viteză de 60 km/h. Arătați că timpul necesar parcurgerii acestei distanțe este mai mic de jumătate de oră.

2. Un stâlp SO este ancorat prin trei cabluri SA , SB , SC , astfel încât $SABC$ este o piramidă triunghiulară regulată de înălțime SO (figura 2). Cunoaștem $AB = 3$ m și $SO = 3$ m.

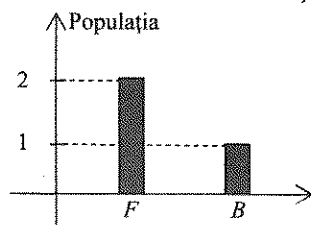


- a) Arătați că $AO = \sqrt{3}$ m.
b) Determinați măsura unghiului dintre SA și planul (ABC) .
c) Stabiliți dacă ajung 10 m de cablu pentru a ancora stâlpul.

TESTUL 46

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Restul împărțirii numărului 2014 la 24 este egal cu ...
- Media geometrică a numerelor $a = 2\sqrt{3}$ și $b = 6\sqrt{3}$ este egală cu ...
- 5 kg de mere costă 17,5 lei. 8 kg de mere de aceeași calitate costă ... lei.
- În triunghiul ABC , $m(\angle B) = 60^\circ$, $m(\angle C) = 50^\circ$, AD este înălțimea din A a triunghiului, iar AE este bisectoarea unghiului BAC . Măsura unghiului DAE este egală cu ...°.
- Un con circular drept are raza bazei $R = 4$ cm și înălțimea $H = 6$ cm. Aria secțiunii axiale a conului este ... cm².
- În figura următoare este reprezentată o clasificare a locuitorilor unui sat, bărbați și femei. Unitatea de măsură pentru axa verticală nu este indicată, dar se știe că numărul total de locuitori este 480. Numărul bărbaților din sat este egal cu ...

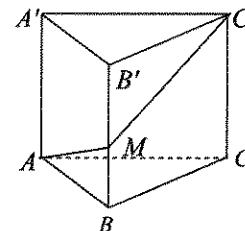


Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați o piramidă triunghiulară regulată $ABCD$ de bază BCD .
- Arătați că numărul $a = |5 - \sqrt{5}| + |2 - \sqrt{5}| - 2$ este număr natural.
- Aria unui dreptunghi este egală cu 48 cm². Știind că lungimea dreptunghiului este cu 2 cm mai mare decât lățimea sa, calculați perimetrul dreptunghiului.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - 3x$.
a) Reprezentați graficul funcției într-un sistem de coordonate xOy .
b) Găsiți punctele $P(m, n)$ de pe graficul funcției, știind că $|m| = 2|n|$.
- Demonstrați că numărul $n = 2(x + 3)^2 - (x + 4)^2 + 7$ este pozitiv, oricare ar fi numărul real x .

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte).

- Un teren agricol are formă de triunghi isoscel ABC , în care $AB = AC = 100$ m și $BC = 120$ m.
a) Calculați lungimea distanței de la A la BC .
b) Calculați $\sin(\angle BAC)$.
c) Dacă pe 20% din suprafața terenului se construiește o casă, aflați câți metri pătrați de teren rămân disponibili pentru grădină.
- Un vas are formă de prismă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$, în care latura bazei $AB = 24$ cm, iar muchia laterală $AA' = 63$ cm.
a) Aflați volumul vasului.
b) Putem pune 20 litri de apă în vas?
c) O furnică merge pe suprafața laterală a vasului pe traseul AMC' (furnica parcurge segmentul AM și apoi MC'), $M \in (BB')$, $BM = 18$ cm. Care este lungimea drumului parcurs de furnică?



TESTUL 47

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Numărul numerelor naturale nenule mai mici decât 2016 care se divid prin 7 este egal cu ...
- Dacă a și b sunt numere reale, $b \neq 0$ și $\frac{a}{3} = \frac{2}{b}$, atunci $2ab - 7$ este egal cu ...
- Soluția ecuației $8x + 9 = 65$, $x \in \mathbb{R}$, este ...
- Aria paralelogramului $ABCD$ în care $AB = 8$ cm, $AD = 6$ cm și $m(\angle BAD) = 30^\circ$ este egală cu ... cm².

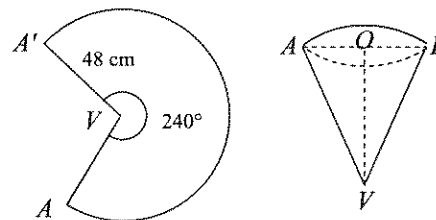
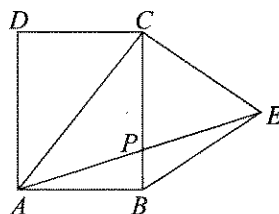
- Aria totală a unui cub este egală cu 24 cm^2 . Lungimea diagonalei cubului este egală cu ... cm.
- Într-un sistem de coordonate xOy considerăm punctul $A(-4, 3)$. Lungimea segmentului OA este egală cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați un paralelipiped dreptunghic $ABCDEFGH$.
- Dați exemplu de un număr irațional din intervalul $(2, 3)$.
- Într-un vas se toarnă 3 litri de apă la 15° și 6 litri de apă la 30° . Care este temperatura apei din vas?
- Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x + 3$. Verificați dacă punctul $A(-1, 2)$ este situat pe graficul funcției f .
- Considerăm expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x^2 + x} \right) : \frac{x+2}{x^3 - x}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0, 1\}$.
 - Arătați că $E(x) = \frac{2}{x+2}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0, 1\}$.
 - Calculați valoarea numerică a expresiei pentru $x = \sqrt{2} - 2$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- În figura alăturată este reprezentată o terasă. $ABCD$ este dreptunghi, iar BCE este triunghi echilateral. Segmentele AC, AE și BC reprezintă niște pereți despărțitori; fie $\{P\} = AE \cap BC$. Se știe că $AB = 8 \text{ m}$, iar $AC \perp CE$.
 - Arătați că $AD = 8\sqrt{3} \text{ m}$.
 - Calculați suprafața terasei.
 - Determinați lungimea BP .
- O foaie de tablă are forma unui sector de cerc cu raza de 48 cm și unghi la centru de 240° . Prin înfășurare, obținem un vas conic pe care îl umplem cu nisip.
 - Arătați că înălțimea conului este $VO = 16\sqrt{3} \text{ cm}$.
 - Calculați volumul conului.
 - Care este cantitatea de nisip care încapă în vas? (Considerăm $\rho_{\text{nisip}} = 1,8 \text{ g/cm}^3$ și valorile aproximative $\pi \approx 3,14, \sqrt{5} \approx 2,24$.)



TESTUL 48

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $(-1)^4 + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{6} : \frac{5}{3} \right)$ este ...
- Cel mai mare divizor număr prim al numărului 1848 este egal cu ...
- Dacă a și b sunt direct proporționale cu 2 și 3, iar $a = 6$, atunci b este egal cu ...
- Dacă lungimea și aria unui cerc se exprimă prin același număr real, diametrul cercului este egal cu ...
- Aria totală a unui tetraedru regulat este $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Suma lungimilor muchiilor tetraedrului este egală cu ... cm.
- Fiecare elev din clasa a V-a participă numai la unul dintre următoarele cercuri: matematică (M), literatură (L), educație fizică (S), istorie (I). Tabelul de mai jos indică numărul elevilor care participă la fiecare cerc.

Cerc	M	L	S	I
Număr de elevi	8	5	8	4

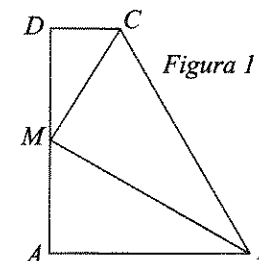
Câți elevi participă la cercul de matematică sau la cel de literatură?

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

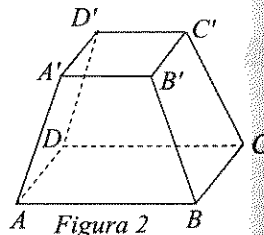
- Desenați, pe foaia de examen, un con circular drept având vârful V .
- Determinați numerele naturale de două cifre care, împărțite la suma cifrelor lor, dau câtul 6 și restul 1.
- Dacă elevii clasei s-ar alinia câte patru sau câte șapte, de fiecare dată ar rămâne un rând cu doar 2 elevi. Care este numărul de elevi din clasă?
- Într-un sistem de coordonate xOy considerăm punctele $A(3, 4)$ și $B(0, 5)$. Calculați perimetrul și aria triunghiului OAB .
- Considerăm numărul $a = x^2 + 2x - 24, x \in \mathbb{Z}$.
 - Arătați că $a = (x+6)(x-4)$.
 - Determinați valorile întregi ale lui x pentru care a este număr prim.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Un teren are formă de trapez dreptunghic $ABCD$, de baze $AB = 160 \text{ m}$, $CD = 40 \text{ m}$ și înălțime $AD = 160 \text{ m}$. Terenul este împărțit în trei parcele ABM , BMC și CMD , unde M este mijlocul lui (AD) (figura 1).
 - Aflați lungimea gardului ce împrejmuește terenul.
 - Arătați că fiecare parcelă are formă de triunghi dreptunghic.
 - Care dintre parcele are o suprafață mai mare?



2. Un vas din tablă în formă de trunchi de piramidă patrulateră regulată (figura 2) are latura bazei mari de 60 cm, latura bazei mici de 40 cm și înălțimea de 30 cm. (Baza vasului este baza mare a trunchiului și vasul nu are capac.)
- Câți litri de apă încap în vas?
 - Arătați că apotema trunchiului este egală cu $10\sqrt{10}$ cm.
 - Putem fabrica vasul dintr-o folie de tablă, în formă de dreptunghi, cu lungimea de 1 m și înălțimea de 0,9 m?



TESTUL 49

Subiectul I. Pe foaia de examen completați cu rezultatul corect. (30 puncte)

- Dacă $\frac{a}{b} = -\frac{2}{3}$, atunci $\frac{a^2}{b^2}$ este egal cu ...
- Numărul $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 25$ se termină în ... zerouri.
- Cea mai mare dintre soluțiile ecuației $x^2 - 3x + 2 = 0$ este ...
- Perimetrul unui romb cu diagonalele egale cu 6 m și 8 m este egal cu ... m.
- Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub. Măsura unghiului dintre AC și $B'D'$ este egală cu ...°.
- Într-o cutie sunt 6 bile albe și 8 bile roșii. Probabilitatea ca, extrăgând o bilă, aceasta să fie roșie este egală cu ...

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați o prismă triunghiulară regulată $ABCDEF$ cu baza ABC .
- Fie $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = \sqrt{2} - 1$ și m_g media geometrică a numerelor a și b . Arătați că $b < m_g < a$.
- Dacă elevii clasei s-ar alinia câte patru, ar rămâne un rând cu doar 2 elevi. Dacă s-ar alinia câte șapte, ar rămâne un rând cu doar 5 elevi. Care este numărul de elevi din clasă?
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$ și punctele $A(2, f(2))$ și $B(-1, f(-1))$. Notăm cu M proiecția lui A pe Ox și cu N proiecția lui B pe Oy . Calculați aria patrulaterului $AMNB$.
- a) Adăugați un termen expresiei $4x^2 + 4x$ pentru a obține pătratul unei sume.
b) Determinați numerele reale x, y dacă $4x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

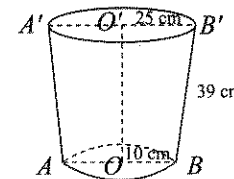
- Patru obiective turistice A, B, C, D sunt vârfurile unui dreptunghi $ABCD$, cu $AB = 10$ km, $BC = 5$ km. Andrei vizitează aceste obiective în ordinea A, B, C, D ,

A și se deplasează cu o viteză medie de 6 km/h. După trei ore face o pauză de o oră în punctul M .

- Câți kilometri a mers Andrei în 3 ore?
- Arătați că $M \in (CD)$ și calculați AM .
- Dacă Andrei a plecat din A la ora 8 și 30 de minute, la ce oră a ajuns din nou în A ?

2. O găleată din tablă are formă de trunchi de con circular drept cu raza bazei mici egală cu 10 cm, raza bazei mari egală cu 25 cm și generatoarea egală cu 39 cm. (Găleata nu are capac, iar fundul găleții este baza mică a trunchiului.)

- Arătați că înălțimea găleții este $OO' = 36$ cm.
- Determinați capacitatea găleții.
- Pentru confecționarea găleții se folosește cu 10 % mai mult material decât suprafața de tablă care reiese din calcul. Putem construi găleata dacă dispunem de $0,5 \text{ m}^2$ de tablă? (Pentru π se va folosi valoarea aproximativă 3,14.)



TESTUL 50

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Rezultatul calculului $5 - 2 \cdot 3$ este egal cu ...
- Dacă $\frac{7-2a}{6} = \frac{1}{2}$, atunci numărul a este egal cu ...
- Descompunerea în factori primi a numărului 24 este ...
- Un teren în formă de dreptunghi are lățimea de 20 m, iar lungimea de două ori mai mare decât lățimea. Lungimea unui gard care împrejmuiește terenul are ... m.
- Volumul unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile egale cu 3 m, 4 m și 5 m este egal cu ... m^3 .
- În tabelul de mai jos sunt date rezultatele obținute la teza de matematică de elevii unei clase.

Nota	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	0	0	3	4	1	4	7	5	3	2

Numărul elevilor care au obținut note cel puțin egale cu 8 este ...

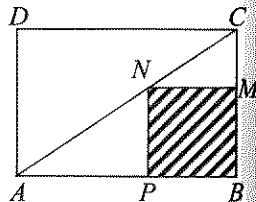
Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, un trunchi de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$.
- Arătați că numărul $a = (2 + \sqrt{2})^2 - \sqrt{32}$ este natural.

- Într-un bloc de locuințe sunt 19 apartamente cu două camere și trei camere, în total 46 de camere. Câte apartamente au trei camere?
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + 2, a \in \mathbb{R}$.
 - Determinați a dacă punctul $A(1, 5)$ este situat pe graficul funcției f .
 - Pentru $a = 3$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .
- Considerăm $E(x) = \left(\frac{3}{2(x-1)} - \frac{1}{2(x+1)} - \frac{4}{x^2-1} \right) : \frac{x-2}{x^2-2x+1}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 2\}$.
 Arătați că $E(x) = \frac{x-1}{x+1}$ pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 2\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Un covor dreptunghiular are lungimea diagonalei de 5 m, iar lungimea de 4 m.
 - Arătați că lățimea covorului are 3 m.
 - Aflați aria covorului.
 - Un colț al covorului este acoperit de un șifonier, având ca bază pătratul $BMNP$, cu $M \in BC, N \in AC$ și $P \in (AB)$. Calculați aria porțiunii de covor acoperite de șifonier.
- O cutie din carton are formă de cub, cu latura de 30 cm.
 - Arătați că lungimea diagonalei cubului este mai mare de 50 cm.
 - Putem împacheta cutia (acoperind toată suprafața cutiei) cu o coală de hârtie de $0,5 \text{ m}^2$?
 - Calculați sinusul unghiului format de două diagonale ale cubului.



TESTUL 51

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Dublul jumătății numărului $a = 305$ este ...
- Valoarea absolută a numărului $a = -\frac{7}{5}$ este ...
- Cel mai mare număr întreg din intervalul $[-3, 2)$ este ...
- Măsura unui unghi ascuțit al unui triunghi dreptunghic isoscel este de $\dots^\circ$.
- Raza unei sfere este de 5 cm. Lungimea unui cerc mare al sferei este egală cu ... cm.
- O hartă are scara 1 : 100 000. Dacă distanța pe hartă între două localități este de 5 cm, distanța dintre localități pe teren este de ... km.

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați o piramidă patrulateră regulată de vârf V și bază $ABCD$.
- Denisa are cu 27 de ani mai puțin decât mama ei, care are cu un an mai puțin decât tatăl Denisei. Aflați vârsta Denisei, știind că fata este de cinci ori mai tânără decât tatăl.
- Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid -2 < x \leq 3\}$ și $B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{3}{x-1} \in \mathbb{Z} \right\}$.
 - Demonstrați că mulțimea $A \cap B$ are un singur element.
 - Reprezentați geometric, într-un sistem de axe xOy , elementele produsului cartezian $A \times B$.
- Determinați punctul M de pe graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$ care are coordonatele opuse.
- Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x}{x+1} - \frac{2}{1-x} \right) : \frac{x^2+x+2}{x^4-x^2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.
 Demonstrați că $E(x) = x^2, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- În figura de mai jos (figura 1) este desenată o curea de transmisie între două roți dințate, prima cu raza $OA = 6 \text{ cm}$, iar a doua cu raza $O'B = 1 \text{ cm}$, ale căror centre se află unul față de celălalt la distanța $OO' = 10 \text{ cm}$. Considerăm că AB este tangentă comună exterioară a celor două cercuri.

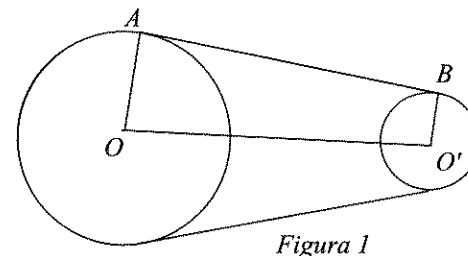


Figura 1

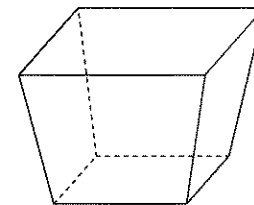


Figura 2

- Demonstrați că măsura unghiului $\angle AOO'$ este de 60° .
 - Calculați lungimea porțiunii de curea cuprinsă între punctele A și B .
 - Determinați lungimea curelei de transmisie.
- Un vas în formă de trunchi de piramidă patrulateră regulată, din tablă (format din suprafața laterală și baza mică, la fel ca în figura 2) are latura bazei mari 48 cm, latura bazei mici 24 cm, iar muchia laterală $12\sqrt{5} \text{ cm}$.
 - Calculați aria laterală a trunchiului.

- b) Câtă tablă este necesară pentru confecționarea vasului, știind că la îmbinări se pierde 16% din suprafața de tablă folosită?
- c) Stabiliți dacă putem pune 30 de litri de apă în vas.

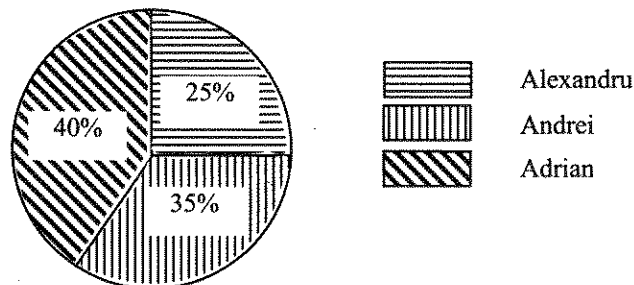
TESTUL 52

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Rezultatul calculului $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ este ...
2. Cel mai mare număr de forma $34x$ divizibil cu 3 este ...
3. Soluția inecuației $3x + 5 \leq 2$ este intervalul ...
4. Un triunghi dreptunghic are catetele 3 cm, respectiv 4 cm. Tangenta celui mai mic dintre unghiurile triunghiului este ...
5. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată. O muchie laterală coplanară cu dreapta AC este ...
6. Dacă 10 muncitori termină o lucrare în 6 zile, atunci 15 muncitori la fel de harnici vor termina lucrarea în ... zile.

Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

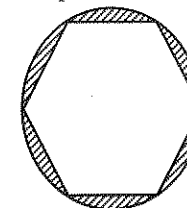
1. Desenați un paralelipiped dreptunghic $ABCD A'B'C'D'$.
2. În clasa a VIII-a B sunt mai puțin de 30 de elevi. La alegerile pentru șeful clasei (unde au votat toți elevii) s-au obținut următoarele rezultate:



- a) Precizați numele elevului care a câștigat alegerile.
 - b) Aflați numărul elevilor clasei a VIII-a B.
3. Determinați funcția liniară al cărei grafic trece prin punctele $A(2, -1)$ și $B(3, 1)$.
 4. Se consideră expresia $E(x) = |x - 1| + |x + 3|$, $x \in \mathbb{R}$.
 - a) Arătați că numărul $E(\sqrt{2})$ este irațional.
 - b) Demonstrați că $E(x) = 4$, $\forall x \in [-3, 1]$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Dintr-un disc de carton, având diametrul de 12 cm, se decupează un hexagon regulat, cu pierdere minimă de material (prin urmare, vârfurile hexagonului se vor afla pe frontiera discului).

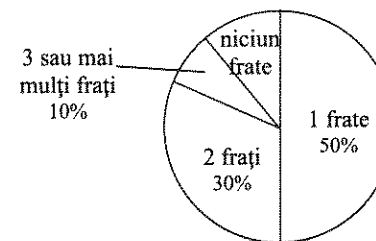


- a) Aflați perimetrul hexagonului.
 - b) Determinați aria hexagonului.
 - c) Calculați aria porțiunii de carton care se elimină în urma decupării.
2. O stâncă are forma unei prisme patrulateră regulate $ABCD A'B'C'D'$, cu latura bazei $AB = 12$ m și înălțimea $AA' = 11$ m. Patru alpiști vor să escaladeze stâncă. Primul alpinist se află în punctul $M \in (AA')$, astfel încât $AM = 5$ m. Al doilea se află încă la poalele stâncii, în B . Al treilea se găsește în punctul $N \in (CC')$, unde $CN = x$ (metri). Al patrulea a ajuns deja în vârful D' .
 - a) Calculați distanța dintre primul și al patrulea alpinist.
 - b) Aflați x , știind că punctele în care se află cei patru alpiști sunt coplanare.
 - c) Al doilea alpinist dorește să ajungă în D' , pe cel mai scurt drum ce străbate pereții $BCC'B'$ și $CDD'C'$ ai stâncii. Determinați lungimea acestui drum.

TESTUL 53

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Dacă $1,25 = \frac{a}{b}$, unde a, b sunt numere naturale relativ prime, atunci $a \cdot b = \dots$
2. Cel mai mare dintre numerele $2\sqrt{11}$ și $3\sqrt{5}$ este ...
3. După o ieftinire cu 20%, un costum de 1200 de lei va costa ... lei.
4. Un dreptunghi are lățimea egală cu un sfert din lungime și perimetrul de 20 cm. Aria dreptunghiului este ... cm^2 .
5. Sinusul unghiului format de o diagonală a unui cub cu una dintre fețele sale este ...
6. În diagrama de mai jos sunt datele obținute în urma chestionării celor 30 de elevi de clasa a V-a cu privire la numărul fraților. Numărul elevilor care sunt singuri la părinți, conform diagramei, este egal cu ...

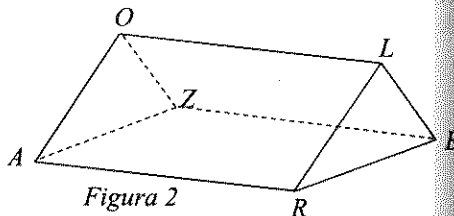
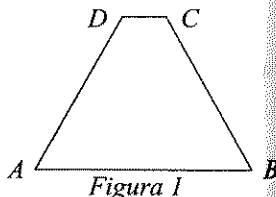


Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați, pe foaia de examen, un cilindru circular drept și notați cu O' centrul bazei superioare.
2. Avem la dispoziție 240 de smochine, 192 de portocale și 108 mere. Determinați cel mai mare număr de pachete identice care pot fi făcute folosind toate aceste fructe.
3. Arătați că numărul $x^3 \cdot x^5 + 1$ este pătrat perfect, oricare ar fi cifra nenulă x din baza zece.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$.
 - a) Care dintre punctele $A(1, 4)$ și $B(-1, -1)$ aparține graficului funcției f ?
 - b) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $2 - f(x + 1) = 3f(x)$.
5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2x}{3} - \frac{6}{x}\right) : \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x} - 2$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1, 3\}$.
Arătați că $E(x) = \frac{2x}{3}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1, 3\}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

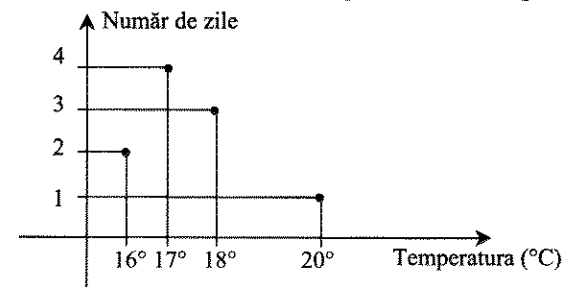
1. Un teren agricol are forma unui trapez isoscel $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB = 700$ m, $AD = BC = 500$ m, $CD = 100$ m) și este cultivat cu porumb (figura 1).
 - a) Calculați înălțimea trapezului $ABCD$.
 - b) Determinați aria terenului, exprimată în hectare.
 - c) Dacă se folosesc îngrășăminte chimice, atunci recolta crește cu 300 kg de porumb la hectar. Câte kilograme de porumb se obțin astfel în plus de pe întreaga suprafață?
2. În figura 2 este prezentată cușca unui câine, având forma prisme triunghiulare regulate $AZOREL$. Se știe că $AR = 12$ dm, iar $AZ = 8$ dm.
 - a) Determinați aria feței $AREZ$.
 - b) Aflați câți metri cubi de aer se află în cușcă, aproximând rezultatul cu trei zecimale exacte.
 - c) O furnică se deplasează, în linie dreaptă, pe traseul $O \rightarrow M \rightarrow R \rightarrow O$, unde M este mijlocul muchiei EL . Demonstrați că dreapta AE este paralelă cu planul în care se deplasează furnica.



TESTUL 54

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

1. Dacă $22 - 5 + 7 - x = 19$, atunci $x = \dots$
2. Scris sub formă de fracție ireductibilă, numărul 0,25 este egal cu $\dots$
3. Suma soluțiilor ecuației $x^2 + 2x = 0$ este egală cu $\dots$
4. Dacă $ABCD$ este romb, atunci $m(\angle ABC) : m(\angle ABD) = \dots$
5. Un trunchi de con circular drept are razele bazelor $R = 5$ cm și $r = 2,5$ cm, iar înălțimea este $H = 6$ cm. Înălțimea conului din care provine trunchiul este $\dots$ cm.
6. Timp de zece zile, am măsurat temperatura zilnică. Rezultatele sunt prezentate în graficul de mai jos. Temperatura medie în această perioadă a fost egală cu $\dots$ °C.



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. Desenați pe foaia de examen o piramidă triunghiulară regulată $VMNP$, având vârful V .
2. Efectuați calculul $\frac{1}{3\sqrt{2}+4} - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\right) : \frac{|1-\sqrt{2}|}{\sqrt{18}} + \sqrt{9}$.
3. O sursă de apă, care are un debit de 60 de litri pe minut, alimentează două fântâni. Una din ele primește de trei ori mai multă apă decât cealaltă. Care este debitul fântânii care primește mai multă apă?
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - \sqrt{3}$.
 - a) Stabiliți care dintre punctele $A(\sqrt{3}, 0)$ și $B(2\sqrt{3}, 3)$ aparține graficului funcției f .
 - b) Reprezentați grafic funcția într-un sistem de coordonate xOy .
5. Fie $R(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 10x + 25}$, cu $x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$. Simplificați raportul $R(x)$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

1. În triunghiul ABC din figura 1, punctele D și E aparțin laturilor $[AB]$, respectiv $[AC]$, astfel încât $DE \parallel BC$, $DE = 10$ m. Se știe că $AB = AC = 25$ m și $BC = 40$ m.

- Aflați aria triunghiului ADE .
- Calculați perimetrul patrulaterului $BCED$.
- Un teren de forma și dimensiunile patrulaterului $BCDE$ este împrejmuit cu un gard. Stâlpii consecutivi care susțin gardul se află unul față de altul la distanță de 2,5 m. Câți stâlpi se folosesc pentru construcția gardului?

- Se consideră cubul $ABCD A'B'C'D'$, având muchia $AB = 6$ cm, ca în figura 2.

- Calculați aria triunghiului $AB'D'$.
- Demonstrați că $A'C \perp (AB'D')$.
- Se vopsește cubul cu albastru, apoi se taie în 216 cubulețe identice. Câte dintre aceste cubulețe nu au nicio față albastră?

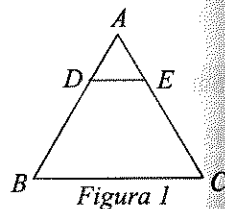


Figura 1

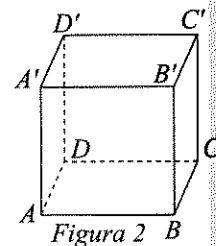
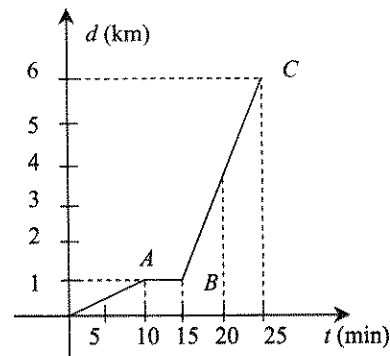


Figura 2

TESTUL 55

Subiectul I. Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele. (30 puncte)

- Fie $A = \{1, 2, 3, 4\}$ și $B = \{1, 3, 7\}$. Atunci $A \cap B = \dots$
- Cel mai mic multiplu natural al numărului 28 este $\dots$
- Cel mai mare număr întreg mai mic decât $-9,57$ este $\dots$
- Dacă $ABCD$ este paralelogram cu $AC \cap BD = \{O\}$, atunci $\frac{BO}{BD} + \sqrt{\frac{9}{4}} = \dots$
- O prismă dreaptă are bazele triunghiuri echilaterale și fețele laterale pătrate. Suma lungimilor muchiilor prisme este egală cu 72 cm. Suma lungimilor muchiilor laterale ale prisme este egală cu $\dots$ cm.
- Graficul alăturat arată că un elev a mers pe jos 1 km timp de 10 minute, a așteptat autobuzul în stație timp de 5 minute și apoi a mers cu autobuzul timp de încă 10 minute. Distanța parcursă cu autobuzul este $\dots$ km.



Subiectul al II-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- Desenați, pe foaia de examen, tetraedrul regulat $ABCD$.
- Într-o sală de clasă sunt bănci așezate pe două rânduri. Pe rândul de la geam sunt 12 bănci, iar pe rândul dinspre ușă sunt cu două bănci mai puțin. Câte bănci sunt în clasă?
- Prețul unui produs este de 500 de lei. Prețul produsului se micșorează cu 10%, apoi noul preț se micșorează din nou cu 10%.
 - Aflați prețul final, după cele două ieftiniri ale produsului.
 - Cu ce procent din prețul inițial s-a micșorat prețul produsului în urma celor două ieftiniri?
- Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 5$. Determinați coordonatele întregi ale punctului $A(a, b)$ aparținând graficului funcției f , știind că $|a| = |b|$.
- Demonstrați că $(x-1)^3 - x + 1 = x(1-x)(2-x)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

Subiectul al III-lea. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 puncte)

- În figura 1 este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$, $DC \parallel AB$, $\angle B = \angle C = 90^\circ$, iar M este mijlocul laturii BC . Se știe că $AB = 20$ cm, $AD = AB + DC$, $AD = 60$ cm.
 - Aflați lungimea segmentului $[DC]$.
 - Demonstrați că aria bucății inițiale de tablă este egală cu $1200\sqrt{2}$ cm².
 - Arătați că triunghiul AMD este dreptunghic în M .

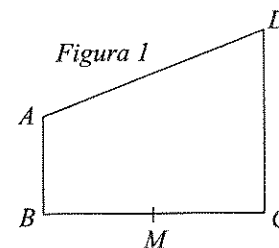


Figura 1

- O bilă sferică având volumul de $\frac{4000\pi}{3}$ cm³ se taie cu două plane paralele, de o parte și de alta a centrului sferei, lungimile cercurilor de secțiune fiind de 12π cm, respectiv 16π cm.
 - Aflați raza sferei.
 - Calculați distanțele de la centrul sferei la cele două plane de secțiune.
 - Ce procent din volumul sferei reprezintă suma volumelor conurilor cu vârfurile în centrul sferei și având ca baze cele două cercuri de secțiune?

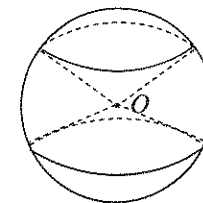


Figura 2

SOLUȚII

TEME RECAPITULATIVE

TEMA 1. Numere naturale

Partea I

1. 101. 2. 157. 3. 13. 4. 998. 5. 19. 6. 50. 7. 6. 8. 984. 9. 78. 10. 1. 11. 50. 12. 55. 13. 62. 14. 27. 15. $a = 8$. 16. $b > a$. 17. 7. 18. 1. 19. 17. 20. 4. 21. 2^{10} . 22. 3^{10} . 23. a . 24. 6. 25. $A \cup B = \{1, 2, 5, 8\}$; $A \cap B = \{2, 5\}$. 26. $A = \{0, 1, 2\}$. 27. (A). 28. 4. 29. $\text{card}(A \setminus B) > \text{card}(B \setminus A)$. 30. 4. 31. $p \in \{4, 5, 6\}$. 32. 6 submulțimi. 33. $n = 4$. 34. $x = 5$; $y = 1$. 35. $\text{card}(A \cap B) = 3$. 36. 14. 37. 12. 38. 3 și 9. 39. $n = 6$. 40. $72 = 2^3 \cdot 3^2$. 41. $a + b = 5$. 42. 4. 43. 1929. 44. 5. 45. 7. 46. 312. 47. 54. 48. 8. 49. 375. 50. 3. 51. $n = 2$; $p = 7$. 52. 12. 53. 80. 54. 6. 55. 5. 56. 100 kg. 57. 10 ore. 58. 2500 m². 59. 1000 g. 60. $\mathcal{P} = 3,2$ m. 61. 6. 62. 500 de sticle. 63. 40. 64. 31.

Partea a II-a

1. 12. 2. $13^{n^2} = 13^{7^2}$, deci $n = 7$. 3. $y = 2$, $x = 7$. 4. $\overline{abc} \in \{611, 312, 321, 231, 213, 116, 161, 123, 132\}$. 5. $2013 + 2 \cdot 2013 \cdot 2012 : 2 = 2013^2$. 6. $a = (2^3)^{19} = 8^{19}$, iar $b = 9^{19}$, deci $b > a$. 7. Folosim $2^k + 2^k = 2^{k+1}$, obținând $1 + A = 2 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{11} = \dots = 2^{11} + 2^{11} = 2^{12} = (2^4)^3$ – cub perfect. 8. $P = 63c - 3 = 63x + 60$, deci $R = 60$. 9. Folosim T.Î.R.: $n = 20c + 7$ și $100 \leq n \leq 999$. Obținem $c \in \{5, 6, \dots, 49\}$. Așadar, 45 de numere verifică cerința. 10. $a + b \leq 120$ și $a = 9b + 10$; $10 < b$. Înlocuind, obținem $b \leq 11$ și $b > 10$. Așadar, $b = 11$, apoi $a = 109$. 11. a) $20 + 18 - 28 = 10$ elevi; b) 8 elevi. 12. a) $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$ de numere; b) $A_9 = \{37, 38, \dots, 45\}$.

Media aritmetică va fi egală cu $\frac{37+38+\dots+45}{9} = 41 \in A_9$. 13. Din condițiile (2) și

(3) deducem că $\{4, 5\} \subset B$ și $\{1, 2, 4, 5\} \subset A$. Au rămas nedistribuite elementele 3, 6, 7. Din condiția (4) deducem că două elemente vor aparține mulțimii B și unul va aparține mulțimii A . Vom avea soluțiile: $A = \{1, 2, 4, 5, 3\}$ și $B = \{4, 5, 6, 7\}$ sau $A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$ și $B = \{4, 5, 3, 7\}$ sau $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$ și $B = \{4, 5, 3, 6\}$. 14. $u(4^{2013}) = 4$, deci $u(1 + 4^{2013}) = 5$. 15. 1^n și 3^n fiind numere impare, vor avea suma număr par, deci $(1^n + 2^n + 3^n) : 2$. 16. Unul dintre factorii produsului este număr par, de unde rezultă cerința. 17. Evident, $3 + 3^3 + 3^5 + \dots + 3^{19}$ se divide cu 3. Grupând termenii, vom avea $(3 + 3^3) + (3^5 + 3^7) + \dots + (3^{17} + 3^{19}) = 10(3 + 3^5 + 3^9 + \dots + 3^{17})$, deci $30 \mid (3 + 3^3 + \dots + 3^{19})$. 18. $2^{n+3} \cdot 7^n + 7^{n+1} \cdot 2^n - 3 \cdot 14^n = 14^n(8 + 7 - 3) = 14^n \cdot 12 : 6$. 19. Din $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 198$ rezultă că $a + b + c = 18$, deci

$\overline{abc} : 9$. 20. Din $x + 1 \mid x^2 + 5$ și $x + 1 \mid x + 1$ rezultă că $x + 1 \mid x - 5$, deci $x + 1 \mid 6$, așadar $x \in \{0, 1, 2, 5\}$. 21. Din $2p + 3q + 6r = 78$, $3q : 3$; $6r : 3$ și $78 : 3$ rezultă că $2p : 3$, deci $p = 3$. Înlocuind, obținem $q + 2r = 24$, de unde $q = 2$, $r = 11$. 22. Din $a \cdot b = 28$ și $a \cdot c = 70$ rezultă că $a \mid (28, 70)$, adică $a \mid 14$. Dacă $a = 14$, atunci $b = 2$ și $c = 7$, nu convine. Dacă $a = 7$, atunci $b = 4$ și $c = 10$, care verifică cerințele. 23. $a + b + c = 32$, $a + b = 7c$ și $b = 13$. Obținem $a = 15$ și $c = 4$. 24. i) $a = 5x$, $b = 5y$ cu $(x, y) = 1$. Atunci $a + 2b = 35 \Leftrightarrow x + 2y = 7$. Așadar, $(x, y) \in \{(1, 3), (3, 2), (5, 1)\}$, iar $(a, b) \in \{(5, 15), (15, 10), (25, 5)\}$; ii) $(a, b) = 4$ rezultă $a = 4x$, $b = 4y$ cu $(x, y) = 1$. Înlocuind, obținem că $16xy = 240$, deci $x \cdot y = 15$. Așadar, $(x, y) \in \{(1, 15), (3, 5), (5, 3), (15, 1)\}$, iar $(a, b) \in \{(4, 60), (12, 20), (20, 12), (60, 4)\}$. 25. Dacă e este numărul elevilor, atunci $e = 2c + 1$, $e = 5x + 1$, $e = 7k$ și $e < 25$. Numai $e = 21$ convine. 26. a) Peste 6 zile se vor întâlni din nou, adică într-o zi de miercuri; b) De 5 ori pe parcursul a 30 de zile. 27. În grup erau 23 de băieți și 29 de fete. Dacă c este numărul camerelor de pe fiecare etaj, atunci $28 = c \cdot x$ și $21 = c \cdot y$, deci $c = 7$. 28. a) $S_{\text{hol}} = 11 \cdot S_{\text{placă}} = 11 \cdot (0,8)^2 \text{ m}^2 = 7,04 \text{ m}^2$; b) Singura posibilitate de a acoperi holul, în condițiile date, este ca plăcile să fie una în continuarea celeilalte, deci dimensiunile holului sunt: 80 cm în lățime și 880 cm în lungime. 29. a) 44 lei; b) Dacă x este numărul romanelor și y este numărul albumelor, atunci $x + y = 10$ și $3,5 \cdot x + 6 \cdot y = 45$. Obținem $y = 4$ și $x = 6$. 30. a) 16; b) 12; c) $\frac{4 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 3 + 10 \cdot 2}{16} = \frac{120}{16} = 7,50$.

TEMA 2. Numere întregi. Numere raționale

Partea I

1. A. 2. -17. 3. -9. 4. 10. 5. -11 și 11. 6. Ex.: 0 și 2. 7. -8. 8. 3. 9. $B = \{1, 4, 5\}$. 10. 3 numere. 11. $\{1, 2\}$. 12. 0. 13. -18. 14. -1. 15. -9. 16. -1. 17. 0. 18. -6. 19. Ex.: $(-1) - (-7)$. 20. Ex.: $1 \cdot (-7)$. 21. $\{-10, -5, -2, -1, 1, 2, 5, 10\}$. 22. Ex.: 4. 23. 7. 24. $c < a < b$. 25. a) $x = -16$; b) $x = 1$; c) $x = -5$; d) $x = 33$; e) $\emptyset$; f) $\{-4, 8\}$. 26. a) $x \in \{-2, -1, 0, \dots\}$; b) $x \in \{\dots, 2, 3, 4\}$; c) $x \in \{\dots, -9, -8\}$; d) $x \in \{3, 4, 5, \dots\}$; e) $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$; f) $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. 27. a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $1\frac{4}{5}$. 28. a) 26; b) 15. 29. $\frac{3}{3}$. 30. $\frac{6}{5}$. 31. $\frac{3}{2}$. 32. $\frac{65}{25}$. 33. $2\frac{3}{5}$. 34. $\frac{10}{3}$. 35. $[x] = 3$, $\{x\} = \frac{1}{3}$. 36. $-\frac{13}{5}$. 37. $\frac{5}{13}$. 38. $\frac{13}{5}$. 39. $[x] = -3$, $\{x\} = \frac{2}{5}$. 40. a) 0,75; b) 2,(3); c) 0,(428571); d) 0,208(3). 41. A. 42. a) $\frac{47}{20}$; b) $\frac{10}{3}$; c) $\frac{11}{30}$; d) $\frac{70}{33}$. 43. a) $x > y$; b) $x < y$;

c) $x > y$. 44. a) $x < y$; b) $x > y$; c) $x < y$. 45. a) $x = y$; b) $x > y$; c) $x < y$. 46. a) 3; b) -2. 47. Aproximarea prin lipsă este 3,6; aproximarea prin adaos este 3,7. 48. $\frac{22}{15}$. 49. 1. 50. $\frac{1}{3}$. 51. -2. 52. $\frac{1}{4}$. 53. 1. 54. $-\frac{3}{2}$. 55. $\frac{1}{2}$. 56. $\frac{1}{2}$. 57. $-\frac{1}{3}$. 58. $\frac{1}{2}$. 59. 2,6.

Partea a II-a

1. Calcul direct: -16. 2. $a = -10$ și $a + |a| = 0$. De fapt, este destul să observăm că $a < 0$. 3. $p = 4$; $A = \{-4, -3, 3, 4\}$. 4. 30. 5. $|a| \cdot (b - 1) = -5$ implică $|a| = 1$ și $b - 1 = -5$ sau $|a| = 5$ și $b - 1 = -1$. Punctele de reprezentat au coordonatele: $(-1, -4)$; $(1, -4)$; $(5, 0)$; $(-5, 0)$. 6. Valorile posibile ale sumei sunt: -6, -5, -2, 1, 3, 4. 7. Pentru n par obținem $p = -1$, iar pentru n impar obținem $p = 1$. Așadar, $|p| = 1$. 8. 16. 9. Din $2a + 8c = 5b$ rezultă că $2 \mid b$. Alegând $b = 2x$ obținem $a = 5x - 4c$, iar $a - c = 5(x - c) : 5$. În concluzie, $b(a - c) : 10$. 10. Orice număr impar. 11. 12 perechi. 12. a) $B = \{0, 4\}$; b) $C = \{-9; -7; -6; -1; 0; 4\}$; c) $D = \{4\}$; d) $E = \{-9; -7; -6; -1\}$; e) $F = A$; f) $G = \left\{-9; -7; -6; -1; -\frac{1}{4}; -\frac{2}{9}\right\}$; g) $H = \left\{\frac{16}{3}; \frac{1}{4}; 4; \frac{7}{4}; \frac{4}{3}; \frac{9}{2}\right\}$; h) $I = \left\{\frac{16}{3}; \frac{1}{4}; \frac{7}{4}; -\frac{1}{4}; \frac{4}{3}; \frac{9}{2}; -\frac{2}{9}\right\}$. 13. a) $x \in \left\{-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right\}$; b) $x \in \emptyset$; c) $x \in \left\{-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right\}$; d) $x \in \left\{-\frac{5}{4}, -\frac{3}{4}\right\}$; e) $x \in \emptyset$; f) $x \in \left\{-\frac{5}{4}, -\frac{3}{4}\right\}$; g) $x \in \left\{\frac{5}{4}, \frac{3}{4}\right\}$; h) $x = -1$; i) $x \in \left\{\frac{3}{4}, \frac{5}{4}\right\}$. 14. $\frac{15}{37} = 0,(405)$; așadar a 50-a zecimală este 0. 15. -10,001. 16. $-\frac{83}{10} < -\frac{65}{8} < -7\frac{1}{2} < -\frac{|-14|}{3} < -1,6(72) < 1,(3) < \left|-\frac{3}{2}\right| < \frac{12}{5} < |2,67|$. 17. a) $9 \mid (10^n + 8)$, deci fracția se simplifică prin 9; b) $n(n + 1) : 2$ și $(4n + 2) : 2$, deci fracția este reductibilă. 18. a) Fie $d = (n, n + 1)$. Atunci $d \mid (n + 1)$ și $d \mid n$, deci $d \mid 1$, adică $d = 1$. Așadar fracția este ireductibilă; b) Fie $d = (3n + 119, 2n + 79)$. Atunci $d \mid 3n + 119$ și $d \mid 2n + 79$, deci $d \mid [2(3n + 119) - 3(2n + 79)] \Leftrightarrow d \mid 1$, deci fracția este ireductibilă. 19. a) 2; b) 21,03; c) 1; d) 5; e) $\frac{1}{3}$. 20. a) $x = \frac{1}{2}$; b) $x = \frac{1}{2}$; c) $x = 2$; d) $x = 3$; e) $x = 4$; f) $x = \frac{8}{3}$. 21. Analizând cazurile, deducem că pentru m și n impare se obține $E_{\text{max}} = \frac{5}{4}$. 22. Da; două mere le tăiem în 3 părți egale fiecare, iar 3 mere le tăiem în două părți egale fiecare. 23. $m_a = 51$. 24. Total fond salarii = 63600 lei; fond salarii muncitori = 44400 lei; salariul mediu al directorilor = $\frac{19200}{3} = 6400$ lei.

25. Dacă g este numărul merelor galbene, iar r este numărul merelor roșii, atunci $\frac{g}{5} + \frac{r}{6} = 5$; g este maxim când $\frac{g}{5} = 4$, adică $g = 20$.

TEMA 3. Rapoarte. Proportii. Procente

Partea I

1. 1,5. 2. 48. 3. 2. 4. 2. 5. $a = 6$, $b = 10$. 6. $\frac{2}{5}$. 7. 1. 8. $\frac{2}{7}$. 9. $\frac{2}{3}$. 10. $\frac{1}{4}$. 11. $\frac{25}{36}$.
 12. $a = 6$, $b = 4$. 13. 14. 14. $\frac{25}{3}$. 15. $(a, b) \in \{(1, 6); (2, 3); (3, 2); (6, 1)\}$.
 16. 24 cm^2 . 17. 21. 18. 10%. 19. 0,600. 20. $1 : 12500000$. 21. $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$; $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$; $\frac{6}{3} = \frac{4}{2}$.
 22. $x = 5$ sau $x = 20$. 23. $x = -2$. 24. $\overline{ab} = 72$. 25. 5. 26. 20%. 27. $n = 20$. 28. 13,2 lei.
 29. 500 lei. 30. $n = 5$. 31. $x = 9$. 32. $a = 4$; $b = 6$; $c = 10$. 33. $x = 22,5$; $y = 15$; $z = 7,5$.
 34. $m = 3$, $n = 4$. 35. $a = 10$, $b = 15$, $c = 30$. 36. $\frac{7}{8}$. 37. 16, 20 și 32. 38. 42, 21 și 14.
 39. 19,2 lei. 40. 12 muncitori. 41. $\frac{2}{5}$. 42. $\frac{1}{6}$. 43. $\frac{7}{50}$.

Partea a II-a

1. a) 120 (tone); b) 2,4 t; c) 2000 m. 2. a) Din egalitatea $\frac{a+3b}{5a+b} = \frac{5}{11}$ va rezulta $a = 2b$. Dacă $b = \frac{p}{100} \cdot a$, atunci $p = \frac{100 \cdot b}{a} = \frac{100}{2} = 50$; b) Din relația $\frac{2b+c}{b+2c} = \frac{5}{7}$, vom obține $b = 3c$. Astfel, $a = 2b = 6c \Leftrightarrow \frac{a}{6} = \frac{b}{3} = c$, exact ce trebuia dovedit;
 c) $c = 3$, $b = 9$, $a = 18$. 3. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = k$, adică $x = 2k$, $y = 3k$, $z = 4k$. a) Evident, $2x = 2 \cdot 2k = 4k = z$; b) $\frac{p}{100} \cdot z = y \Leftrightarrow \frac{p}{100} \cdot 4k = 3k \Leftrightarrow p = 75$. c) Înlocuind x, y, z în relația dată vom obține: $4k + 9k + 16k = 261 \Leftrightarrow k = 9$. Valorile cerute sunt $x = 18$, $y = 27$ și $z = 36$. 4. Avem: $\{x, y, z\}$ i.p. $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}\right\} \Leftrightarrow x = 3k, y = 4k, z = 5k$. a) $x^2 + y^2 =$

- $= z^2 \Leftrightarrow 9k^2 + 16k^2 = 25k^2$, adevărat; b) $\frac{2x+2z}{5y+z} = \frac{6k+10k}{20k+5k} = \frac{16}{25} = \left(\frac{4}{5}\right)^2$; c) $x = 9$, $y = 12$, $z = 15$. 5. a) $m = 42$; b) Din $x = 10k$, $y = 12k$ și $z = 42k$, obținem $2x + y = 32k = z - x$. 6. Avem că $a + b = 7k$, $b + c = 8k$ și $a + c = 9k$. Adunând aceste egalități rezultă că $a + b + c = 12k$. Prin scădere, deducem că $a = 4k$, $b = 3k$, $c = 5k$. a) Verificarea egalității $c = 5(a - b)$ este imediată; b) Dacă p este procentul căutat, atunci $\frac{p}{100} \cdot 7k = 5k \Leftrightarrow p = \frac{500}{7} (\approx 71,4)$; c) Deoarece $\frac{a+b+c}{3} = 17,5$, rezultă că $a + b + c = 52,5$. Ținând cont că $a + b + c = 12k$ vom obține $k = 4,375$, deci $a = 17,5$, $b = 13,125$, $c = 21,875$. 7. a) Fie p prețul inițial al produsului și p_1 prețul după prima majorare. Atunci $p_1 = p + \frac{10}{100}p = \frac{11p}{10}$, iar $968 = p_1 + \frac{10}{100}p_1 = \frac{11p_1}{10} = \frac{121}{100}p$, deci $p = \frac{96800}{121} = 800$ lei; b) Fie x procentul cu care trebuie realizată majorarea. Diferența de preț rezultată în urma majorării este de $968 - 800 = 168$ lei, deci $\frac{x}{100} \cdot 800 = 168$, iar $x = 21$. 8. a) 600 lei; b) 500 lei. 9. a) Fie x procentul cu care s-a realizat prima majorare. Putem scrie $750 + \frac{x}{100} \cdot 750 = p$, unde p reprezintă prețul produsului după prima majorare. Totodată, $p + \frac{10}{100}p = 990$, adică $\frac{11}{10}p = 990$ iar $p = 900$. b) Din egalitatea $750 + \frac{x}{100} \cdot 750 = 900$, obținem că $x = 20$;
 c) Reducerea va fi de $990 - 750 = 240$ lei, deci $\frac{y}{100} \cdot 990 = 240$; $y = \frac{800}{33} (\approx 24,2)$.
 10. Fie f numărul fetelor și b numărul băieților. Atunci $f = 75\% \cdot b$, iar $f - 2 = \frac{50}{100} \cdot (b + 4)$. Înlocuind, vom obține $2\left(\frac{3b}{4} - 2\right) = b + 4$, deci $b = 16$ și $f = 12$. 11. Fie x numărul paginilor cărții. a) În prima zi Matei a citit $\frac{60}{100} \cdot x = \frac{3x}{5}$, rămânându-i de citit $\frac{2x}{5}$. În a doua zi a citit $\frac{1}{3} \cdot \frac{2x}{5} = \frac{2x}{15}$, rămânându-i de citit 16 pagini. Așadar, $16 + \frac{2x}{15} + \frac{3x}{5} = x$, de unde $x = 60$; b) În prima zi a citit $\frac{2 \cdot 60}{5} = 24$ de pagini.
 12. Fie $x, x + 1, x + 2, \dots, x + 14$ cele 15 numere. a) Avem $\{x, x + 14\}$ i.p. $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{9}\right\}$,

deci $\frac{x}{3} = \frac{2x+28}{9}$, de unde $x = 28$; b) Suma numerelor va fi $28 + 29 + \dots + 42 = \frac{(28+42) \cdot 15}{2} = 525$; c) $M_a = \frac{28+29+\dots+42}{15} = \frac{525}{15} = 35$, care aparține șirului de numere. 13. a) Într-o oră Ion va culege 3 lădițe iar Costel 2 lădițe, deci împreună vor culege 5 lădițe; b) Dacă într-o oră vor culege împreună 5 lădițe, atunci o lădiță o vor culege în $60 : 5 = 12$ minute. 14. a) Deoarece A înoată de două ori mai repede, rezultă că atunci când el a încheiat cursa B se află la jumătate, deci parcursese 50%; b) Dacă o jumătate de bazin a parcurs-o în 20 de secunde, atunci întregul bazin a fost parcurs în 40 de secunde; c) Deoarece A a înnotat de două ori mai repede ca B , iar B a parcurs o lungime de bazin în 40 de secunde, rezultă că A a parcurs o lungime de bazin în 20 de secunde. 15. a) $1 : 2\,000\,000$; b) 320 km; c) 40 000 ha. 16. a) $P = \frac{10}{10+15+20} = \frac{2}{9}$; b) Cazul cel mai nefavorabil este cel în care extragem toate cele 20 de bile roșii. Dacă extragem 21 de bile, sigur vom avea măcar două bile de culori diferite.

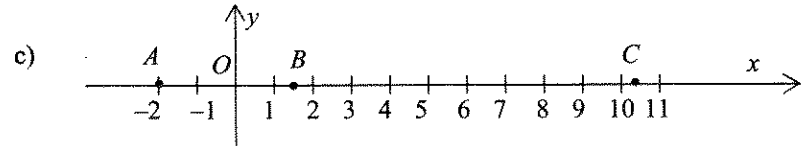
TEMA 4. Numere reale

Partea I

1. 8. 2. 13. 3. 2. 4. 2. 5. 35. 6. 48 m. 7. 5 cm. 8. 11. 9. $x = 10$. 10. $x < y$. 11. $b < c < a$. 12. $\sqrt{18}$. 13. $-\sqrt{36} = -6$. 14. P_2 . 15. $x = -1$. 16. $[a] = 2$. $[b] = 7$. $[c] = -13$. 17. $\{a\} = 0,3$; $\{b\} = 0$; $\{c\} = 0,75$. 18. 5. 19. -5. 20. 0. 21. $x > 0$. 22. $x \in \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$. 23. $x \in \{-\sqrt{2}, 3\sqrt{2}\}$. 24. 5. 25. $4\sqrt{2}$. 26. $2\sqrt{3}$. 27. 0. 28. 0. 29. -4. 30. 3. 31. 4. 32. $24\sqrt{2}$. 33. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. 34. 5. 35. 0,5. 36. 4. 37. 0,5. 38. $\sqrt{2}$. 39. $x \in \{-4\sqrt{3}, 4\sqrt{3}\}$. 40. $x = 9$. 41. P_2 . 42. B . 43. 2,1. 44. $\sqrt{2}$. 45. $A = [0, 3]$. 46. $B = (-\infty, -2)$. 47. $C = [-1, 3)$. 48. $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{-4, -3, -2, -1\}$. 49. 2. 50. De exemplu: -1,3.

Partea a II-a

1. a) $AB + BC = 7\sqrt{3} = AC$; b) $MN = \frac{AB}{2} + \frac{BC}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$ cm;



2. a) $A \cap \mathbb{N} = \{(-2)^2\}$; b) $A \cap \mathbb{Z} = \left\{(-2)^2; \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}\right\}$; c) $A \cap \mathbb{Q} = \{(-2)^2; (-3)^{-2}; \sqrt{0,09}; \sqrt{1\frac{7}{9}}; 3,14; \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}\}$; $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) = \left\{\pi; \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$. 3. a) $2x \in [-4, 2]$; b) $3 - 2x \in [1, 7]$; c) Din relațiile $2x \in [-4, 2]$, $3y \in [-3, 9]$, rezultă că $2x + 3y \in [-7, 11]$. 4. a) $x = 1,1$ și $y = 1,3$; b) Dacă $x, y \in \mathbb{R}$, $x < y$ și $[x, y] \cap \mathbb{Z} = \emptyset$, atunci există un număr $k \in \mathbb{Z}$ astfel încât $k < x < y < k + 1$, deci $y - x < (k + 1) - k = 1$; c) $2 \cdot |x - y - 1| + |x - y + 1| - |x - y| = 2 \cdot (-x + y + 1) + (x - y + 1) - (y - x) = 3$. 5. a) $A \cap \mathbb{Z} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$; b) $A = (-5, 2)$, $B = [1, 8]$. 6. a) $a \cdot b = 1$, $a^2 + b^2 = 6$; b) $m_a = \frac{a+b}{2} = \sqrt{2}$; $m_g = \sqrt{ab} = 1$; c) $1 \in (a, b) \cap \mathbb{Q}$; $\sqrt{2} \in (a, b) \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$. 7. a) 90 de numere; b) $\sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{9} + \dots + \sqrt{100} = 1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$; c) 26 de numere $(\sqrt{1}; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \dots; \sqrt{26})$. 8. a) $a \cdot b = \sqrt{2}$; b) $(a + b)^2 = 4 + 2\sqrt{2}$; c) $b : a - \sqrt{2} = 1 \in \mathbb{Q}$. 9. a) $x^2 - 6x + 10 = x^2 - 6x + 9 + 1 = (x - 3)^2 + 1$; b) $\sqrt{x^2 - 6x + 10} = \sqrt{(x - 3)^2 + 1} \geq \sqrt{1} = 1$; c) Deoarece $\sqrt{x^2 - 6x + 10} + \sqrt{9y^2 + 6y + 10} = \sqrt{(x - 3)^2 + 1} + \sqrt{(3y + 1)^2 + 9} \geq \sqrt{1} + \sqrt{9} = 4$, valoarea minimă a expresiei date este 4 și se atinge pentru $x = 3$, $y = -\frac{1}{3}$. 10. a) Dacă $y \neq 0$, atunci din relația $x + y\sqrt{2} = 0$ rezultă că $\sqrt{2} = -\frac{x}{y} \in \mathbb{Q}$, ceea ce este fals. Deci $y = 0$, apoi $x = 0$; b) Egalitatea din enunț este echivalentă cu $(x - z) + (y - t)\sqrt{2} = 0$, de unde obținem, conform rezultatului de la punctul a), că $x = z$ și $y = t$; c) Deoarece $(x + y - 2) + (2x + y - 4)\sqrt{2} = 0$ și $x + y - 2 \in \mathbb{Q}$, $2x + y - 4 \in \mathbb{Q}$, rezultă că $x + y - 2 = 0$ și $2x + y - 4 = 0$, deci $x = 2$, $y = 0$.

TEMA 5. Calcul algebric

Partea I

1. 5. 2. -6. 3. $x^2 + x + 1$. 4. 4. 5. $2x$. 6. x . 7. x^2 . 8. 3. 9. x^2 . 10. $-14x + 13$. 11. $8x$. 12. $2x^2 + 2x + 2$. 13. $2x^2 + 2x + 1$. 14. $-4x + 4$. 15. $E(0) = E(-1) = 0$. 16. 0. 17. 35. 18. $5 + \sqrt{3}$. 19. Fals. 20. Adevărat. 21. 6. 22. 2. 23. 12. 24. 6. 25. 4. 26. $\sqrt{3}$. 27. $x(x - 5)$. 28. $3x^8(x^2 + 3)$. 29. $(x + 1)(x - 1)$. 30. $x(x + 1)(2x + 1)$. 31. $(x - 1)(y - 1)$. 32. $(3x - 1)(3y + 1)$. 33. $(5x - 7)(5x + 7)$. 34. $(x + 2)(2 - 3x)$. 35. $(x + y + 3)$.

· $(x - y + 3)$. 36. $(x + 1)(x + 6)$. 37. $(x - 2)(x - 3)$. 38. $(x - 1)(x + 3)$. 39. $(x + 1) \cdot (2x - 1)$. 40. $(x + 1)(x + 4)(x - 4)$. 41. $\frac{1}{4}$. 42. $\mathbb{R} \setminus \{4\}$. 43. $\{-2, 2\}$. 44. $\frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 2x}$.
45. $\frac{x^3 - x^2}{x^2 - 1}$ și $\frac{x}{x^2 - 1}$. 46. $\frac{x+1}{3}$. 47. $\frac{x+2}{x-3}$. 48. $\frac{-1}{x(x+1)}$. 49. $\frac{1}{y}$. 50. $\frac{1}{2}$.

Partea a II-a

1. Dacă $x = 2n + 1$, atunci $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1) = 2n(2n + 2) = 4n(n + 1) : 8$.
2. Prin calcul direct sau descompunând ambii membri ai egalității. 3. a) Calcul direct; b) $E(x) = (x + 2)^2 + 2$. Deoarece $(x + 2)^2 \geq 0$, pentru orice x real, rezultă că $E(x) \geq 2$; c) Deoarece $E(a) \geq 2$ și $E(b) \geq 2$, conform punctului anterior, deducem că $E(a) + E(b) \geq 4$, cu egalitate când $a = b = -2$. 4. a) Calcul direct în membrul drept; b) Pentru $r \in \mathbb{R}$, avem că $E(r) \geq \frac{1}{2}$, conform punctului a). Așadar, egalitatea $E(r) = 0$ este imposibilă; c) Analizăm cazurile n par și n impar, obținând cerința. 5. $E(0) = E(2) \Leftrightarrow 1 = 5 + 2m \Leftrightarrow m = -2$. Atunci $E(x) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$. 6. Notând $5a + 3b$ cu x , avem $A = (x - 7)(x - 1) + 9 = x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2 = (5a + 3b - 4)^2$.
7. $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 23$; $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) = 110$.
8. Din relația $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ obținem $(a - b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2 = 0$, deci $a = b = c$. Deoarece $a + 2b + 3c = 18\sqrt{2}$, rezultă că $a = b = c = 3\sqrt{2}$. 9. a) $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$; b) $E(x) = \frac{(x-1)(x+2) - x^2 + 1}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x-1} = 1$. 10. $E(x) = \frac{3}{2}$. 11. a) Calcul direct; b) $6 \cdot E(a) = \frac{3}{a+1}$. Din $\frac{3}{a+1} \in \mathbb{Z}$, rezultă $a + 1 \in \{-3, -1, 1, 3\}$, deci $a \in \{-4, -2, 0, 2\}$. Deoarece $a = 0$ nu convine, deducem că $a \in \{-4, -2, 2\}$. 12. $E(x) = 2$. 13. a) Calcul direct asupra membrului drept sau descompunere în factori a membrului stâng; b) $E(x) = \frac{-8x-16}{(x-2)(x+2)} \cdot (2-x) = 8$. 14. a) $E(x) = 2x$; b) $a = 1$ și $E(a) = 2$;
c) $|1 + 2x| = 11$ implică $x \in \{-6, 5\}$ și convine numai $x = -6$. 15. a) $\frac{1}{a} - \frac{1}{a+1} = \frac{a+1-a}{a(a+1)} = \frac{1}{a(a+1)}$, exact ce trebuia demonstrat; b) Utilizând relația anterioară vom obține: $E(x) = \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right] \cdot \frac{(x+2)^2}{2} - 1 = \frac{2}{x(x+2)} \cdot \frac{(x+2)^2}{2} - 1 = \frac{x+2}{x} - 1 = \frac{2}{x}$; b) $E(1^{-1}) + E(2^{-1}) + \dots + E(10^{-1}) = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \dots + 2 \cdot 10 = 2(1 + 2 + \dots + 10) = 110$.

TEMA 6. Funcții

Partea I

1. -1. 2. 6. 3. 2. 4. -1. 5. 1. 6. $A(2, 0)$. 7. $A(0, -3)$. 8. $a = 2$. 9. -12. 10. $\{1, 5\}$.
11. $S = 5$. 12. 0. 13. $\{-3, -1\}$. 14. -1. 15. 1. 16. 160. 17. 0. 18. $\frac{2}{3}$. 19. $A = 4$.
20. $\{-1, 2, 5, 8\}$. 21. $f(-2) = 1$. 22. -1. 23. -1. 24. 1. 25. $a = 2, b = -1$. 26. 4. 27. -2.
28. $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$. 29. $A(1, 1)$, $B\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$. 30. $(2, 8)$. 31. $x \in (-\infty, 2]$. 32. $A(3, 1)$. 33. Fie $A(x, y)$ punctul de intersecție dintre cele două drepte. Rezultă $y = 2x - 4, y = 2x - 1$, imposibil. 34. $x \in (-\infty, -2]$. 35. $x \in (-\infty, 1]$. 36. $x \in \{2, 3\}$. 37. 60° . 38. $a = -1, b = 2$. 39. $f(-2) = -1$. 40. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 5x - 2$. 41. $a \in \{1, 2\}$. 42. $a = -\frac{1}{2}$.

Partea a II-a

1. b) $a = 1$; c) $S = -2(1 + 2 + \dots + 2011) + 2012 = -2010 \cdot 2012$. 2. b) $A\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$;
c) Fie $n \in \mathbb{N}$; din $f(n) = \frac{2n+3}{6} \in \mathbb{N}$, rezultă $6 \mid 2n + 3$, deci $2 \mid 2n + 3$, de unde $2 \mid 3$, fals. 3. b) Graficul funcției f intersectează axele de coordonate în $A(3, 0)$ și $B(0, 4)$; $\mathcal{A}_{OAB} = 6$; c) $d(O, AB) = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{12}{5}$. 4. c) Fie $M(x, y) \in (AB)$, $x, y \in \mathbb{Z}$; atunci $y = \frac{5x-1}{2}, x \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$. Rezultă $x = 3$ sau $x = 5$. Găsim punctele $M_1(3, 7), M_2(5, 12)$. 5. b) $A\left(-\frac{1}{3}, 0\right); B\left(0, \frac{1}{2}\right)$; c) $\frac{2}{\sqrt{13}}$. 6. c) Fie $A(x, y)$ punctul căutat, deci $f(x) = y, x = \frac{y}{4}$. Rezultă $A(1, 4)$. 7. c) $AB = 2\sqrt{13}$. 8. a) $f(x) = 2x + 1$; b) $f(5) = 11$, deci $C \in G_f$; c) Dacă A', B', C' sunt proiecțiile punctelor A, B, C pe Ox , atunci $A'(1, 0), B'(3, 0)$ și $C'(5, 0)$. Deoarece $AA' \parallel BB' \parallel CC'$ și $A'B' = B'C'$, rezultă că $(AB) \parallel (BC)$. 9. b) $x \in (-\infty, 4]$; c) Din $|2x - 5| = |x + 2|$ rezultă că $2x - 5 = x + 2$ sau $2x - 5 = -(x + 2)$, de unde $x = 7$ sau $x = 1$. Rezultă $A(7, 9)$ sau $A(1, -3)$. 10. b) $a = 6$; c) $E = -4$. 11. a) $a = -1$; b) Graficul funcției intersectează axa Ox în $A(2, 0)$ și axa Oy în $B(0, 1)$. Perimetrul triunghiului OAB este $3 + \sqrt{5}$. 12. c) $A'(1, 0); B'(2, 0)$; $AA' = 2; BB' = 5, A'B' = 1$ și $\mathcal{A}_{AA'B'B} = \frac{7}{2}$. 13. a) A și C ; b) Graficul funcției f este format din punctele de coordonate $(-2, -5); (0, -1); (1, 1); (3, 5)$; c) $\{-5, -1, 1, 5\}$.

14. a) $f(-2) = -2$; b) $a = 1$; c) $\sqrt{2}$. 15. a) $a = \sqrt{2}$, $b = 2 - \sqrt{2}$, media aritmetică este egală cu 1; b) $x \in (-\infty, 1]$; c) $f(a\sqrt{2}) = b$ implică $\sqrt{2}(a+1) = 2a + b$, $a, b \in \mathbb{Q}$. Dacă $a \neq -1$, rezultă $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$, fals, deci $a = -1$ și atunci $2a + b = 0$, deci $b = 2$. Rezultă că $M(-\sqrt{2}, 2)$. 16. a) Dacă $A(x, y)$ este punctul căutat, din $f(x) = y$ și $g(x) = y$ rezultă $x = 2$, $y = 0$, deci $A(2, 0) \in Ox$; c) 15° . 17. a) Din $f(x) = y$ și $g(x) = y$ rezultă $\frac{3}{2}x + 1 = y$ și $2x + \frac{1}{2} = y$, deci $x = 1$, $y = \frac{5}{2}$; b) Graficele funcțiilor și Oy formează triunghiul ABC , unde $A(1, \frac{5}{2})$; $B(0, 1)$; $C(0, \frac{1}{2})$. Dacă $AD \perp Oy$, $D \in Oy$, atunci $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{BC \cdot AD}{2} = \frac{1}{4}$; c) $\{0, 1, 2\}$. 18. b) Avem $OA = OB = 4$ și $OC = OD = 2$; c) În triunghiul ABD , AO și DC sunt înălțimi, deci C este ortocentrul triunghiului. Rezultă că $BC \perp AD$.

TEMA 7. Ecuații. Sisteme de ecuații. Inecuații

Partea I

1. (F). 2. (F). 3. $\frac{3}{2}$. 4. 2. 5. $a = 1$, $b = -2$. 6. $x = 6$. 7. $t = -1$. 8. $a = -1, 6$. 9. $x = 12, 55$. 10. $x = -2$. 11. $t = 2$. 12. $x = 3, 3$. 13. $x = -1, 5$. 14. $x = -9$. 15. $t = 5$. 16. $x = -8$. 17. $x = 1$. 18. $x = 6\sqrt{2}$. 19. $x = -2$. 20. $z = 2$. 21. $t = 5$. 22. $x \in \emptyset$. 23. $x = -6$. 24. $x \in \{-3, 3\}$. 25. $a \in \{-2, 2\}$. 26. $x \in \{-5, 9\}$. 27. $x = -\frac{1}{2}$. 28. $x = 1$. 29. $x = 2$. 30. $x \in \{-3, 2\}$. 31. $x \in \{-1, 3\}$. 32. $x = \frac{1}{2}$. 33. $x \in \emptyset$. 34. $m = -4$. 35. $a = 2$. 36. $x \in \left\{\frac{5}{12}, \frac{2}{3}, \frac{7}{12}\right\}$. 37. a) Folosim teorema lui Pitagora. Numai $x = -2$ convine; b) Folosim teorema lui Thales; $x = 7$; c) Este necesar ca $x + 12 + 3x - 32 = 180$, deci $x = 50$. 38. $x \in \{0, 1, 2, 3\}$. 39. $x \in \{7, 8, 9, \dots\}$. 40. $x \in \{3, 4, 5, \dots\}$. 41. $x \in (-\infty, -4)$. 42. $x \in \{2, 3, \dots\}$. 43. $x \in \{-15, -14, \dots\}$. 44. $x \in \{0, 1, 2\}$. 45. $x \in (-1, 3)$. 46. $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. 47. $x = 3$. 48. $n = 2$. 49. $a \in [5, \infty)$. 50. $x \in \{-1, 0, \dots\}$. 51. $x = 2$. 52. $x = 10$, $y = 3$. 53. $x = -2$, $y = 3$. 54. $x = -6$, $y = -5$. 55. $x = 27$, $y = 25$. 56. $x = \frac{1}{3}$, $y = 4$. 57. $x = -2$, $y = 3$. 58. $x = 4$, $y = 1$. 59. $x = 1$, $y = 0$. 60. $m = -1$, $n = -5$.

Partea a II-a

1. a) $7(3x - 1) - 4(5x - 2) = 22$; $x = 21$; b) $x = -1$; c) C.E. $x \neq \frac{2}{3}$ și $x \neq -\frac{1}{3}$. Prin calcul găsim soluția admisibilă $x = \frac{11}{6}$; d) C.E. $x \neq \frac{3}{2}$. Obținem $2(2x - 3) = 10$, deci $x = 4$. 2. Înlocuind pe x cu 1 obținem $m - 2 = 0$, deci $m = 2$. Rezolvând ecuația $x^2 + 2x - 3 = 0$, găsim $x_1 = 1$ și $x_2 = -3$. 3. Înlocuind, pe rând, pe x cu 1 și 2 obținem: $1 + a + b = 0$ și $4 + 2a + b = 0$, deci $b = 2$ și $a = -3$. 4. a) $E(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0$, deci $x_1 = -1$ și $x_2 = -2$; b) $E(x) = m \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 - m = 0$ (1). Ecuația (1) are soluții reale când $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 4m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{1}{4}, \infty\right)$; c) Căutăm $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ pentru care $E(x) = 1$ (spre exemplu). Atunci $x^2 + 3x + 1 = 0$, cu soluțiile $x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$. Așadar, pentru $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ avem că $E(x) = 1$. 5. Utilizând relația $|a| + |b| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ și $b = 0$, deducem $\begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ 3x - y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$. 6. a) $x = 3$; b) $y = -14$; c) Înlocuim pe x cu $3 - 2t$ și pe y cu $5t - 4$ obținând $5(3 - 2t) + 2(5t - 4) - 7 = 15 - 8 - 7 - 10t + 10t = 0$, deci perechea dată este soluție; d) Impunem condiția ca $3 - 2t \in \mathbb{N}$ și $5t - 4 \in \mathbb{N}$ și vedem că doar $t = 1$ verifică cerința. Așadar, o singură soluție are componentele numere naturale. 7. a) $3x - 2|x - 5| \geq -12 + 3x \Leftrightarrow |x - 5| \leq 6 \Leftrightarrow x \in [-1, 11]$; b) $6x + 3 - x \leq 5x + 7 \Leftrightarrow 5x + 3 \leq 5x + 7 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$; c) $x^2 + 4x + 4 - x^2 - 3x > x + 4 \Leftrightarrow x + 4 > x + 4$, deci $x \in \emptyset$; d) Ținând cont că $x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2 > 0$, inecuația se reduce la $1 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}$. 8. Dacă $a, a + 1, a + 2, a + 3, a + 4$ sunt cele cinci numere consecutive, atunci $a + a + 4 = 100$, deci $a = 48$. Numerele sunt: 48, 49, ..., 52. 9. Fie n numărul căutat. Atunci $2n + \frac{n}{2} = 20$, deci $n = 8$. 10. Fie z numărul zilelor. Putem scrie $320 - 15z = 2(180 - 10z) \Leftrightarrow 40 = 5z$, deci $z = 8$. După 8 zile se verifică cerința. 11. Fie p prețul de fabricație al produsului. Atunci $p + \frac{24}{100}p = 62$, deci $p = 50$ lei. 12. Fie d distanța ce trebuia parcursă. Atunci $12 + \frac{d}{7} = d \Leftrightarrow d = 14$ km. 13. $(2 \cdot n - 7) : 5 = 11 \Leftrightarrow 2n - 7 = 55 \Leftrightarrow n = 31$. 14. a) Vârsta lui Ionel este de $35 : 5 = 7$ ani; b) Fie x numărul anilor. Atunci $35 + x = 2(7 + x)$, deci $x = 21$. 15. a) Vârsta mamei Adinei este $26 + 16 = 42$ ani; b) Fie x numărul anilor. Atunci $42 - x = 3(16 - x)$, deci $x = 3$ ani. 16. Fie s suma inițială a Andreei. Putem scrie $\frac{2}{5}s =$

$= \frac{s}{2} - 2$, deci $s = 20$. Așadar, Andreea a avut la început 20 de lei și a cheltuit pe suvenir 8 lei. 17. Fie p procentul reprezentând dobânda. Atunci $6000 + \frac{p}{100} \cdot 6000 = 6180$, de unde $p = 3\%$. 18. Enunțul se scrie astfel: $2a + b = 43$ și $a = 3b + 4$, iar numerele căutate sunt $a = 19$ și $b = 5$. 19. Dacă f este numărul fetelor, iar b este numărul băieților, atunci $f + b = 27$ și $\frac{f}{27} = \frac{6}{9}$. Așadar, $f = 18$, apoi $b = 9$. 20. Fie v vârsta mamei și n numărul vazelor. Avem $v = 5 \cdot n + 6$ și $v = 7 \cdot (n - 1) + 3$, de unde $n = 5$, iar $v = 31$. Vârsta mamei este 31 de ani. 21. Din $(x + 5)^2 + (2 - x)^2 = 25$, obținem $x \in \{-2; -1\}$. 22. a) $x_1 = 0$ și $x_2 = 1$; b) $\Delta = 1 + 4a^2 - 4a = (2a - 1)^2 \geq 0$, pentru orice valoare reală a lui a . c) Rezolvând ecuația, obținem că $x_1 = a$, $x_2 = 1 - a$. Avem $x_1 + x_2 = 1$ este număr impar, iar $x_1 x_2 = a(1 - a)$ este număr par, deci $x_1 + x_2 + x_1 x_2$ este întreg impar.

TEMA 8. Unghiuri. Triunghiuri. Patrulatere

Partea I

1. 10 cm. 2. 12 cm. 3. Dacă $C-A-B$, atunci $BC = 8$ cm, iar dacă $A-C-B$, atunci $BC = 4$ cm. 4. 5 cm. 5. $AB = 4$. 6. $AB = 40$ cm. 7. $B-A-C$. 8. 1. 9. 55° . 10. $m(\angle O) = 80^\circ$. 11. 30° . 12. 90° . 13. 60° . 14. 60° . 15. $m(\angle BAC) = 80^\circ$. 16. $m(\angle CAD) = 40^\circ$. 17. F . 18. $m(\angle MAN) = 50^\circ$. 19. $x = 20^\circ$ sau $x = 40^\circ$, după cum unghiurile sunt opuse la vârf sau nu. 20. $x = 30^\circ$. 21. $m(\angle C) = 40^\circ$. 22. $\angle B$. 23. $m(\angle BAD) = 15^\circ$. 24. $m(\angle BIC) = 110^\circ$. 25. $m(\angle Q) = 67^\circ$. 26. Triunghi echilateral. 27. 40° . 28. $\mathcal{P}_{ABC} = 30$. 29. 15 cm. 30. 8 cm. 31. $BC = 12$ cm. 32. $\mathcal{P} = 60$ cm. 33. 10,5 cm. 34. 22 cm. 35. 9 cm. 36. 150° . 37. 30° ; 60° ; 150° , respectiv 120° . 38. $m(\angle C) = 50^\circ$; $m(\angle B) = m(\angle D) = 130^\circ$. 39. $m(\angle M) = m(\angle P) = 100^\circ$; $m(\angle N) = m(\angle Q) = 80^\circ$. 40. $\mathcal{P}_{RSTU} = 12,8$ cm. 41. $AB = CD = 4$ cm și $AD = BC = 6$ cm. 42. $AC + BD = 40$ cm. 43. $L_{\text{gard}} = 288$ m. 44. $\mathcal{P} = 90$ dm. 45. $m(\angle ABC) = 150^\circ$. 46. $\mathcal{P} = 4,8$ cm. 47. $m(\angle SAT) = 30^\circ$. 48. $AC = 20$ cm. 49. $\mathcal{P} = 12\sqrt{2}$ cm. 50. 25 mm. 51. 7 cm. 52. $m(\angle B) = 70^\circ$; $m(\angle D) = 130^\circ$. 53. 100° . 54. 40° ; 140° ; 140° . 55. 10 cm. 56. 12 cm. 57. 5 cm. 58. (A). 59. $AB = 14$ cm. 60. $\mathcal{P} = 46$ cm.

Partea a II-a

1. b) $m(\angle MBN) = [m(\angle ABD) + m(\angle DBC)] : 2 = 180^\circ : 2 = 90^\circ$, deci $MB \perp NB$. 2. Dacă $m(\angle O_1) = x$, atunci $m(\angle O_2) = x + 10^\circ$, $m(\angle O_3) = x + 20^\circ$, $m(\angle O_4) = x + 30^\circ$, $m(\angle O_5) = x + 40^\circ$. Deoarece $m(\angle O_1) + m(\angle O_2) + m(\angle O_3) + m(\angle O_4) + m(\angle O_5) = 360^\circ$, deducem că $x = 52^\circ$. Așadar, $m(\angle O_1) = 52^\circ$, $m(\angle O_2) = 62^\circ$, $m(\angle O_3) = 72^\circ$,

$m(\angle O_4) = 82^\circ$, iar $m(\angle O_5) = 92^\circ$. 3. Se arată că $ABCD$ este paralelogram (diagonalele se înjumătățesc) și astfel concluzia este adevărată. 4. Fie $\{M\} = AD \cap BC$. $\triangle ACM \equiv \triangle DCM$ (C.C.), deci $AC = DC$ și $\angle ACM \equiv \angle DCM$. 5. Fie $\{S\} = PQ \cap AB$ și $\{T\} = AC \cap PR$. a) $\triangle ASP \equiv \triangle ASQ$ (C.C.), deci $AP = AQ$; b) $\triangle ATP \equiv \triangle ATR$ (justificați!), deci $AP = AR$; c) $m(\angle QAR) = 2[m(\angle PAS) + m(\angle PAT)] = 180^\circ$, deci $R-A-Q$ sunt coliniare. 6. $\angle NAD \equiv \angle ADM$ (alt. int.) și $\angle MAD \equiv \angle ADN$ (alt. int.); $\triangle NAD \equiv \triangle MAD$ (justificați!), deci $[AM] \equiv [AN]$. 7. a) $m(\angle B) = 30^\circ$, $m(\angle C) = 60^\circ$; b) Se arată că $[MC] \equiv [BM]$; $MN \perp BC$, iar $\triangle BMN \equiv \triangle CMA$ (I.C.) (justificați!). 8. Se obține $m(\angle B) = m(\angle C) = 30^\circ$. În $\triangle BAM$, $m(\angle A) = 90^\circ$, $m(\angle B) = 30^\circ$, rezultă $BM = 2AM$. În $\triangle AMC$: $AM = MC$, deci $\frac{MC}{BC} = \frac{1}{3}$. 9. $\angle NMB \equiv \angle MBC$ (alt. int.) și

$\angle ABM \equiv \angle MBC$, deci $\angle NMB \equiv \angle MBN$; atunci $\triangle MBN$ este isoscel. 10. a) $AM \parallel NC$, AB secantă, deci $\angle BAM \equiv \angle ANC$ (coresp.). Totodată $\angle BAM \equiv \angle MAC$, de unde se obține cerința; b) Se arată că $\angle ANC \equiv \angle ACN$. 11. a) $\triangle CAM \equiv \triangle DAM$ (L.U.L.) (justificați!), deci $\angle DMA \equiv \angle CMA$, adică $DM \perp AB$; b) În $\triangle ACM$, $m(\angle M) = 90^\circ$ și $m(\angle CAM) = 30^\circ$, deci $CM = \frac{AC}{2} = 5$. 12. a) $m(\angle A) = 36^\circ$, $m(\angle B) = 72^\circ$, $m(\angle C) = 72^\circ$; b) Se arată că $\angle BMC \equiv \angle BCM$. 13. a) MN este linie mijlocie în $\triangle ABD$, deci $MN \parallel DB$ și $BD = 2MN$. Se arată că $MN \parallel PQ$ și $MN = PQ$, deci $MNPQ$ este paralelogram; b) $\mathcal{P}_{MNPQ} = 2MN + 2NP = BD + AC = 40$ cm. 14. a) $\triangle DAN \equiv \triangle BCM$ (L.U.L.) (justificați!), deci $[DN] \equiv [BM]$; b) $NB \parallel DM$ și $NB = DM$, deci $BNDM$ este paralelogram, adică BD și MN au același mijloc O , ceea ce încheie demonstrația atât pentru punctul b), cât și pentru punctul c). 15. a) PQ este linie mijlocie în $\triangle ABD$, deci $PQ = \frac{BD}{2}$. Analog se va obține că $PN = MN = QM = PQ$, deci $MNPQ$ este

romb; b) $\mathcal{P}_{MNPQ} = 4 \cdot QP = 4 \cdot \frac{BD}{2} = 104$ cm. 16. a) $DC \parallel MB$ și $DC = MB$, deci

$BCDM$ este paralelogram, adică $DM = BC$. În $\triangle ADM$, $AD = DM = 12$ și $m(\angle DAM) = 60^\circ$ conduc la concluzia că $\triangle ADM$ este echilateral, deci $\mathcal{P}_{DAM} = 36$ cm; b) Deoarece $12 = AM = MB$, rezultă că $\mathcal{P}_{ABCD} = 60$ cm; c) În $\triangle CDA$: $AD = DC$ și $m(\angle ADC) = 120^\circ$, deci $m(\angle DAC) = 30^\circ$. Deoarece $m(\angle DAB) = 60^\circ$ și $m(\angle DAC) = 30^\circ$, rezultă că $[AC]$ este bisectoarea $\angle DAB$; d) Ținând cont că $m(\angle CBA) = 60^\circ$ și $m(\angle CAB) = 30^\circ$, vom obține că $m(\angle ACB) = 90^\circ$, deci $AC \perp BC$. 17. a) În $\triangle DRS$: $m(\angle DRS) = 67^\circ 30'$ și $m(\angle RDS) = 45^\circ$, deci $m(\angle DSR) = 67^\circ 30'$, adică $\triangle RDS$ este isoscel; b) Se arată că $\triangle CDS \equiv \triangle ADS$ (L.U.L.) (justificați!), deci $SC = AS$; c) Deoarece $\triangle ASB$ este isoscel (justificați!), rezultă că $SB = AB = AD$. Așadar, $BD = BS + SD = DA + DR$. 18. a) $\triangle RDQ$ este dreptunghic isoscel; b) $QP \parallel AB$ și $AQ = PB$ (justificați!), deci $ABPQ$ este trapez isoscel. Deoarece $\triangle QCB$ este dreptunghic isoscel, obținem că $m(\angle BQC) = 45^\circ$. Atunci $m(\angle BQR) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, adică

$RQ \perp QB$ (1). În $\triangle ADP$: RQ linie mijlocie, deci $RQ \parallel AP$ (2). Din relațiile (1) și (2) deducem că $AP \perp BQ$, adică trapezul isoscel este ortodiagonal. 19. Considerând mijloacele laturilor triunghiului inițial, prin unirea lor se împarte suprafața inițială în patru suprafețe triunghiulare echilaterale cu latura de 10 m. Fiind patru suprafețe triunghiulare și cinci copăcei, cu siguranță, conform principiului cutiei, doi copăcei vor fi în același triunghi, deci cerința este verificată. 20. Dacă prin îndoire părțile se suprapun perfect, atunci figura are o axă de simetrie, deci este triunghi isoscel. Distingem două cazuri: a) $AB = AC = 3$ dm și $BC = 7$ dm. Acest caz este imposibil, deoarece nu este verificată cerința $AB + AC > BC$; b) $BC = AC = 7$ dm și $AB = 3$ dm. Acest caz este convenabil, deci $AC = 7$ dm. 21. a) Fie $\{R\} = NS \cap AB$. Atunci $\triangle PRN \equiv \triangle PRS$ (justificați!), deci $PN = PS$ și $\angle NPR \equiv \angle SPR$. Deoarece $\angle MPQ \equiv \angle BPS$ și $Q-P-B$, rezultă că și $M-P-S$; b) Se arată cu ușurință că $QN = QS$ (justificați!). În $\triangle MQS$, conform inegalității triunghiulare, $QM + QS > MS$, deci $MQ + QN > MP + PN$.

TEMA 9. Asemănare. Relații metrice

Partea I

1. 0,25. 2. 15 dm. 3. 15 m. 4. 48 km. 5. 12 cm. 6. 1 : 125 000. 7. 5. 8. 20 cm. 9. 24 cm. 10. 2. 11. 7 cm. 12. 8 dm. 13. 10 cm. 14. 15 m. 15. 64 m². 16. 85°. 17. 48 m. 18. 36 cm². 19. 10 cm. 20. 9 cm. 21. 26 cm. 22. 15 cm. 23. $6\sqrt{2}$ cm. 24. $2\sqrt{2}$ cm. 25. $5\sqrt{3}$ cm. 26. $4\sqrt{3}$ m. 27. $6\sqrt{3}$ cm. 28. 18 dm. 29. 4 cm. 30. 10 m. 31. 4 m. 32. 48 m. 33. $40\sqrt{13}$ cm. 34. 15 cm. 35. $10(1+\sqrt{3})$ cm. 36. $2\sqrt{13}$ cm. 37. 5 cm. 38. 5 m. 39. $8\sqrt{2}$ cm. 40. 4 cm. 41. $6\sqrt{3}$ dm. 42. 5 cm. 43. 90°. 44. 30°. 45. 45°. 46. 4,8 cm. 47. 12 cm. 48. 30 cm. 49. 2,4 cm. 50. 7 cm. 51. $\sin B = \frac{5}{13}$; $\cos B = \frac{12}{13}$. 52. 10 cm. 53. $\frac{2}{3}$. 54. $2\sqrt{2}$. 55. 30 cm. 56. 60°. 57. 72 cm. 58. $\frac{3}{4}$. 59. 68 cm. 60. 0.

Partea a II-a

1. a) 34 cm; b) $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}$, $\angle DAE \equiv \angle CAB = 90^\circ \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ABC$; c) $\triangle AED \sim \triangle ABC \Rightarrow \angle AED \equiv \angle ABC$. 2. a) $\angle DAE \equiv \angle CAB$, $\angle AED \equiv \angle ABC = 90^\circ \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ACB$; b) $DE = 1,2$ km; c) 0,4 km ($DE + EC = 4,6$ km, $DB + BC = 5$ km). 3. a) 4 m; b) $8(2+\sqrt{2})$ m; c) 3. 4. a) $\angle AFE \equiv \angle BFC$, $\angle EAF \equiv \angle CBF = 90^\circ \Rightarrow \triangle AFE \sim \triangle BFC$; b) $\triangle AFE \sim \triangle BFC \Rightarrow \frac{AE}{BC} = \frac{AF}{BF} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AF}{BF} \Rightarrow AF = \frac{AB}{3} = 8$ dm; c) $AE = AF$, $\angle A = 90^\circ \Rightarrow \angle AFE = \angle BFC = 45^\circ \Rightarrow \angle EFC = 90^\circ$; $EF + FC =$

- $= 24\sqrt{2}$ cm. 5. a) OBC este triunghi echilateral, deci $BC = OC = 12$ dm; $AB^2 = AC^2 - BC^2$, deci $AB = 12\sqrt{3}$ dm; b) $FC = 6\sqrt{7}$ dm; c) E este centrul de greutate al triunghiului ABC ; $BE = \frac{2}{3} OB = 8$ dm. 6. a) 8 cm; b) 9,6 cm; c) $\triangle AEF \sim \triangle ACD \Rightarrow \frac{EF}{DC} = \frac{AE}{AC} \Leftrightarrow \frac{EF}{6} = \frac{8-EF}{10} \Leftrightarrow EF = 3$ cm. 7. a) 25 m; b) 12 m; c) $BD = 9$ m, $DC = 16$ m. 8. a) $AE = 8$ dm, $BE = 2$ dm, $\mathcal{P}_{ADE} = 4(3+\sqrt{5})$ dm, $\mathcal{P}_{BCE} = 2(3+\sqrt{5})$ dm; b) $AM + MN + NB = 5 + 3\sqrt{5}$ dm; c) $DE^2 + EC^2 = 100 = DC^2 \Rightarrow m(\angle DEC) = 90^\circ$. 9. a) $\tan(\angle AED) = \frac{AD}{DE} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle AED = 60^\circ$; b) $x^2 - 8x + 25$; c) $AE^2 = EM^2 + MA^2 \Leftrightarrow 36 + x^2 = (x^2 - 8x + 25) + 25 \Leftrightarrow x = 1,75$. 10. a) $m(\angle ACD) = 90^\circ - m(\angle CAD) = 30^\circ$, $m(\angle ABD) = m(\angle ABC) = 90^\circ - m(\angle ACB) = 60^\circ$; b) $AD = 150\sqrt{3}$ m; c) $BC = 600$ m. 11. a) $L - 4k$, $l = 3k$; $L^2 + l^2 = 100^2$; $k = 20$, deci $L = 80$ m, $l = 60$ m; b) 70; c) 840 m. 12. a) $\mathcal{P}_{ABM} = 9 + \sqrt{17}$; b) 8 cm²; c) 3,2 cm. 13. a) $DE = 3\sqrt{3}$ cm, $AE = 3$ cm; b) $BD = 2\sqrt{13}$ cm; c) $AC = 2\sqrt{37}$ cm. 14. a) $BD = 6$ cm; b) $3\sqrt{3}$ cm; c) $AC = 6\sqrt{3} < 12$. 15. a) $MP = 100\sqrt{10}$ m, $MN = NP = 100\sqrt{5}$ m; b) $MP^2 = MN^2 + NP^2$; c) 40 000 lei. 16. a) 105°; b) $AB = 30\sqrt{2} < 30 \cdot 1,5 = 45$; c) $AC + BD = 30(3 + \sqrt{3})$ cm. 17. a) Fie $EE' \perp AD$, $FF' \perp AD$, $E', F' \in (AD)$, $EE'F'F$ este dreptunghi, $E'A = 0,5$ m, $\cos \angle EAE' = \frac{AE'}{AE} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle EAE' = \angle DAE = 60^\circ$; b) 0,5 m; c) $\sqrt{3}$ m. 18. a) Fie $CE \perp AB$, $E \in (AB)$. Cum $AE = DC = EB = 6$ cm, rezultă că triunghiul ACB este isoscel, deci $m(\angle ABC) = 45^\circ$; b) $6(4+\sqrt{2})$ cm; c) $12\sqrt{2}$ cm. 19. a) $m(\angle DAC) = 45^\circ \Rightarrow m(\angle CAB) = 45^\circ = m(\angle CBA) \Rightarrow m(\angle ACB) = 90^\circ$; b) $AD = 3$ m; c) 13,5 m². 20. a) $2\sqrt{202}$ m; b) 40 cl; c) 4,8 m.

TEMA 10. Aritm

Partea I

1. $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = 120$ cm². 2. $MQ = 10$ cm. 3. $BQ = 12$ cm. 4. $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = 12\sqrt{3}$ cm². 5. $\mathcal{A}_{\triangle STU} = 84$. 6. $\mathcal{A}_{\triangle MNP} = 60$ cm². 7. $BC = 10$. 8. $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = 48$. 9. $\mathcal{A}_{\triangle ABM} = 32$ cm². 10. $\mathcal{A}_{\triangle PQS} = 63$. 11. $\mathcal{A}_{\triangle RST} = 24$ dm². 12. $\mathcal{A}_{\triangle MAB} = 18$ cm². 13. $\mathcal{A}_{\triangle CMN} = 75$ m². 14. $\mathcal{A}_{\triangle RST} = 162$ cm². 15. $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = 64$ cm². 16. $d(P, AB) = \frac{4}{3}$. 17. 18 cm². 18. 16 cm². 19. 24 cm². 20. 60 cm². 21. $36\sqrt{3}$ cm². 22. $3\sqrt{3}$ cm². 23. $4\sqrt{3}$. 24. 8 cm. 25. 3 cm². 26. 100 cm². 27. 18 cm². 28. 4 ori. 29. 108 cm². 30. 9. 31. 8. 32. 120 cm². 33. 60 dm².

34. 48 cm^2 . 35. 24 cm^2 . 36. 40 cm^2 . 37. $L = 24 \text{ cm}$. 38. $150\sqrt{3} \text{ cm}^2$. 39. 96 cm^2 .
 40. 72 cm^2 . 41. $128\sqrt{2} \text{ cm}^2$. 42. $6\sqrt{3} \text{ cm}$. 43. 240 cm^2 . 44. 14 cm . 45. $48\sqrt{3}$.
 46. $70\sqrt{3} \text{ cm}^2$. 47. 42 . 48. 5 cm . 49. 20 cm^2 . 50. 20 cm^2 . 51. 196 cm^2 .

Partea a II-a

1. a) Dacă $AD \perp BC$, atunci se obține cu ușurință că $AD = 200 \text{ cm}$. Astfel, $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{BC \cdot AD}{2} = 3 \text{ m}^2$; b) Dacă m este suprafața inițială de material, atunci $\frac{90}{100} \cdot m = 3$,

deci $m = \frac{30}{9} = \frac{10}{3} = 3,33 \text{ m}^2$. 2. $\mathcal{A}_{ABC} = \mathcal{A}_{MAB} + \mathcal{A}_{MAC} + \mathcal{A}_{MBC}$. Exprimând ariile,

vom avea: $\frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\ell \cdot d(M, AB)}{2} + \frac{\ell \cdot d(M, AC)}{2} + \frac{\ell \cdot d(M, BC)}{2}$, deci

$d(M, AB) + d(M, AC) + d(M, BC) = \frac{\ell \sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} = \text{constant}$. 3. a) Fie dreptunghiul

$ABCD$ fața de masă. Din $\triangle ABC$, $m(\angle ABC) = 90^\circ$, se obține, conform teoremei lui Pitagora, că $BC = 50 \text{ cm}$; b) $\mathcal{A}_{ABCD} = 1,2 \cdot 0,5 = 0,6 \text{ m}^2$. 4. a) Gândim fereastra ca având forma rombului $ABCD$ cu $AB = 75 \text{ cm}$ și $BD = 42 \text{ cm}$, iar $AC \cap BD = \{O\}$.

Din $\triangle AOB$, $m(\angle O) = 90^\circ$, obținem că $AO = 72 \text{ cm}$, deci $AC = 144 \text{ cm}$; $\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{144 \cdot 42}{2} = 144 \cdot 21 = 3024 \text{ cm}^2$; b) Urmărim să aflăm $\sin(\angle BAD)$.

Pentru aceasta exprimăm $\mathcal{A}_{ABD}$ în două moduri: $1512 = \frac{AB \cdot AD \cdot \sin(\angle BAD)}{2}$, deci

$\sin(\angle BAD) = \frac{336}{625}$. 5. a) Dacă $CM \perp AB$, atunci din $\triangle BMC$ obținem că $MB = 4 \text{ m}$.

Astfel, $AB = 2MB + DC = 16 \text{ m}$; b) $\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot CM}{2} = 48 \text{ m}^2$; c) Dacă

t este cantitatea de tablă achiziționată, atunci $\frac{90}{100} \cdot t = 48$, de unde obținem că $t =$

$= 53,33 \text{ m}^2$. Prețul va fi egal cu $53,33 \cdot 5,4 = 288 \text{ euro}$. 6. a) Lungimea holului $= \frac{1920 - 2 \cdot 240}{2} = 720 \text{ cm}$; b) $\mathcal{A}_{\text{hol}} = L \cdot \ell = 17,28 \text{ m}^2$; c) $\mathcal{A}_{\text{placă}} = 0,16 \text{ m}^2$. Dacă $n =$

numărul plăcilor folosite, atunci $n \cdot 0,16 = 17,28$, de unde obținem că $n = 108$.

7. a) Din $\triangle ANM$, $m(\angle N) = 90^\circ$, obținem, conform teoremei lui Pitagora, că $MN = 8$.

În $\triangle ABC$: $MN \parallel BC$ implică, conform T.F.A., că $\triangle AMN \sim \triangle ACB$, deci $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} =$

$= \frac{MN}{BC}$. Așadar, $AC = 30 \text{ cm}$, iar $AB = 18 \text{ m}$; b) $\mathcal{A}_{AMN} = \frac{AN \cdot MN}{2} = 24 \text{ m}^2$; c) $\mathcal{A}_{BNMC} =$

$= \frac{(BC + MN) \cdot BN}{2} = \frac{(24 + 8) \cdot 12}{2} = 192 \text{ m}^2$. Observăm că $\frac{\mathcal{A}_{BNMC}}{\mathcal{A}_{AMN}} = 8$. 8. a) $0,04 \text{ ha} =$

$= 400 \text{ m}^2$. Dacă $\ell =$ lungimea laturii pătratului, atunci $\ell^2 = 400$, adică $\ell = 20 \text{ m}$;

b) Respectând enunțul, se vor planta exact 5 rânduri de pomi, lăsând față de fiecare dintre laturile opuse o distanță de 2 m ; c) Pe fiecare rând se vor planta câte 9 pomi, deci pe teren se vor afla $9 \cdot 5 = 45$ pomi. 9. a) $S_{\text{perete}} = 3,5 \cdot 2,4 = 8,4 \text{ m}^2$; b) Pentru aplicarea vopselei albe se investesc $15 \cdot 8,4 = 126 \text{ lei}$; c) Pentru aplicarea vopselei colorate se investesc $8,4 \cdot 18 = 151,2 \text{ lei}$. Suma totală investită este $277,2 \text{ lei}$.

10. a) Fie $MS \parallel BC$, $S \in [DC]$. Deoarece $MB \parallel CS$ și $MS \parallel BC$, rezultă că $BMSC$ este paralelogram, deci $MS = BC = 6$. Însă din $\triangle MAD$, $m(\angle A) = 90^\circ$, rezultă, conform teoremei lui Pitagora, că $MD = 10$, deci $S = D$, adică $MB = DC$. Observație: Se putea

construi $CP \perp AB$, $BP = 6 = AM$, deci $MB = DC$; b) $\mathcal{A}_{MBNC} = \frac{(MB + NC) \cdot MN}{2} =$

$= \frac{(6 + 2x) \cdot 8}{2} = 8(3 + x)$; c) Impunem condiția ca $\mathcal{A}_{MBCN} = \mathcal{A}_{AMND} \Leftrightarrow 8(3 + x) = 8 \cdot 6$,

deci $x = 3 \text{ m}$.

TEMA 11. Cercul

Partea I

1. $d = 14 \text{ cm}$. 2. $m(\angle ABC) = 90^\circ$. 3. AO_1BO_2 este romb. 4. $m(\angle AOB) = 60^\circ$, $m(\angle AOC) = 120^\circ$. 5. 2 cm . 6. 8 cm . 7. 0° . 8. $m(\angle BAC) = 70^\circ$, $m(\angle ABC) = 50^\circ$, $m(\angle ACB) = 60^\circ$. 9. $6\sqrt{3} \text{ cm}$. 10. $60^\circ, 300^\circ$. 11. $r = 3 \text{ cm}$. 12. $d(O, AB) = 4 \text{ cm}$, $AB = 8 \text{ cm}$. 13. $6\sqrt{3} \text{ cm}$. 14. 165° . 15. $m(\angle BAC) = 70^\circ$. 16. $m(\angle AOD) = 80^\circ$, $m(\angle ACD) = 40^\circ$. 17. $8\pi \text{ cm}$. 18. $81\pi \text{ cm}^2$. 19. $r = 4 \text{ cm}$. 20. $d = 16 \text{ cm}$. 21. $24\pi \text{ cm}^2$. 22. $5\pi \text{ cm}$. 23. $m(\angle AOB) = 72^\circ$. 24. $R = 2 \text{ m}$, $a = \sqrt{2} \text{ m}$. 25. $R = 2\sqrt{3} \text{ cm}$, $a = \sqrt{3} \text{ cm}$. 26. $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$. 27. $9\pi \text{ cm}^2, 6\pi \text{ cm}$. 28. $48\pi \text{ cm}^2, 8\pi\sqrt{3} \text{ cm}$. 29. 256 m^2 . 30. $4\pi \text{ dm}^2$.

Partea a II-a

1. a) $\ell(\widehat{AB}) = 3\pi \text{ cm}$; b) $m(\angle AMB) = 135^\circ$; c) Deoarece $MCOD$ este dreptunghi, rezultă că $CD = OM = r = 6 \text{ cm}$. 2. a) Notăm cu T punctul în care cele două cercuri sunt tangente. Evident, $r_1 + r_2 = DT$: $2 + TC$: $2 = DC$: $2 = AB$: 2 ($ABCD$ este dreptunghi); b) $\mathcal{A}_{O_1O_2E} = 12 \text{ cm}^2$; c) Deoarece $AB \cdot BC = \mathcal{A}_{ABCD} = 48$ și $AB = 3BC$,

rezultă că $BC = 4 = r_2$, deci aria sectorului (mic) CO_2E este $4\pi \text{ cm}^2$. 3. a) $75^\circ, 90^\circ$;

b) $\frac{12}{\pi} \text{ cm}$; c) 11 cm . 4. a) $m(\angle ACD) = 90^\circ$; b) $AM = 8 \text{ cm}$, $AD = \frac{AC^2}{AM} = \frac{25}{2} \text{ cm}$

(aplicând teorema catetei în triunghiul dreptunghic ACD , obținem $AC^2 = AM \cdot AD$);

c) $R = \frac{AD}{2} = \frac{25}{4} = 6,25$ cm. 5. a) 4 m; b) $800 + 144\pi$ (m²); c) 74 secunde. 6. a) 60°; b) 6 cm; c) Dreptele AB și CD sunt paralele deoarece $m(\angle DCA) = m(\angle CAB) = 30^\circ$. 7. a) 16π m²; b) $16(4 - \pi)$ m²; c) 16 m². 8. a) $\frac{10000}{\pi} \approx 3185$ rotații; b) $10000 \cdot 40\pi$ cm $\approx 12,56$ km; c) 2 rotații. 9. a) Unghiul $\angle C$ este drept, fiind înscris într-un semicerc. Obținem $BC = 8$ cm; b) $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = 24$ cm²; c) $\mathcal{A}_{hașurată} = \frac{1}{2} \pi \cdot \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \pi \cdot \left(\frac{BC}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \pi \cdot \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + \mathcal{A}_{ABC} = \frac{\pi}{8} (AC^2 + BC^2 - AB^2) + \mathcal{A}_{ABC} = \mathcal{A}_{ABC} = 24$ cm². 10. a) $m(\angle ACD) = m(\angle BCD) - m(\angle BCA) = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$; b) $AD = 24$ cm; c) $\frac{1}{3}$.

TEMA 12. Incidență, paralelism și perpendicularitate în spațiu

Partea I

2. A, B, C și A' . 3. Fals. 4. Adevărat. 5. 3. 6. $\{D\}$. 7. AB și $A'C$. 8. Adevărat. 9. $AB, A'B', C'D'$. 10. Adevărat. 11. dreapta CD . 12. dreapta AC . 13. $\{A\}$. 14. Adevărat. 16. 2. 17. 12. 18. 90°. 19. 45°. 20. 90°. 21. 90°. 22. $\sqrt{2}$. 23. $AD, BC, B'C'$. 24. (ABB') și (CDD') . 25. Adevărat. 26. $4\sqrt{3}$ cm. 27. 4 cm. 28. $4\sqrt{2}$ cm. 29. $2\sqrt{6}$ cm. 30. 4 cm. 31. $2\sqrt{2}$ cm. 32. 0. 33. 4 cm. 34. 45°. 35. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. 36. 45°. 37. Adevărat. 39. 36 cm. 40. Adevărat. 41. $2\sqrt{3}$ cm. 42. $3\sqrt{3}$ cm. 43. $2\sqrt{6}$ cm. 44. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. 46. 90°. 47. 45°. 48. $2\sqrt{3}$ cm. 49. $2\sqrt{2}$ cm. 50. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Partea a II-a

1. a) Deoarece $BC \parallel AD$, iar $AD \subset (MAD)$, rezultă că $BC \parallel (MAD)$; b) $AD \perp MA$ și $AD \perp AB$, deci $AD \perp (MAB)$; c) Deoarece $AB \perp AD$, $AB \perp MA$, iar MA și AD sunt concurente, rezultă că $AB \perp (MAD)$. Cum $AB \perp (MAD)$ și $MD \subset (MAD)$, rezultă că $AB \perp MD$, adică $m(\angle(AB, MD)) = 90^\circ$. 2. a) Fie P mijlocul laturii AC . Atunci $BP = h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$, iar $BG = \frac{2}{3} \cdot BP = 4\sqrt{3}$. Deoarece $MB \perp (ABC)$, rezultă că $MB \perp$

$\perp BG$, deci, conform teoremei lui Pitagora, $MG^2 = MB^2 + BG^2 \Leftrightarrow MG = 2\sqrt{21}$; b) Utilizăm teorema celor trei perpendiculare. Relațiile $MB \perp (ABC)$, $AC \subset (ABC)$, $BP \perp AC$ conduc la $MP \perp AC$, deci $d(M, AC) = MP$. Din $\triangle MBP$, $m(\angle B) = 90^\circ$, obținem că $MP = 12$ cm; c) Utilizăm R_2 a teoremei celor trei perpendiculare. Fie $BT \perp MP$. Deoarece $BT \perp MP$, $MP \perp AC$ și $PB \perp AC$, rezultă, conform R_2 , $BT \perp \perp (MAC)$, deci $d(B, (MAC)) = BT$. În $\triangle MBP$, $m(\angle B) = 90^\circ$, cunoaștem că BT este înălțime, deci $BT = \frac{MB \cdot BP}{MP} = 3\sqrt{3}$ cm. 3. a) Utilizând succesiv teorema lui Pitagora, obținem că $\triangle BCD$ este echilateral cu latura de $6\sqrt{2}$, deci $\mathcal{P}_{BCD} = 18\sqrt{2}$; b) Deoarece $AB \perp AD$ și $AB \perp AC$, rezultă că $AB \perp (DAC)$. Din relațiile $AB \perp \perp (DAC)$ și $AB \subset (BAD)$ rezultă că $(BAD) \perp (DAC)$; c) Fie M mijlocul laturii BC . Deoarece $\triangle ABC$ este dreptunghic isoscel, rezultă că $AM \perp BC$. Deoarece $\triangle DBC$ este echilateral, rezultă că $DM \perp BC$. Atunci $(BDC) \cap (ABC) = BC$, $AM \perp BC$, $DM \perp \perp BC$, deci $\angle((DBC), (ABC)) = \angle DMA$. În $\triangle DAM$, $m(\angle A) = 90^\circ$, $\sin(\angle DMA) = \frac{DA}{DM} = \frac{\sqrt{6}}{3}$. 4. a) $AD \parallel BC$, deci $\angle(MC, AD) = \angle(MC, BC) = \angle MCB$. Deoarece

$\triangle MBC$ este dreptunghic isoscel, deducem că $m(\angle BCM) = 45^\circ$; b) Deoarece $MB \parallel \parallel NA$ și $NA \subset (NAD)$, rezultă că $MB \parallel (NAD)$ (1). Deoarece $BC \parallel AD$ și $AD \subset (NAD)$, rezultă că $BC \parallel (NAD)$ (2). Din relațiile (1) și (2) obținem că $(NAD) \parallel (MBC)$; c) Ținând cont că $MN \parallel DC$ și $[MN] \equiv [DC]$, obținem că $MNDC$ este paralelogram, deci MD și NC vor fi concurente și coplanare. 5. a) Deoarece $[AB] \equiv [BC]$, $\angle ABM \equiv \equiv \angle CBM$, iar MB este latură comună, va rezulta că $\triangle MBA \equiv \triangle MBC$, deci $[MA] \equiv \equiv [MC]$; b) În $\triangle VBD$, OM va fi linie mijlocie, deci $OM \parallel VD$. Deoarece $OM \parallel VD$ și $VD \subset (VAD)$, rezultă că $OM \parallel (VAD)$; c) $OM \parallel VD$ și $VD \subset (VDC)$, deci $OM \parallel \parallel (VDC)$ (1); $OR \parallel DC$ și $DC \subset (VDC)$, deci $OR \parallel (VDC)$ (2). Din relațiile (1) și (2) putem conchide că $(ROM) \parallel (VCD)$; d) Deoarece $OB \perp AC$ și $OB \perp VO$, rezultă că $OB \perp (VAC)$, astfel că $pr_{(VAC)} VB = VO$, iar $\angle(VB, (VAC)) = \angle BVO$. În $\triangle VOB$, $m(\angle VOB) = 90^\circ$, vom obține că $\text{tg}(\angle BVO) = \frac{OB}{VO} = \frac{\sqrt{6}}{3}$. 6. a) În $\triangle ABC_1$: O_1O_2 este

linie mijlocie, deci $O_1O_2 \parallel AB$. Deoarece $O_1O_2 \parallel AB$ și $AB \subset (ABC)$, va rezulta că $O_1O_2 \parallel (ABC)$; b) $O_1O_2 \parallel AB$, astfel că $\angle(O_1O_2, BC) = \angle(AB, BC) = \angle ABC$. Ținând cont că $\triangle ABC$ este triunghi echilateral, vom obține că $m(\angle ABC) = 60^\circ$; c) Fie P mijlocul laturii BC . Deoarece $\triangle ABC$ este echilateral, rezultă că $AP \perp BC$. Deoarece $AA_1 \perp (ABC)$, $BC \subset (ABC)$ și $AP \perp BC$, rezultă, conform $T3\perp$, că $A_1P \perp BC$. Din relațiile $(A_1BC) \cap (ABC) = BC$, $A_1P \perp BC$ și $AP \perp BC$ deducem că $\angle((ABC), (A_1BC)) = \angle APA_1$. În $\triangle A_1AP$, $m(\angle A) = 90^\circ$, $\text{tg}(\angle A_1PA) = \frac{AA_1}{AP} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$. 7. a) $MD \parallel \parallel ND$, astfel că $\angle(AN, MD) = \angle ANC$. Deoarece $\triangle ANC$ este echilateral (justificați!), obținem că $m(\angle ANC) = 60^\circ$; b) $MP \parallel AC$ și $AC \subset (NAC)$, deci $MP \parallel (NAC)$; c) Fie G centrul de greutate al triunghiului echilateral ANC . Deoarece $BN = BC = BA$, iar

$\triangle ANC$ este echilateral având centrul G , vom obține că $BG \perp (ANC)$ (1). Deoarece $AQ = QN = QC$, iar $\triangle ANC$ este echilateral având centrul G , vom obține că $QG \perp (ANC)$ (2). Din relațiile (1) și (2), ținând cont de unicitatea perpendicularei pe un plan într-un punct, deducem că $BQ \perp (ANC)$; d) $(BMQ) \cap (MNQ) = MQ$, $BM \perp MQ$ și $NM \perp MQ$, deci $\angle((BMQ), (MNQ)) = \angle BMN$. Ținând cont că $\triangle BNM$ este dreptunghic isoscel, deducem că $m(\angle BMN) = 45^\circ$. 8. a) Fie $VO \perp (ABC)$. Deoarece $VA = VB = VC$, deducem că O este centrul cercului circumscris triunghiului echilateral ABC . Utilizând teorema lui Pitagora în $\triangle VOA$, $m(\angle O) = 90^\circ$, obținem că $AO = 6\sqrt{3}$ cm. În triunghiul echilateral ABC cu $AO = 6\sqrt{3}$, obținem că $AB = AO\sqrt{3} = 18$ cm; b) Fie R mijlocul laturii AC . Atunci $AC \perp BR$ și $AC \perp VR$, deci $AC \perp (VBR)$. Din $AC \perp (VBR)$ și $VB \subset (VBR)$ obținem că $AC \perp VB$; c) Fie M mijlocul laturii BC și $OS \perp VM$. Din relațiile $OS \perp VM$, $VM \perp BC$, $BC \perp OM$ vom obține, conform R_2 , că $OS \perp (VBC)$, deci $d(O, (VBC)) = OS$. În $\triangle VOM$, $m(\angle O) = 90^\circ$, $OS = \frac{VO \cdot OM}{VM} = \frac{6\sqrt{21}}{7}$; d) Fie $MT \perp VA$. Deoarece $BM \perp (VAM)$ (justificați!), $VA \subset (VAM)$ și $MT \perp VA$ vom deduce că $BT \perp VA$. Așadar $(VAB) \cap (VAM) = VA$, $BT \perp VA$ și $MT \perp VA$, deci $\angle((VAB), (VAM)) = \angle BTM$. În $\triangle TMB$, $m(\angle M) = 90^\circ$, $\text{tg } \angle T = \frac{BM}{TM} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

TEMA 13. Poliedre

Partea I

1. 4. 2. 9. 3. 13 cm. 4. $3\sqrt{3}$ cm. 5. 56 cm. 6. 6 cm². 7. 60°. 8. 90°. 9. $AD \parallel BC \parallel B'C'$. 10. 90°. 11. 1 cm³. 12. 45°. 13. 144 cm². 14. 27 cm³. 15. 10 l. 16. 5 cm. 17. $360\sqrt{3}$ cm³. 18. 12 cm. 19. $8(6 + \sqrt{3})$ cm². 20. 6. 21. $3\sqrt{3}$ cm². 22. $\sqrt{6}$ cm. 23. 6 cm. 24. 3 cm. 25. 5 cm. 26. 4 cm. 27. $\frac{1}{3}$. 28. 60°. 29. 36 cm³. 30. 72 cm³. 31. $\sqrt{3}$ cm. 32. $\frac{12}{5}$ cm. 33. $\frac{3}{2}$. 34. 13 cm. 35. 9 cm². 36. 12 cm. 37. $AC \perp BD$ și $AC \perp VO$ implică $AC \perp (VBD)$, deci $AC \perp VB$. 38. $\sqrt{3}$ cm². 39. 98 cm³. 40. 8 cm. 41. 160 cm². 42. 5 cm. 43. 6 cm. 44. 132 cm². 45. $18\sqrt{6}$ cm². 46. $V = 76$ dm³ = 76 l, deci nu încap în vas 80 l de apă.

Partea a II-a

1. b) 120 cm²; c) $d = \sqrt{97}$; din $9,8^2 < d^2 < 9,9^2$, rezultă concluzia. 2. a) Fie a, b, c

laturile prisme; din $ab = 12$, $ac = 36$, $bc = 48$ rezultă $(abc)^2 = 2^8 \cdot 3^4$, deci $abc = 144$; b) $\mathcal{A}_t = 2(ab + ac + bc) = 192$ cm²; c) Avem $a = 3$, $b = 4$, $c = 12$ și $d = 13$. 3. a) 8 cm³; b) $\mathcal{P}_{AO'C'} = 2(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ cm; c) $\angle(A'BD), (C'BD)) = \angle A'OC'$. Din $\mathcal{A}_{AO'C'} = \frac{A'O \cdot C'O \cdot \sin(\angle A'OC')}{2}$, rezultă că $\sin(\angle A'OC') = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. 4. a) $m(\angle(A'BC), (ABC)) = m(\angle A'BA) = 45^\circ$; b) dreapta BC este în planul $(A'BC)$ și $BC \perp (ABA')$; c) 2 cm. 5. Sunt 27 cuburi: 8 au trei fețe roșii, 12 au câte două fețe roșii; 6 au o singură față roșie și unul singur nu are nicio față roșie. 6. a) 90 m³; b) 32 de cărămizi; c) aria de vopsit este egală cu 147,2 m², deci folosim 7,36 kg. 7. a) 60000 l; b) 1,2 m; c) 4 ore și 10 minute. 8. a) 2 dm; b) cubul mare are latura de 6 dm; folosim 27 de cubulețe; c) volumul corpului este 152 dm³, iar aria de 216 dm². 9. a) 135000 l; b) 9000 l; c) 15 zile. 10. a) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ cm³; b) $\frac{\sqrt{42}}{7}$ cm; c) 60°. 11. a) aria bazei = $\frac{l^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$; rezultă $l = 6$ cm; b) $3\sqrt{3}$ cm³; c) $\frac{2\sqrt{39}}{13}$. 12. a) $4(3 + \sqrt{3})$ cm²; b) deoarece $AS \perp SB$ și $AS \perp SC$, rezultă $AS \perp (SBC)$; c) Din triunghiul dreptunghic SDE , $\angle S = 90^\circ$, găsim $DE = \sqrt{6}$ cm și $\cos(\angle SDE) = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 13. a) Volumul este $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$, iar aria totală $a^2\sqrt{3}$; b) $DM = MB = MC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, deci $DM^2 + BM^2 = BD^2$. Rezultă $DM \perp MB$. La fel obținem că $DM \perp MC$; c) Unghiul dintre AB și (BCD) este unghiul $\angle ABO$ și $\sin(\angle ABO) = \frac{\sqrt{6}}{3}$, iar unghiul dintre (ABC) și (BCD) este $\angle APO$, P mijlocul lui BC și $\cos(\angle APO) = \frac{1}{3}$. 14. a) $2\sqrt{3}$ cm; b) Deoarece $SC \perp OM$ și $SC \perp BD$, rezultă $SC \perp (BDM)$; c) $\angle((SBC), (SCD)) = \angle BMD$. Triunghiul BMD este isoscel și $MO \perp BD$. Rezultă că $\text{tg}(\angle OMB) = \sqrt{3}$, deci $m(\angle OMB) = 60^\circ$ și $m(\angle BMD) = 120^\circ$. 15. a) a ; b) $\frac{8a}{3}$; c) $\frac{104a^3}{81}$. 16. a) $a^2\sqrt{5}$; b) $p\% \cdot a^3 = \frac{a^3}{3}$, rezultă $p = \frac{100}{3}$; c) $AO' = \frac{a\sqrt{6}}{2}$; $O'M = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ și $AM = \frac{3a}{2}$. Din $AM^2 = AO'^2 + O'M^2$ rezultă că $m(\angle AO'M) = 90^\circ$. 17. a) $\gamma_{\text{con}} = \gamma_{\text{tetraedru mare}} - 4 \cdot \gamma_{\text{tetraedru mic}}$. Cum volumul tetraedrului regulat de latură a este egal cu $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$, obținem $\gamma_{\text{corp}} = 135\sqrt{2}$ cm³; b) Aria corpului $(C) = 4 \cdot \text{aria hexagon} + 4 \cdot \text{arie triunghi echilateral mic}$; aria hexagon = arie triunghi echilateral mare $- 3 \cdot \text{arie triunghi echilateral mic} = \frac{117\sqrt{3}}{4}$ cm².

Astfel, arie corp $(C) = 126\sqrt{3} \text{ cm}^2$; c) $v = 12$; $f = 8$; $m = 18$. 18. a) Din $\triangle VE'G' \sim \triangle VAC$, $\frac{E'G'}{AC} = \frac{VO'}{VO}$, deci $\frac{1\sqrt{2}}{12\sqrt{2}} = \frac{6-1}{6}$, de unde $\ell = 4$; b) $144\sqrt{2} \text{ cm}^2$; c) $\frac{V_{\text{cub}}}{V_{\text{piramidă}}} = \frac{2}{9} < \frac{1}{4} \Rightarrow V_{\text{cub}} < \frac{1}{4} V_{\text{piramidă}}$. 19. b) 120 cm^2 ; c) Dacă h este înălțimea

piramidei din care provine trunchiul, avem $\frac{h-3}{h} = \frac{2}{10}$. Rezultă că $h = \frac{15}{4} \text{ cm}$;

20. b) 20 cm ; c) 5616 cm^3 ; 21. b) $V = 189\sqrt{3} \text{ cm}^3$; c) 4 cm ; 22. b) $\ell = 4 \text{ cm}$, apotema trunchiului are 10 cm , $\mathcal{A}_t = 480 \text{ cm}^2$; c) $72\sqrt{2} \text{ cm}^2$; 23. a) $V_{\text{piesă}} = V_{\text{trunchi}} - V_{\text{piramidă}} = 384 \text{ cm}^3$; b) $m = \rho \cdot V = 480 \text{ g}$; c) Aria piesei este egală cu aria bazei mari + aria laterală trunchi + aria laterală piramidă = 576 cm^2 ; folosim 144 g vopsea;

TEMA 14. Corpuri rotunde

Partea I

1. $200\pi \text{ cm}^3$. 2. $24\pi \text{ cm}^2$. 3. $R = 3 \text{ cm}$, $G = 5 \text{ cm}$, $V = 45\pi \text{ cm}^3$. 4. $16\pi \text{ cm}^3$. 5. $V = 12\pi \text{ dm}^3 = 12\pi \ell < 12 \cdot 3,15 \ell < 38 \ell$, prin urmare nu încap 38ℓ de apă în vas. 6. 2000 cm^3 . 7. $96\pi \text{ cm}^3$. 8. $432\pi \text{ cm}^3$. 9. $16\pi \text{ cm}^3$. 10. $R = \sqrt{3} \text{ cm}$, $h = 3 \text{ cm}$, $V = 3\pi \text{ cm}^3$. 11. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$. 12. 3 cm . 13. 4 cm . 14. 24 cm . 15. $224\pi \text{ cm}^3$. 16. $140\pi \text{ cm}^2$. 17. $252\pi \text{ cm}^3$. 18. 5 cm . 19. $288\pi \text{ cm}^3$. 20. 5 cm .

Partea a II-a

1. a) $4320\pi \text{ cm}^3$; b) 20% ; c) lungimea maximă a tijei este $\sqrt{1476} \text{ cm} < 40 \text{ cm}$. 2. a) Latura pătratului este egală cu 12 cm ; b) $432\pi \text{ cm}^3$; c) lungimea diagonalei este $12\sqrt{\pi^2 + 1} \text{ cm} > 12\pi \text{ cm} > 36 \text{ cm}$. 3. b) $15\pi \text{ cm}^2$; c) Din $\triangle AVB = \frac{24}{25}$. 4. b) $96\pi \text{ cm}^3$; c) 6 cm . 5. b) 12 cm ; c) $\frac{8}{27}$. 6. b) $\frac{\pi\sqrt{15}}{3} \text{ cm}^3$; c) $\mathcal{A}_t = 4\pi \text{ cm}^2$, dar $3 < \pi < 3,2 \Rightarrow 12 < 4\pi < 12,8 < 13$. 7. b) $52\pi \text{ cm}^3$; c) 15 cm . 8. a) 60° ; b) $\frac{865\pi\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$; c) $\mathcal{A}_t = 150\pi \text{ cm}^2 < 150 \cdot 3,14 \text{ cm}^2 = 471 \text{ cm}^2$. 9. a) $20\pi \text{ dm}^3$; b) $VA = 12\pi \text{ dm}^3 = 37,68 \ell$; c) Fie h înălțimea la care urcă apa după ce punem sferele; atunci $\pi \cdot 4 \cdot h = \pi \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot 1^3}{3}$, deci $h = 4 \text{ cm}$. Apa urcă 10 cm . 10. a) 9 cm ; b) 12 cm ; c) $7,2\%$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A (2010-2015)

PRECIZĂRI

Subiectul I

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns corect se acordă 5 puncte, pentru răspuns greșit – 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Subiectul al II-lea și Subiectul al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă modalitatea de rezolvare este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Total: 100 de puncte, dintre care 10 puncte din oficiu.
- Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

TESTUL 1

I. 1. 0. 2. 6. 3. 5. 4. 24. 5. 90. 6. 3.

II. 2. $\frac{40+80}{2} = 60$. 3. 15 lei. 4. a) $f(-2) = 0$. 5. $E(x) = \frac{x+7}{x} - \frac{2x+7}{x} = -1$,

oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 7\}$.

III. 1. b) Din congruența triunghiurilor DNM și CBN (C.C.), rezultă că $MN = NB$, deci $\triangle MNB$ este isoscel. c) Pe baza reciprocei teoremei lui Pitagora în $\triangle MNB$ se obține că $m(\angle MNB) = 90^\circ$. 2. b) $\mathcal{A}_{\text{lat}} = \frac{P_b \cdot a}{2} = 72 \text{ dm}^2$. Cantitatea de vopsea va fi egală cu $72 \cdot 30 = 2160 \text{ g}$. c) Fie $d = (VAD) \cap (VBC)$, $d \parallel BC \parallel AD$, iar N mijlocul lui $[BC]$. Deoarece $VN \perp BC$, $BC \parallel d$ rezultă că $VN \perp d$. Analog, $VM \perp d$. Atunci $\angle((VAD), (VBC)) = \angle MVN$. În triunghiul echilateral VMN , obținem că $m(\angle MVN) = 60^\circ$, deci $\sin(\angle MVN) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

TESTUL 2

I. 1. 0. 2. 15. 3. 10. 4. 5. 5. 4. 6. 19.

II. 2. 4. 3. 18. 4. a) 0. 5. $E(n) = 9(n+2)^2$, care este pătrat perfect divizibil cu 9, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

III. 1. b) 28 m. c) $\mathcal{A}_{\text{gazon}} = (25\pi - 48)\text{m}^2 < 30,75 \text{ m}^2$. 2. b) $72\sqrt{2} \text{ cm}^3$. c) VM este mediană în $\triangle VBC$ și $VM = \frac{BC}{2} \Rightarrow m(\angle BVC) = 90^\circ \Rightarrow VA \perp VB$ și $VA \perp VC \Rightarrow VA \perp (VBC) \Rightarrow VA \perp VM$.

TESTUL 3

I. 1. 0. 2. 50. 3. 2. 4. 6. 5. 5. 6. 12.

II. 2. 4. 3. $x = 42, y = 56$. 4. a) 0.

III. 1. b) $4\sqrt{3} \text{ dm}$. 2. c) 45° .

TESTUL 4

I. 1. 0. 2. 20. 3. 8. 4. 24. 5. 48. 6. 13.

II. 2. 6. 3. 1000 km. 4. a) 0.

III. 1. a) 6m; c) $\mathcal{P}_{ABCD} = \frac{12+8\sqrt{3}}{3} \text{ m} < 9 \text{ m}$. 2. a) 4000 cm^3 ; b) 1760 cm^2 ; c) $CM \perp BO \Rightarrow CM \cdot BO = d(O, BC) \cdot BC$; $BO = 10\sqrt{3} \text{ cm}$, $d(O, BC) = 10\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow CM = \frac{20\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$.

TESTUL 5

I. 1. 0. 2. 4. 3. 3. 4. 6. 5. 125. 6. 40.

II. 2. $a = 3$. 3. 8 rânduri. 4. a) $f(1) = 0$; b) $\triangle MON$ este dreptunghic isoscel, deci $m(\angle OMN) = 45^\circ$.

III. 1. a) $\mathcal{P}_{ABCD} = 80 \text{ m}$; b) $\mathcal{A}_{AMND} = \mathcal{A}_{BCNM} = 150 \text{ m}^2$; c) $MN = 10\sqrt{2} \text{ m}$; distanța dintre doi stâlpi consecutivi va fi $\frac{10\sqrt{2}}{8} > 1,75 \text{ m}$. 2. b) $\gamma_{\text{pr}} = 90\sqrt{3} \text{ m}^3$; c) $\mathcal{A}_{\text{acoperiș}} = 120 \text{ m}^2$; $\mathcal{A}_{\text{tablă}} = \frac{110}{100} \cdot 120 = 132 \text{ m}^2$.

TESTUL 6

I. 1. 28. 2. 18. 3. 10. 4. 30. 5. 120. 6. 2.

II. 3. 200 lei. 4. a) $f(1) = 0$.

III. 1. a) $\mathcal{P}_{ABCD} = 24 \text{ m}$; b) $\mathcal{A}_{MNPQ} = \mathcal{A}_{ABCD} - 4\mathcal{A}_{AMQ} = 16 \text{ m}^2 = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{ABCD}$; c) 1000 lei. 2. a) 36 dm^2 ; c) 50 %.

TESTUL 7

I. 1. 26. 2. 15. 3. 9. 4. 32. 5. 27. 6. 5.

II. 3. 3 mere. 4. a) 2.

III. 1. b) $\triangle AOD$ este echilateral, cu latura de 20 m; c) $\mathcal{A}_{ABCD} = 400\sqrt{3} \text{ m}^2 < 700 \text{ m}^2$. 2. a) 20 dm; b) 208 dm^2 ; c) PQ este linie mijlocie în $\triangle BA'C' \Rightarrow PQ = \frac{A'C'}{2}$; $A'C' = 2\sqrt{13} \text{ dm}$, deci $PQ = \sqrt{13} \text{ dm}$.

TESTUL 8

I. 1. 18. 2. 6. 3. 10. 4. 15. 5. 20. 6. 8.

II. 3. $a = 6, b = 4$. 4. a) 1.

III. 1. a) 28 m; c) $\mathcal{A}_{MNDP} = \mathcal{A}_{ABCD} - \mathcal{A}_{\text{gazon}} = 21 \text{ m}^2 = \mathcal{A}_{BCNM}$. 2. a) 12 cm; c) Volumul apei vărsate este egal cu volumul pietrei; $\gamma_{\text{piatră}} = \frac{8\sqrt{2}}{3} \text{ ml}$; $\frac{8\sqrt{2}}{3} < 4$.

TESTUL 9

I. 1. 14. 2. 12. 3. 3. 4. 22. 5. 54. 6. 32.

II. 2. 2. 3. 900 lei. 4. a) -2.

III. 1. a) 400 m; c) $d = 5 \cdot (50 + 50\pi) = 250(1 + \pi) > 250 \cdot 4 = 1000 \text{ m}$. 2. a) 1440 cm^2 ; c) $\gamma_{\text{apă}} = \mathcal{A}_b \cdot h_{\text{apă}} = 43,2 \text{ l}$.

TESTUL 10

I. 1. 15. 2. 15. 3. $(-\infty, 2]$. 4. 16. 5. 150. 6. 12.

II. 2. 2. 3. 16 fete. 4. b) $a = 3$.

III. 1. a) 1600 cm^2 ; b) 30 cm; c) Dacă h este creșterea de nivel a apei din vas, atunci $\mathcal{A}_b \cdot h = 4 \cdot \gamma_{\text{cubuleț}}$, de unde $h = 2,56 \text{ cm}$. 2. a) 35 cm; b) 294 cm^2 ; c) $\mathcal{A}_{EAB} = \frac{EA \cdot EB \cdot \sin \angle AEB}{2} \Rightarrow 294 = \frac{7\sqrt{13} \cdot 7\sqrt{13} \cdot \sin \angle AEB}{2} \Rightarrow \sin \angle AEB = \frac{12}{13}$.

TESTUL 11

I. 1. 10. 2. 12. 3. 5. 4. 8. 5. 30. 6. 5.

II. 2. $a = 6 \in \mathbb{Z}$. 3. Fie n numărul păsărilor, cu $70 < n < 80$. Din datele problemei,

$n : 3$ și $n : 4$, deci $n : 12$. Obținem că $n = 72$. Numărul găștelor este $72 - \frac{72}{3} - \frac{72}{4} =$

$= 30$. 4. b) $m = 4$.

III. 1. a) 0,3 ℓ; b) 308 cm²; c) $MS = \sqrt{MA^2 + AS^2} = 12,5 \text{ cm} > 12 \text{ cm}$. 2. a) $(8 + 2\pi) \text{ m}$;

b) $(8 + \pi) \text{ m}^2$; $\ell_{\text{furnică}} = 2(1 + \sqrt{5}) \text{ m}$; $\ell_{\text{buburuză}} = (4 + \pi) \text{ m}$; $2(1 + \sqrt{5}) < 2 + 5 < 4 + \pi$.

TESTUL 12

I. 1. 14. 2. 20. 3. 48. 4. 20. 5. 90. 6. 5.

II. 2. $a = 4 \in \mathbb{Z}$. 3. 7 lei. 4. b) $p = \frac{1}{2}$.

III. 1. a) 13 m; b) $25\sqrt{3} \text{ m}^2$; c) $h_{\text{turn}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} + 12 < 16 \text{ m}$. 2. a) 2,16 m²;

b) $(12 + 12\sqrt{10}) \text{ dm}$; c) $\triangle BNM \sim \triangle CND$ (U.U.) $\Rightarrow \frac{MB}{DC} = \frac{BN}{CN} = \frac{1}{2}$. Cum $BN + NC = 18$ și $CN = 2BC$, rezultă că $BN = 6 \text{ dm}$, $CN = 12 \text{ dm}$. Triunghiurile BNM și CND vor fi dreptunghice isoscele, deci $\angle MNB = \angle DNC = 45^\circ$, ceea ce conduce la $\angle MND = 90^\circ$.

TESTUL 13

I. 1. 10. 2. $\frac{3}{10}$. 3. 10. 4. 6. 5. 45. 6. 45.

II. 2. $(a, b) \in \{(2, 5); (3, 2); (4, 1); (7, 0)\}$. 3. 2000 lei. 4. b) $M(1, 1)$. 5. $a = 3 \in \mathbb{N}$.

III. 1. a) $30\sqrt{2} \text{ cm}$; b) $C'C \perp (ABC) \Rightarrow AC = \text{Pr}_{(ABC)} C'C \Rightarrow \angle(AP, (ABC)) = \angle C'AC$; $\triangle ACC'$ este dreptunghic isoscel, deci $\angle C'AC = 45^\circ$; c) Fie $Q = \text{Pr}_{(ABC)} P$; $\text{Pr}_{(ABC)} AC' = AC \Rightarrow Q \in AC$; $\triangle ACC' \sim \triangle AQP \Rightarrow \frac{AC'}{AP} = \frac{CC'}{PQ} \Rightarrow PQ = 45\sqrt{2} \text{ cm}$.

2. a) $8(1 + \sqrt{10}) \text{ m}$; b) $128\pi \text{ m}^2$; c) $\mathcal{A}_{\text{hașurată}} = 128(4 - \pi) \text{ m}^2$ și $128(4 - \pi) < 111$.

TESTUL 14

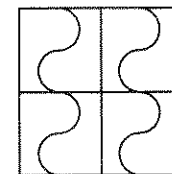
I. 1. $\frac{3}{5}$. 2. 10. 3. $[2, +\infty)$. 4. 4. 5. 30. 6. 350.

II. 2. $\frac{3x+2}{x+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x+1 \mid 3x+2 \Rightarrow x+1 \mid 3(x+1) - (3x+2) \Rightarrow x+1 \mid 1 \Rightarrow x \in$

$\{-2, 0\}$; $A = \{-2, 0\}$. 3. $(x+y)(x-y) = x^2 - 4 \Rightarrow y^2 = 4$; $y > 0 \Rightarrow y = 2$. 4. b) $\frac{1}{4}$.

5. $x^3 - 3x^2 - 10x = x(x+2)(x-5)$; de exemplu, putem considera $a = 0$, $b = 2$, $c = -5$.

III. 1. a) $\mathcal{A}_{\text{podea}} = 7 \cdot 4^2 = 112 \text{ dm}^2$; b) Singurul mod de a acoperi complet podeaua cu șapte pachete e cel în care pachetele stau lipite unul de altul, în linie; dimensiunile camerei sunt $L = 28 \text{ dm}$, $l = 4 \text{ dm}$, $h = 20 \text{ dm}$; $\mathcal{A}_{\text{lat}} = 1280 \text{ dm}^2$; c) 2240 l. 2. a) $4(4 + \pi) \text{ cm}$; b) 32 cm^2 ; c) Pătratul poate fi acoperit cu opt piese; de exemplu, putem considera acoperirea din figura alăturată.



TESTUL 15

I. 1. 4. 2. 5. 3. 3. 4. $4\sqrt{3}$. 5. 60. 6. 2.

II. 2. 7 cărți. 3. a) În a treia zi; b) 2000 lei. 5. $p = 15 \in \mathbb{N}$.

III. 1. a) 13 m; b) 96 m²; c) 2 m. 2. a) $10(8 + 3\pi) \text{ m}$; b) $\mathcal{A}_{\text{patinoar}} = (1200 + 225\pi) \text{ m}^2 < 2000 \text{ m}^2$; c) Dacă O este mijlocul lui BC , atunci $\sin \angle ABC = \frac{AO}{AB} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$.

TESTUL 16

I. 1. 208. 2. $\frac{3}{2}$. 3. $[0, 3]$. 4. 10. 5. 36. 6. 35.

II. 2. 28. 3. b) cu 19%. 4. $a = 2$. 5. $\frac{x+3}{x-5}$.

III. 1. a) Dacă M este mijlocul lui BC , atunci $AM \perp BC$. Însă $AM \perp BE$ (deoarece $BE \perp (ABC)$), prin urmare $AM \perp (BCE)$, adică $d(A, (BCE)) = AM$. Obținem că $AM = \sqrt{3} \text{ m}$; b) $3\sqrt{3} \text{ m}^3$; c) $\mathcal{A}_{\text{cort}} = 2(9 + \sqrt{3}) \text{ m}^2 < 22 \text{ m}^2$. 2. a) 80000 m²; b) $\angle ABP \equiv \angle PBC \Rightarrow AB = AP$; $4 \cdot \mathcal{A}_{ABP} = \mathcal{A}_{ABCD} \Leftrightarrow 2AB^2 = AB \cdot BC \Leftrightarrow BC = 2AB$; c) Din a) și b) deducem că $AB = 200 \text{ m}$, $BC = 400 \text{ m}$; $BP = 200\sqrt{2} \text{ m} \approx 283 \text{ m}$.

5 VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU LUNA DECEMBRIE

TESTUL 1

- I. 1. 10. 2. 6. 3. -7. 4. 40. 5. 60. 6. 19.
 II. 2. $2\sqrt{2}$. 3. $[-7, 3)$. 4. a) 6, respectiv 10. b) 12, respectiv 8. 5. 5.
 III. 1. c) Se arată că $m(\angle BAD) = 90^\circ$ și se aplică teorema lui Pitagora în $\triangle BAD$.
 2. a) $MO = 5\sqrt{6} < 5 \cdot 2,5 = 12,5$. b) $MO' \parallel OC$ și $MO' = OC \Rightarrow MOCO'$ paralelogram $\Rightarrow MO \parallel O'C$. c) 60° .

TESTUL 2

- I. 1. 1. 2. 12. 3. $(-\infty, 5]$. 4. 7. 5. 90. 6. 3.
 II. 2. 47. 3. $a = 24 \in \mathbb{N}$. 4. 41, 43, 45, 47. 5. $x = 6, y = 9, z = 12$. 6. 10.
 III. 1. b) $\mathcal{A}_{CMDP} = \frac{CD \cdot MP}{2} = 0,85 \text{ m}^2$. c) $5,6 + 0,5\pi < 5,6 + 0,5 \cdot 3,15 < 7,2$.
 2. a) $\frac{4}{5}$. b) $30\sqrt{2} \text{ cm}^2$. c) Fie $\{O\} = AC \cap BD$. Cum OM este linie mijlocie în triunghiul VBD , rezultă că $VD \parallel MO$, deci $VD \parallel (MAC)$.

TESTUL 3

- I. 1. 15. 2. 6. 3. 40. 4. 50. 5. 24. 6. 17.
 II. 2. $[2, 4]$. 3. 8. 4. $2 \in \mathbb{N}$. 5. 168 lei, respectiv 42 lei. 6. $(a, b) \in \{(-14, -1), (-2, -4), (14, 0), (2, 3)\}$.
 III. 1. a) $AB = BC = CD = DA = 2\text{m}$ și $m(\angle ABC) = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$. b) $AF = FC = CH = HA$ (deoarece trapezele isoscele congruente au diagonalele congruente). c) $0,39 \text{ m}^2$. 2. a) Deoarece $DC \parallel AB$ și $AB \parallel EF$, rezultă că $DC \parallel EF$, deci punctele D, C, E, F sunt coplanare. b) Cum $AB \perp AD$ și $AB \perp AF$, rezultă că $AB \perp (ADF)$ și $m(\angle AB, MF) = 90^\circ$. c) $1,2 \text{ m}^2$.

TESTUL 4

- I. 1. 240. 2. 0. 3. $\frac{9}{4}$. 4. $162^\circ 39'$. 5. 39. 6. 19.

- II. 2. 3. 3. 63. 4. $x = 13, y = 15, z = 20$. 5. b) $\sqrt{a} = 3^n \cdot 7 \in \mathbb{Q}$.

- III. 1. a) G este centrul de greutate al $\triangle ABC$, deci $BG = 2GM = 60 \text{ dam}$; b) În $\triangle ABG$, mediana din G este egală cu jumătatea laturii pe care cade, deci $\triangle ABG$ este dreptunghic în G ; c) Prima echipă parcurge 120 dam, mai puțin decât a doua echipă, care parcurge $70 + 20\sqrt{10} \text{ dam}$. 2. b) Dacă O este centrul bazei $ABCD$, atunci OO_1 este linie mijlocie în $\triangle BDC'$, deci $DC' \parallel OO_1$. Cum $OO_1 \subset (ACO_1)$, deducem că $DC' \parallel (ACO_1)$; c) $BC' \perp (A'B'CD)$, de unde $BC' \perp DB'$.

TESTUL 5

- I. 1. -2. 2. 29. 3. 20. 4. 5. 5. 60° . 6. 15.
 II. 2. a) $x = 9, y = 3, z = 2$ și $t = 1$. b) $7 \mid P$ dar $7^2 \nmid XP$, deci P nu este pătrat perfect.
 3. $(a, b) \in \{(4, 24); (8, 12); (12, 8); (24, 4)\}$. 4. 200 kg, 440 kg, 360 kg. 5. $x = -1 \in \mathbb{Q}$.
 III. 1. a) $\mathcal{A}_{ABCD} = 16\sqrt{3} \text{ dm}^2$. b) $MNPQ$ este dreptunghi cu $MN = 2 \text{ dm}$, $NP = 2\sqrt{3} \text{ dm}$. Atunci $\mathcal{A}_{MNPQ}$ reprezintă 50% din $\mathcal{A}_{ABCD}$. c) Deoarece $m(\angle NBC) = m(\angle DBC) = 30^\circ$, rezultă că $N \in [BD]$. Analog se arată că $Q \in [BD]$, prin urmare B, N, Q, D sunt puncte coliniare. 2. a) Deoarece $VA \perp (ABCD)$, $BC \subset (ABCD)$ și $AB \perp BC$, rezultă că $VB \perp BC$, deci $d(V, BC) = VB = 4\sqrt{3} \text{ cm}$. Din $\triangle VAB$ obținem că $AB = 4 \text{ cm}$, așadar $\mathcal{A}_{ABCD} = 16 \text{ cm}^2$. b) Se obține că $EBDC$ este paralelogram, deci $EC \parallel (VBD)$. c) Deoarece $VA \perp (ABCD)$, $AC \perp EC$, $EC \subset (ABCD)$, rezultă că $d(V, EC) = VC = 8 \text{ cm}$.

10 VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU LUNA MARTIE

TESTUL 1

- I. 1. 3. 2. 18. 3. 7. 4. 120. 5. 12. 6. 80.
 II. 2. 895 și 985. 3. 100 pagini. 4. b) 5. 5. $E(n) = (n+1)^2, \forall n \in \mathbb{N}$.
 III. 1. a) $EF = 3\sqrt{2} \text{ hm}$; b) Se arată că $m(\angle DFP) = 45^\circ$, prin urmare $\triangle DPF$ este dreptunghic isoscel, cu $PD = PF$; atunci $EP + PD = EP + PF = EF$; c) $DP = BQ$ și $DP \parallel BQ$, deci $DPBQ$ este paralelogram. 2. a) 8 cm^2 ; b) 45° ; c) $\triangle MEB \equiv \triangle MFB$ (L.U.L.) $\Rightarrow m(\angle BMF) = 90^\circ \Rightarrow VB \perp FM$; avem și $VB \perp EM$, de unde $VB \perp (EMF)$.

TESTUL 2

I. 1. 1. 2. $\frac{8}{3}$. 3. $[-5, 3]$. 4. 9. 5. 90. 6. 78.

II. 2. 49. 3. 35 lei. 4. b) $b = 3 + 2\sqrt{2} > 2\sqrt{2} = a$. 5. $E(x) = 2x + 1$; numărul a pentru care $E(a) = -1$ este $a = -1$.

III. 1. a) 40 cm; b) Din totalul de 25 pătrățele, 12 sunt albe și $12 = 48\%$ din 25; c) $\triangle APN \equiv \triangle BQP \equiv \triangle CMQ \equiv \triangle DNM$ (C.C.), de unde $NP = PQ = QM = MN$. Rezultă că $MNPQ$ este romb, iar diagonalele unui romb sunt perpendiculare. 2. b) $(VAC) \cap (VBD) = VO$, $AO \perp VO$, $BO \perp VC \Rightarrow \angle((VAC), (VBD)) = \angle AOB = 90^\circ$; c) MN este linie mijlocie în $\triangle VBC$, deci $MN \parallel BC$. Însă $BC \parallel AD$, așadar $MN \parallel AD$, prin urmare punctele A, D, N și M sunt coplanare.

TESTUL 3

I. 1. -5. 2. 28. 3. 26. 4. 115. 5. 3. 6. 30.

II. 2. $x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x + 5)$. 3. $\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$. 4. 64 m^2 . 5. b) $x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup (1, \infty)$.

III. 1. a) Deoarece $m(\angle BAC) = m(\angle EDF) = 120^\circ$ și $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF} = 1$, rezultă că $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. b) Cum $BC \perp AN$ și $EF \perp AN$, rezultă că $BC \parallel EF$. c) $BC = 12\sqrt{3} \text{ m}$, $EF = 4\sqrt{3} \text{ m}$. 2. a) $A'C = \sqrt{1400} < \sqrt{1600} = 40$. În cutie nu încapă o riglă de 40 de centimetri. b) $20\sqrt{2} \text{ cm}$. c) 60° .

TESTUL 4

I. 1. -1. 2. 96. 3. $2\sqrt{5}$. 4. $18\sqrt{3}$. 5. 60. 6. 15.

II. 2. $x = 2$. 3. Sunt 5 tetraedre și 3 cuburi. 4. $x - y + z = 10^2$. 5. b) Având în vedere că $x^2 + 1 > 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$, inegalitatea $-2 < E(x)$ este echivalentă cu $(x + 1)^2 > 0$, care este adevărată pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$. Inegalitatea $E(x) < 2$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ se justifică analog.

III. 1. b) 75. c) $AF + FC = 50 + 25 = 75 = AC$. 2. b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. c) $\frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ m}$.

TESTUL 5

I. 1. 5,5. 2. 7. 3. 6. 4. 16. 5. $18\sqrt{3}$. 6. $a = 18$.

II. 2. 19, 21 și 13. 3. $\frac{1}{2}$. 4. $a = \frac{2\sqrt{7}}{3} \in \left(\frac{5}{3}, 2\right)$. 5. $t \in \{-2, -1\}$.

III. 1. b) $\triangle MSB \sim \triangle MCD$, de unde $SB = 2\sqrt{3} \text{ cm}$. c) În $\triangle BCS$ avem $m(\angle B) = 90^\circ$ și $CS = 4\sqrt{3} = 2BS$, prin urmare $m(\angle BCS) = 30^\circ$ și atunci $m(\angle ACS) = 90^\circ$. Din asemănarea de la b) obținem $MC = 6\sqrt{3}$, apoi $MA = 6\sqrt{7}$, cu teorema lui Pitagora în $\triangle ACM$. În final, $\mathcal{P}_{MCA} = 6(\sqrt{7} + \sqrt{3} + 2) \text{ cm}$. 2. a) $0,6 \text{ m}^2$. b) Deoarece $\triangle MCA \equiv \triangle NBA$ (L.U.L.), rezultă că $MC = NB$. Atunci $\frac{SM}{SC} = \frac{SN}{SB}$, deci $MN \parallel (ABC)$. c) Deoarece $\triangle AMC \equiv \triangle BMC$, rezultă că $m(\angle BMC) = 90^\circ$. Din $SC \perp AM$ și $SC \perp BM$, obținem $SC \perp (AMB)$.

TESTUL 6

I. 1. 17. 2. $x = 2$. 3. $\frac{1}{3}$. 4. 3,5. 5. 15. 6. 300.

II. 2. $m_g = 2\sqrt{2}$. 3. 48 km. 4. a) b) $E_{\min} = -7$, pentru $x = -3$. 5. $k = 4$.

III. 1. b) $L_{\text{contur}} = (18 + 4\pi) \text{ m}$. c) $\mathcal{A}_{\text{podea}} = 9\sqrt{3} + 12\pi \text{ m}^2$; se cumpără 59 m^2 gresie. 2. a) G este centrul de greutate al $\triangle VBD$, deci $VN = ND$. b) Din $MN \parallel AB$ și $OM \parallel VA$, rezultă că $(OMN) \parallel (VAB)$. c) $MN \parallel DC$, deci $\angle(MN, AC) = \angle(DC, AC) = 45^\circ$.

TESTUL 7

I. 1. 9. 2. $\frac{3}{7}$. 3. $(-\infty, 4)$. 4. $64^\circ 30'$. 5. 12. 6. 58.

II. 2. $m_a = 4\sqrt{3}$. 3. Dacă $76 = xc_1 + 1$ și $93 = xc_2 + 3$, cu $x > 3$, obținem că x divide atât 75, cât și 90. Astfel, x este divizor al lui 15, având o cifră și fiind mai mare decât 3. Obținem că $x = 5$. 4. b) $a = 9$, $b = 15$, $c = 21$.

III. 1. a) $\mathcal{A} = 400 = \ell^2$, $\ell = 20 \text{ m}$; b) $220 \cdot 6,5 = 1430 \text{ kg}$ ardei; c) 45% . 2. a) $108\sqrt{3} \text{ m}^2$; b) $4\sqrt{6} \text{ m}$; c) $\frac{1}{3}$.

TESTUL 8

I. 1. $\frac{1}{2}$. 2. 4. 3. $\frac{1}{15}$. 4. 13. 5. 10. 6. 40.

II. 2. $m_a = \frac{x^2 + y^2 + 2xy}{3} = \frac{(x+y)^2}{3} = 3$. 3. $\frac{2}{5}d + 3 = \frac{d}{2}$, deci $d = 30$ km. 4. $MN = 5$. 5. a) $x^3 + 2x^2 - x - 2 = x^2(x+2) - 1(x+2) = (x+2)(x^2 - 1) = (x+2)(x-1)(x+1)$; b) $\frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{2 + x(x+3)} = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+2)} = x - 1$.

III. 1. a) $SA = AD = 65$. Dacă $ST \perp AD$, rezultă că $ST = 25$. Din $\triangle SAT$, $m(\angle T) = 90^\circ$, rezultă că $AT = 60$, deci $AD = 120$ cm; b) $MN = 100 + 120 + 100 = 320$ cm. Atunci $\mathcal{A}_{MNPQ} = 7,36$ m²; c) $S_{\text{tablou}} = 1,08$ m², deci tabloul reprezintă 14,67% din suprafața peretelui. 2. b) $\angle(A'DC), (\angle ABC) = 60^\circ$. c) Dacă P este mijlocul lui $B'C'$, atunci $A'M = 4\sqrt{3}$, $AM = \sqrt{192} < \sqrt{196} = 14$ cm.

TESTUL 9

I. 1. 0,5. 2. 8. 3. 4. 4. 16. 5. 192. 6. 68.

II. 2. $a = 13 \in \mathbb{N}$. 3. Dacă x este vârsta lui Ionel, mama are acum $27 + x$ ani, iar tatăl $30 + x$ ani. Din $(27 + x) + (30 + x) = 85$, obținem $x = 14$ (ani). 4. a) 2016; b) $P = (-1007) \cdot \dots \cdot 0 \cdot 1008 = 0$. 5. 11.

III. 1. a) 48 m; b) Exprimăm aria ABM în două moduri și obținem $d(M, AB) = 4,8$ m; c) 25%. 2. a) În $\triangle VOA$, obținem $AO = 4\sqrt{3}$ și apoi $AB = 12$ cm; b) $\cos(\angle VAO) = \frac{4\sqrt{3}}{7}$. c) Dacă M este mijlocul lui BC , atunci $BC \perp AM$ și $BC \perp VM \Rightarrow BC \perp \perp(VAM) \Rightarrow BC \perp VA$.

TESTUL 10

I. 1. 0,027. 2. 1440. 3. 216. 4. 3. 5. $2\sqrt{3}$. 6. 24.

II. 2. 1248 lei. 3. Fie c numărul răspunsurilor corecte. Atunci $(20 - c)$ reprezintă numărul răspunsurilor greșite. Se obține $2c - 5(20 - c) = 19$, de unde $c = 17$. 4. $a + b = 13$. 5. $a = 6 - 2\sqrt{5}$ și $m_g = \sqrt{ab} = 4$.

III. 1. a) 6 m²; b) $2\pi + 6$; c) Lungimea panglicii este $2 + 4\pi < 2 + 4 \cdot 3,15 = 14,6 <$

< 15 , deci panglica ajunge. 2. a) $60\sqrt{3}$ dm²; b) $\mathcal{A}_b = \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4} = 48\sqrt{3}$ dm². Utilizând regula de trei simplă, obținem că sunt necesare 480 g vopsea. c) Se arată mai întâi că $TB = TC$ (justificați!), deci $\mathcal{A}_{BTC} = \frac{TM \cdot BC}{2}$. Pentru ca aria să fie minimă, este necesar ca TM să fie minim, deci $MT \perp SA$. Exprimând aria triunghiului SAM în două moduri, obținem că $TM = \frac{36\sqrt{73}}{73}$ dm.

55 DE VARIANTE DE SUBIECTE DUPĂ MODELUL M.E.C.S.

TESTUL 1

I. 1. 23. 2. 5. 3. 2,4 lei. 4. 4,2. 5. 4. 6. 29.

II. 2. $A = \{-7, 3\}$. 3. 300 lei. 4. $a = -5 \in \mathbb{Z}$. 5. $G_f \cap Ox = \left\{A\left(\frac{3}{2}, 0\right)\right\}$; $G_f \cap Oy = \{B(0, -3)\}$.

III. 1. a) 4600 m²; b) 138 kg; c) $10\sqrt{73}$ m. 2. a) $\gamma_1 = 240\pi$ (cm³) > 750 (cm³); b) 120π cm²; c) $\mathcal{A}_2 = 5472$ cm²; $\gamma_2 = 23040$ cm³.

TESTUL 2

I. 1. -16. 2. 75. 3. $\frac{2}{5}$. 4. $6\sqrt{2}$. 5. 160π . 6. 14.

II. 2. 3. 3. 103. 4. 14. 5. a) Graficul trece prin punctele $A(0, -6)$, $B(6, 0)$; b) $P = 0$.

III. 1. a) $\sin C = \frac{3}{5}$; b) 180 m²; c) $(840 + 4\pi)$ m². 2. a) $OM = \frac{\sqrt{3}}{2}$ m; $DO = \sqrt{DM^2 - OM^2} = \frac{1}{2} = 0,5$ m; b) $VO = 5$ m; c) $\text{tg} \angle(DA, (ABC)) = \text{tg} \angle DAO = \frac{DO}{AO} = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

TESTUL 3

I. 1. 4. 2. -6. 3. 72. 4. 49π . 5. 4. 6. 24.

II. 2. $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$. 3. 12. 4. a) $m = 1$; b) Graficul funcției trece prin punctele $B(0, 2)$ și $A(1, 0)$. 5. $E(x) - \frac{4}{x-2} = 1 \in \mathbb{N}^*$.

III. 1. a) $36\pi \text{ m}^2$; b) $36(4 - \pi) \text{ m}^2$; c) $6\sqrt{2} \text{ m}$. 2. a) $2\sqrt{82} \text{ cm}$; b) 5856 cm^3 ; c) 12 dm^3 .

TESTUL 4

I. 1. 1. 2. 1620. 3. $\frac{3}{7}$. 4. 30. 5. $12\sqrt{2}$. 6. -17.

II. 2. 600. 3. 36 km. 4. b) $a \in \{-2, 0, 1\}$. 5. $A(-1, 5)$.

III. 1. a) $20\pi \text{ m}$; b) 400 m^2 ; c) $400(2 + \sqrt{3}) < 1500$. 2. a) $h^2 = G^2 - (R - r)^2 = 4$; b) $\gamma = \frac{37\sqrt{3}}{6} \text{ cm}^3$; c) $m = V \cdot \rho \approx 13,6 \text{ g}$.

TESTUL 5

I. 1. 1. 2. 96. 3. 50. 4. 20. 5. 64π . 6. 6,50.

II. 2. 19. 3. -4. 4. $m_a - m_g = 2 - 1 = 1$. 5. a) Graficul este un segment $[AB]$, unde $A(-2, -3)$, $B(3, 2)$; b) $5\sqrt{2}$.

III. 1. a) 900 m ; b) $4,5 \text{ ha}$; c) 8370 lei . 2. a) $G = 3r - 4$, $h = 4 + 2r$, $G^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow (3r - 4)^2 = (2r + 4)^2 + r^2 \Rightarrow 4r^2 = 40r \Rightarrow r = 10 \text{ cm}$, $G = 26 \text{ cm}$; b) $260\pi \text{ cm}^2$; c) $\alpha = \frac{360r}{g} \approx 138 < 140$.

TESTUL 6

I. 1. 2. 2. 120. 3. 9,70. 4. 90. 5. 60° . 6. 25.

II. 2. $A = 5$, $C = 7$, $B = 10$. 3. $x = \frac{7}{4} \in \mathbb{Q}$. 4. $\frac{3(2x+1)}{2x-1}$. 5. a) $m = 1$, $n = 2$; b) Graficul este o dreaptă care trece prin punctele $A(0, 2)$, $B(-2, 0)$.

III. 1. a) 150 m ; b) $S = 4800 \text{ m}^2 = 0,48 \text{ ha} < 0,5 \text{ ha}$; c) $256\pi \text{ m}^2$. 2. a) $(MNP) \parallel (A'B'C')$; $(SMN) \cap (A'B'C') = A'B'$; $(SMN) \cap (MNP) = MN \Rightarrow MN \parallel A'B'$; b) $144\sqrt{3} \text{ m}^2$; c) $\frac{SA'}{SM} = \frac{A'B'}{MN}$, $SM = MN \Rightarrow SA' = A'B' = 10 \text{ m} \Rightarrow A'C' = 10\sqrt{2} \text{ m} \Rightarrow$

$$\Rightarrow (SA')^2 + (SC')^2 = (A'C')^2 \Rightarrow m(\angle ASC') = 90^\circ \Rightarrow d(S, A'C') = d(S, (A'B'C')) = \frac{A'C'}{2} = 5\sqrt{2} \text{ m} \Rightarrow d(S, (ABC)) = 5(1 + \sqrt{2}) \text{ m}.$$

TESTUL 7

I. 1. 1. 2. -20. 3. 21. 4. 166. 5. 24π . 6. 0,6.

II. 2. 11; 37. 3. $A \cap \mathbb{N} = \{2\}$; $A \cap \mathbb{Q} = \left\{-1; \sqrt{1\frac{7}{9}}; 2; 3,14\right\}$. 4. $x = \frac{2}{3}$. 5. a) Grafi-

cul funcției este o dreaptă care trece prin punctele $A(0, 4)$ și $B(4, 0)$; b) $2\sqrt{2}$.

III. 1. a) 60 m^2 ; b) Deoarece $m(\angle PQF) = m(\angle NME) = 90^\circ$, rezultă că $PQ \parallel NM$. Cum $PQ = QM = MN = 2 \text{ m}$ și $PQ \parallel NM$, înseamnă că $MNPQ$ este pătrat; c) $2(2 + \pi) \text{ m}^2$. 2. a) 1080 cm^2 ; b) $V = 1080\sqrt{3} \text{ cm}^3 \approx 1,871 \text{ dm}^3$. Nu încap 2 ℓ de apă; c) $30\sqrt{7} \text{ cm}$.

TESTUL 8

I. 1. $\frac{5}{6}$. 2. 9. 3. 20. 4. 48. 5. 12. 6. 4.

II. 2. 2 m. 3. $A = \{-1, 0, 1, 2\}$. 4. b) $x = 2 \notin \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$. Ecuația nu are soluție. 5. Graficul este format din cinci puncte: $A(-2, -3)$, $B(-1, -1)$, $C(0, 1)$, $D(1, 3)$, $E(2, 5)$.

III. 1. a) $\frac{4 + \sqrt{3}}{2} \text{ m}$; b) $\frac{\pi}{3} \text{ m}$; c) $\mathcal{A} = 2 + \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} > 2 + \frac{3}{3} - \frac{2}{4} = 2,5 \text{ (m}^2\text{)}$.

2. a) $2\sqrt{13} \text{ m}^2$; b) $\frac{3}{2}$; c) $16\,000\,000$.

TESTUL 9

I. 1. 2. 2. 1. 3. $\frac{2}{3}$. 4. 28. 5. 30. 6. 8.

II. 2. 11 puncte; 11,5 puncte; 12,5 puncte. 3. $x \in (2, \infty)$. 4. $(x + 1)(2x + 6) = 2(x^2 + 4x + 3)$. 5. $\frac{1}{5}$. 6. Graficul este o semidreaptă cu originea în $A(-1, 1)$, care trece prin punctul $B(0, 2)$.

III. 1. a) 1 m ; b) $5\pi \text{ m}$; c) Triunghiul AEB este dreptunghic în E , deci $CE = \sqrt{AC \cdot CB} = 3 \text{ m} > 2,95 \text{ m}$. Camionul poate trece prin tunel. 2. a) $\frac{16 + \pi}{4} \text{ m}^3$; b) $IC = 3,24 \text{ (m)} > 3,2 \text{ (m)}$; c) $3,585 \ell$.

TESTUL 10

I. 1. 10. 2. 0. 3. 8. 4. 32. 5. 5. 6. -13.

II. 2. 87 ha, 119 ha. 3. $x = -1$, $y = 1$. 4. $E(x) = x^2 + 4x - 12 = (x - 2)(x + 6)$. 5. $a = 2\sqrt{5} = \sqrt{20} \in (\sqrt{19}, \sqrt{21})$. 6. $x \in (-\infty, -2)$.

III. 1. a) Gardul are lungimea (în m) de $120 + 40\sqrt{2} < 120 + 40 \cdot 1,5 = 180$; b) $MN = 60$ m; c) Suprafața cultivată cu roșii are aria egală cu 700 m^2 , iar cea cultivată cu ardei are aria egală cu 500 m^2 . 2. a) $OO' = 8$ cm, $VA = \sqrt{34}$ cm; b) $(66 + 3\sqrt{34})\pi \text{ cm}^2$; c) $105\pi \text{ cm}^3$.

TESTUL 11

I. 1. 26. 2. $(-\infty, 2]$. 3. 6. 4. 7,5. 5. $16\sqrt{3}$. 6. 75.

II. 2. a) $p = 40$; b) $a = 8$, $b = 20$, $5a - b = 20$. 3. a) $a = -6$, $b = 6$; b) $P(x) + 9x - 6 = x^3 - 4x^2 + 3x = x(x - 1)(x - 3)$. 4. $P(5, -2)$.

III. 1. a) $25\pi \text{ cm}^2$; b) 10 cm; c) $200(4 - \pi) \text{ cm}^2$. 2. a) $\mathcal{A}_t = 16^2 + 30 \cdot 16 \cdot 4 + (16^2 - 15^2) + 25 \cdot 15 \cdot 4 + 15^2 = 3932 \text{ cm}^2$; b) $\mathcal{V}_{\text{int}} = 25 \cdot 15^2 = 5625 \text{ cm}^3$; c) $\mathcal{V}_t = 30 \cdot 16^2 - 25 \cdot 15^2 = 2055 \text{ cm}^3$; $M_t = 2055 \cdot 2,7 = 5548,5 \text{ g} = 5,5485 \text{ kg}$.

TESTUL 12

I. 1. 0. 2. 90. 3. 2052. 4. 90° . 5. 9. 6. 2,5.

II. 2. $A \cap B = \{1, 2\}$. 3. $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. 4. a) $b = 15$; b) $e = 21$. 5. $f(x) = 2$. Graficul funcției este o dreaptă paralelă cu Ox , care trece prin punctul $A(0, 2)$.

III. 1. a) 8 felii; b) $18\pi \text{ cm}^2$; c) $\ell = 24$ cm. 2. a) 8 m; b) $\mathcal{A}_{ABCD} = 36 \text{ m}^2$; c) $192 \cdot 0,5 = 96 \ell$.

TESTUL 13

I. 1. 28. 2. 1. 3. 50. 4. 1. 5. 4. 6. 10,3.

II. 2. 5400 secunde. 3. 10. 4. $A \cap \mathbb{Q} = \left\{-1; 1, (4); \frac{1}{3}; -\sqrt{0,01}\right\}$; $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) = \{\sqrt{2}, \sqrt{12}, \pi\}$. Mulțimea $A \cap \mathbb{Q}$ are mai multe elemente decât mulțimea $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$. 5. $x \in \{-3, -2, 2, 3\}$. 6. $G_f \cap Ox = \{A(3, 0)\}$; $G_f \cap Oy = \{B(0, 4)\}$; $AB = 5$.

III. 1. a) $\text{tg} \angle BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow m(\angle BAC) = 30^\circ$; b) $EC \parallel AB \Rightarrow m(\angle ECA) = m(\angle BAC) = 30^\circ \Rightarrow m(\angle ECA) = m(\angle EAC) = 30^\circ \Rightarrow AE = EC$; c) În triunghiul ADE avem $m(\angle D) = 90^\circ$, $m(\angle A) = 30^\circ$, deci $DE = \frac{AE}{2} = \frac{EC}{2}$. Prin urmare, $\mathcal{A}_{AEC} = \frac{AD \cdot EC}{2} = 2 \cdot \frac{AD \cdot DE}{2} = 2\mathcal{A}_{ADE}$. 2. a) $50\sqrt{17}$ m; b) $2\,000\,000 \cdot 2,5 = 5\,000\,000$ t; c) Distanța de la centrul piramidei la vârful umbrei (care este un triunghi isoscel) este egală cu $h = 150$ m. Înălțimea corespunzătoare bazei triunghiului isoscel care reprezintă umbra este $150 - 100 = 50$ m. Aria este $\frac{50 \cdot 200}{2} = 5000 \text{ m}^2$.

TESTUL 14

I. 1. 7. 2. 0,5. 3. $\frac{11}{6}$. 4. 12. 5. 16π . 6. 30.

II. 2. 70%. 3. $x_1 = -1$, $x_2 = \frac{1}{4}$. 4. b) $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \setminus \{-3\}$. 5. $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow P = 0$.

III. 1. a) 4 km; b) $A(20\sqrt{3}, 20)$, $B(15, -15\sqrt{3})$; c) $AB = 5$ km. 2. a) $AC = 100$ m, $AB = 100\sqrt{3}$ m; b) $SA = AC \text{ tg } \varphi = 100\sqrt{3}$ m; c) $m(\angle SBA) = 45^\circ$.

TESTUL 15

I. 1. 10. 2. 9. 3. $2\sqrt{37}$. 4. 4. 5. $2\sqrt{6}$. 6. 2.

II. 2. 90 de pagini, respectiv 270 de pagini. 3. 288 lei. 4. a) $A\left(\frac{1}{2}, 0\right)$; $B(0, 1)$; b) $x = -1$. 5. 4.

III. 1. a) $d(O, CD) = \frac{CD}{2} = 4$ cm; b) $AC = 1400\sqrt{2} \text{ m} < 1400 \cdot 1,5 \text{ m} = 2,1 \text{ km}$; c) $1,96 \text{ km}^2$. 2. a) $SO = 100\sqrt{7}$ m; $VQ = 100\sqrt{14}$ m (unde O = centrul lui $ABCD$, iar Q = centrul lui $ABEF$); b) $VS = 100\sqrt{29 - 14\sqrt{2}} < 400$ m; c) 23 min și 20 sec.

TESTUL 16

I. 1. 10. 2. 120. 3. -7. 4. 12. 5. 240. 6. 26.

TESTUL 10

I. 1. 10. 2. 0. 3. 8. 4. 32. 5. 5. 6. -13.

II. 2. 87 ha, 119 ha. 3. $x = -1, y = 1$. 4. $E(x) = x^2 + 4x - 12 = (x - 2)(x + 6)$. 5. $a = 2\sqrt{5} = \sqrt{20} \in (\sqrt{19}, \sqrt{21})$. 6. $x \in (-\infty, -2)$.

III. 1. a) Gardul are lungimea (în m) de $120 + 40\sqrt{2} < 120 + 40 \cdot 1,5 = 180$; b) $MN = 60$ m; c) Suprafața cultivată cu roșii are aria egală cu 700 m^2 , iar cea cultivată cu ardei are aria egală cu 500 m^2 . 2. a) $OO' = 8$ cm, $VA = \sqrt{34}$ cm; b) $(66 + 3\sqrt{34})\pi \text{ cm}^2$; c) $105\pi \text{ cm}^3$.

TESTUL 11

I. 1. 26. 2. $(-\infty, 2]$. 3. 6. 4. 7,5. 5. $16\sqrt{3}$. 6. 75.

II. 2. a) $p = 40$; b) $a = 8, b = 20, 5a - b = 20$. 3. a) $a = -6, b = 6$; b) $P(x) + 9x - 6 = x^3 - 4x^2 + 3x = x(x - 1)(x - 3)$. 4. $P(5, -2)$.

III. 1. a) $25\pi \text{ cm}^2$; b) 10 cm; c) $200(4 - \pi) \text{ cm}^2$. 2. a) $\mathcal{A} = 16^2 + 30 \cdot 16 \cdot 4 + (16^2 - 15^2) + 25 \cdot 15 \cdot 4 + 15^2 = 3932 \text{ cm}^2$; b) $\gamma_{\text{int}} = 25 \cdot 15^2 = 5625 \text{ cm}^3$; c) $\gamma_r = 30 \cdot 16^2 - 25 \cdot 15^2 = 2055 \text{ cm}^3$; $M_r = 2055 \cdot 2,7 = 5548,5 \text{ g} = 5,5485 \text{ kg}$.

TESTUL 12

I. 1. 0. 2. 90. 3. 2052. 4. 90° . 5. 9. 6. 2,5.

II. 2. $A \cap B = \{1, 2\}$. 3. $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. 4. a) $b = 15$; b) $e = 21$. 5. $f(x) = 2$. Graficul funcției este o dreaptă paralelă cu Ox , care trece prin punctul $A(0, 2)$.

III. 1. a) 8 felii; b) $18\pi \text{ cm}^2$; c) $\ell = 24$ cm. 2. a) 8 m; b) $\mathcal{A}_{ABCD} = 36 \text{ m}^2$; c) $192 \cdot 0,5 = 96 \ell$.

TESTUL 13

I. 1. 28. 2. 1. 3. 50. 4. 1. 5. 4. 6. 10,3.

II. 2. 5400 secunde. 3. 10. 4. $A \cap \mathbb{Q} = \left\{-1; 1, (4); \frac{1}{3}; -\sqrt{0,01}\right\}$; $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) = \{\sqrt{2}, \sqrt{12}, \pi\}$. Mulțimea $A \cap \mathbb{Q}$ are mai multe elemente decât mulțimea $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$. 5. $x \in \{-3, -2, 2, 3\}$. 6. $G_f \cap Ox = \{A(3, 0)\}$; $G_f \cap Oy = \{B(0, 4)\}$; $AB = 5$.

III. 1. a) $\text{tg} \angle BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow m(\angle BAC) = 30^\circ$; b) $EC \parallel AB \Rightarrow m(\angle ECA) = m(\angle BAC) = 30^\circ \Rightarrow m(\angle ECA) = m(\angle EAC) = 30^\circ \Rightarrow AE = EC$; c) În triunghiul ADE avem $m(\angle D) = 90^\circ$, $m(\angle A) = 30^\circ$, deci $DE = \frac{AE}{2} = \frac{EC}{2}$. Prin urmare, $\mathcal{A}_{AEC} = \frac{AD \cdot EC}{2} = 2 \cdot \frac{AD \cdot DE}{2} = 2\mathcal{A}_{ADE}$. 2. a) $50\sqrt{17}$ m; b) $2\,000\,000 \cdot 2,5 = 5\,000\,000$ t; c) Distanța de la centrul piramidei la vârful umbrei (care este un triunghi isoscel) este egală cu $h = 150$ m. Înălțimea corespunzătoare bazei triunghiului isoscel care reprezintă umbra este $150 - 100 = 50$ m. Aria este $\frac{50 \cdot 200}{2} = 5000 \text{ m}^2$.

TESTUL 14

I. 1. 7. 2. 0,5. 3. $\frac{11}{6}$. 4. 12. 5. 16π . 6. 30.

II. 2. 70%. 3. $x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{4}$. 4. b) $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \setminus \{-3\}$. 5. $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow P = 0$.

III. 1. a) 4 km; b) $A(20\sqrt{3}, 20), B(15, -15\sqrt{3})$; c) $AB = 5$ km. 2. a) $AC = 100$ m, $AB = 100\sqrt{3}$ m; b) $SA = AC \text{ tg } \varphi = 100\sqrt{3}$ m; c) $m(\angle SBA) = 45^\circ$.

TESTUL 15

I. 1. 10. 2. 9. 3. $2\sqrt{37}$. 4. 4. 5. $2\sqrt{6}$. 6. 2.

II. 2. 90 de pagini, respectiv 270 de pagini. 3. 288 lei. 4. a) $A\left(\frac{1}{2}, 0\right)$; $B(0, 1)$; b) $x = -1$. 5. 4.

III. 1. a) $d(O, CD) = \frac{CD}{2} = 4$ cm; b) $AC = 1400\sqrt{2} \text{ m} < 1400 \cdot 1,5 \text{ m} = 2,1 \text{ km}$; c) $1,96 \text{ km}^2$. 2. a) $SO = 100\sqrt{7}$ m; $VQ = 100\sqrt{14}$ m (unde O = centrul lui $ABCD$, iar Q = centrul lui $ABEF$); b) $VS = 100\sqrt{29 - 14\sqrt{2}} < 400$ m; c) 23 min și 20 sec.

TESTUL 16

I. 1. 10. 2. 120. 3. -7. 4. 12. 5. 240. 6. 26.

II. 2. $f = 20$, $b = 16$. 3. 2. 4. b) $\frac{3}{\sqrt{17}}$. 5. $s \in \{-3, 3\}$.

III. 1. a) $18\sqrt{2}$ dm; b) $DD' = DA = DC = 6$ dm, iar $\triangle D'AC$ este echilateral; c) $d(D, (D'AC)) = 2\sqrt{3}$ dm. 2. a) $\ell_{\text{gard}} = 20(5 + \sqrt{3})$ m; b) $\mathcal{A}_{\text{grădină}} = 600\sqrt{3}$ m²; c) $\mathcal{A}_{AECD} =$

$= \mathcal{A}_{BEC} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{ABCD}$, de unde obținem $AE = 10$ m.

TESTUL 17

I. 1. 82. 2. 838. 3. Fals. 4. 12. 5. 2. 6. $\frac{1}{6}$.

II. 2. $(x - 1, y + 1) \in \{(1, 3); (3, 1); (-1, -3); (-3, -1)\} \Rightarrow (x, y) \in \{(2, 2); (4, 0); (0, -4); (-2, -2)\}$. 3. $n = \overline{abc}$ și $n = 21q + 12 \Rightarrow q \geq 5 \Rightarrow n_{\min} = 117$. 4. b) Graficul funcției f taie axele de coordonate în $A(\frac{1}{3}, 0)$, respectiv $B(0, -1)$; $\text{tg} \angle OAB = \frac{OB}{OA} = 1 : \frac{1}{3} = 3$.

III. 1. a) $\ell_{\text{gard}} = 2(AB + AD) = 100(4 + \sqrt{2})$ m; b) $DE = \text{minim} \Rightarrow DE \perp AB \Rightarrow \triangle ADE$ dreptunghic isoscel cu ipotenuza $AD = 50\sqrt{2}$ m $\Rightarrow DE = 50$ m; c) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot DE = 200 \cdot 50 = 10\,000$ m² = 1 ha. 2. a) $\gamma_{\text{apa}} = 10 \cdot 6 \cdot 2 = 120$ m³ = 120 000 ℓ; b) $t = 120\,000 : 480 = 250$ minute = 4 ore 10 minute; c) Dacă h este înălțimea cu care se ridică apa, atunci volumul unei prisme cu înălțimea h și aria bazei de 1 m² este 30 dm³. Obținem că $h = 3$ cm.

TESTUL 18

I. 1. -20. 2. 21. 3. $(-2, 2]$. 4. 2. 5. 13. 6. 24.

II. 2. $m_a = 2\sqrt{2}$, $m_g = \sqrt{6}$; $m_a^2 = 8 > 6 = m_g^2 \Rightarrow m_a > m_g$. 3. $a + b = 24$; $5(a - 3) = b + 3 \Rightarrow a = 7$; $b = 17$. 4. b) $f(1) + f(2) + \dots + f(100) = 2(1 + 2 + \dots + 100) - 100 = 100 \cdot 101 - 100 = 100^2$. 5. $E(x) = \frac{2}{x^2 - 1} \cdot (x^2 - 1) = 2 \in \mathbb{Z}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

III. 1. a) $\mathcal{V} = \mathcal{A}_{ABC} \cdot AA' = 1000\sqrt{3}$ cm³ > 1500 cm³ = 1,5 ℓ; c) $AP = 5\sqrt{14}$ cm.

2. a) $200\sqrt{3}$ cm²; b) $10(4 + \sqrt{3} + \sqrt{7})$ cm; c) $\text{tg} \angle DAC = \frac{CD}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \angle DAC = 30^\circ$;

$\text{tg} \angle ADB = \frac{AB}{AD} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle ADB = 60^\circ$; $\angle AOB = 180^\circ - \angle DAC - \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow AC \perp BD$.

TESTUL 19

I. 1. 20. 2. 27. 3. 4. 4. 2. 5. 45. 6. 4.

II. 2. 2. 3. $a + b = 250$ și $20a + 25b = 5500 \Rightarrow a = 150$, $b = 100$. 4. b) Graficul taie axele în $A(-2, 0)$, respectiv $B(0, 2)$. Atunci $\triangle OAB$ este dreptunghic isoscel, deci

$\angle OAB = 45^\circ$. 5. $R(x) = \frac{(x+1)(x+6)}{(x+1)^2} = \frac{x+6}{x+1}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

III. 1. a) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot AD = 600$ m²; b) $MN = 30 + 4 = 34$ m; $MQ = 20 + 4 = 24$ m; $\ell_{\text{gard}} = 116$ m; c) Fie $S = \text{pr}_{MN} A$; triunghiul MAS este dreptunghic isoscel, cu $AS = MS = 2$ m, deci $AM = 2\sqrt{2}$ m. 2. b) $VC = \sqrt{194} < \sqrt{196} = 14$ cm; c) $\triangle TBD$ este isoscel cu $TB = TD \Rightarrow \mathcal{P}_{TBD} = 2TB + BD$; $\mathcal{P}_{TBD}$ minim $\Rightarrow TB$ minim $\Rightarrow TB \perp VC$; $\mathcal{A}_{VBC} = \frac{TB \cdot VC}{2} \Rightarrow TB = \frac{130}{\sqrt{194}}$ cm; $VT = \frac{144}{\sqrt{194}}$ cm.

TESTUL 20

I. 1. -6. 2. 6. 3. $\{1, 3\}$. 4. 16. 5. 400. 6. 7.

II. 2. 1. 3. $b + f = 28$ și $b = \frac{75}{100} \cdot f \Rightarrow b = 12$. 4. b) $M(a, a) \in G_f \Rightarrow f(a) = a \Rightarrow 2a + 1 = a \Rightarrow a = -1 \Rightarrow M(-1, -1)$. 5. $|x - 2| \geq 0$; $(y + 1)^2 \geq 0$ și $|x - 2| + (y + 1)^2 = 0 \Rightarrow |x - 2| = (y + 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 2, y = -1$.

III. 1. b) 25π cm²; c) $AM = AO - OM = \frac{1}{2} AC - r = 5\sqrt{2} - 5 = 5(\sqrt{2} - 1)$ cm.

2. b) 360 cm²; c) $\triangle TBD$ este isoscel cu $TB = TD$ și TO este mediana bazei $\Rightarrow TO \perp BD \Rightarrow \mathcal{A}_{TBD} = \frac{BD \cdot TO}{2}$; $\mathcal{A}_{TBD}$ minimă $\Rightarrow TO$ minim $\Rightarrow TO \perp VC$; $VO^2 = VT \cdot VC \Rightarrow VT = \frac{144}{\sqrt{194}}$ cm.

TESTUL 21

I. 1. -1. 2. 35. 3. -4. 4. 12π . 5. $3\sqrt{3}$. 6. 100.

- II. 2. $\frac{5}{2}$. 3. Dacă extragem 6 bile, există posibilitatea să obținem câte două din fiecare culoare. Dacă extragem 7 sau mai multe bile, vom avea cu siguranță trei bile de aceeași culoare. 4. a) $A(2, 0)$, respectiv $B(0, 2)$. 5. $E(x) = x(x-3)(x-4)$.
 III. 1. a) $90 \pi \text{ dm}^3$; b) 283 l ; c) 212 l . 2. a) $MB = 30 \text{ m}$; b) Aplicând teorema catetei în $\triangle ABC$, cu $m(\angle C) = 90^\circ$, obținem $BC^2 = MB \cdot AB = 30 \cdot 120 = 3600 \Rightarrow BC = 60 \text{ m} = CD$; c) $CM = 30\sqrt{3} \text{ m}$; $\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(AB+CD) \cdot CM}{2} = 2700\sqrt{3} \text{ m}^2 < 2700 \cdot 1,74 = 4698 \text{ m}^2 < 5000 \text{ m}^2 = 0,5 \text{ ha}$.

TESTUL 22

- I. 1. 0. 2. 25. 3. $(-\infty, 3]$. 4. 40. 5. 300π . 6. 96.
 II. 2. $\frac{2x+1}{x-2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x-2 \mid 2x+1 \Leftrightarrow x-2 \mid (2x+1) - 2(x-2) \Leftrightarrow x-2 \mid 5 \Leftrightarrow x \in \{-3, 1, 3, 7\}$. 3. Tatăl face $300\,000 : 75 = 4000$ pași, iar fiul face $300\,000 : 50 = 6000$ pași, deci cu 2000 de pași mai mult. 4. b) $A(a, b) \in G_f \cap G_g \Leftrightarrow f(a) = g(a) = b \Leftrightarrow a = 1, b = 0$. 5. $a^2 + b^2 - 2a + 6b + 10 = 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b+3)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 1, b = -3$.
 III. 1. a) 24 cm ; b) 48 g ; c) $GM = \frac{1}{3}AM = 8 \text{ cm}$; $BG = \sqrt{GM^2 + BM^2} = 2\sqrt{41} \text{ cm}$.
 2. b) $\mathcal{A}_{\text{cort}} = 2 \cdot \mathcal{A}_{ABC} + 3 \cdot \mathcal{A}_{ABB'A'} = \frac{171\sqrt{3}}{8} \text{ m}^2$. Fie x necesarul de pânză (în m^2); atunci $x - 10\% \cdot x = \frac{171\sqrt{3}}{8}$, de unde $x = \frac{95\sqrt{3}}{4} \text{ m}^2$; c) Prețul pânzei este $\frac{95\sqrt{3}}{4} \cdot 20 = 475\sqrt{3} \text{ lei}$. Trebuie comparate numerele $475\sqrt{3}$ și 825 ; împărțind ambele numere prin 25 și ridicând la pătrat rezultatele obținute, avem de comparat numerele 1083 și 1098. Cum $1083 < 1098$, suma de 825 lei este suficientă pentru realizarea cortului.

TESTUL 23

- I. 1. 1. 2. $2 + 2$. 3. $\frac{4}{7}$. 4. 120° . 5. $4\sqrt{2}$. 6. 2922,62.
 II. 2. 2 kg. 3. a) $a = 320 \cdot 25 \cdot 5^{2n} = 2^6 \cdot 5 \cdot 5^2 \cdot 5^{2n} = 2^6 \cdot 5^{2n+3}$; b) Pentru ca $\sqrt{ab}$ să fie număr rațional, trebuie ca ab să fie pătrat perfect. Acest lucru se întâmplă când b este de forma $5k^2$. Însă $b \leq 100$, prin urmare $b \in \{0, 5, 20, 45, 80\}$. 4. $a = 1, b = 2$. 5. $x(x+1)(x+2)(x+3) + 1 = (x^2+3x)(x^2+3x+2) + 1 = (x^2+3x)^2 + 2(x^2+3x) + 1 = (x^2+3x+1)^2$.

- III. 1. a) 1200 cm^2 . b) Fie a latura pătratului. Din $\triangle AMN \sim \triangle ABC$ rezultă că $\frac{a}{60} = \frac{40-a}{40}$, de unde $a = 24 \text{ cm}$; c) $\frac{\mathcal{A}_{\text{pătrat}}}{\mathcal{A}_v} = \frac{12}{25} < \frac{1}{2}$. 2. a) $10\pi \text{ cm}$; b) $10,248 \text{ l}$; c) $36\sqrt{442} \cdot \pi \text{ cm}^2$.

TESTUL 24

- I. 1. 16. 2. 6 și -6. 3. $\{1, 3, 5\}$. 4. 4. 5. 180. 6. 2012.
 II. 2. 243. 3. Dacă x este cantitatea de cireșe (în kg) și p este prețul după majorare, atunci $2x = \frac{80}{100}xp$, de unde $p = 2,5$ (lei). 4. b) $d(O, G_f) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. 5. Dacă $x \in [-4, 6]$, atunci $x+4 \geq 0$ și $x-6 \leq 0$, deci $E(x) = |x+4| + |x-6| = x+4+6-x = 10$.
 III. 1. a) $\triangle ABO \sim \triangle MCO$ (U.U.), deci $\frac{AB}{MC} = \frac{BO}{CO}$. Rezultă că $BO = 2CO$ și, cum $BO + CO = 3 \text{ dm}$, obținem că $BO = 2 \text{ dm}$; b) Din $\frac{AO}{MO} = \frac{AB}{MC} = 2$ și $AO + MO = 6 \text{ dm}$, deducem că $AO = 4 \text{ dm}$. Folosind teorema lui Pitagora, găsim că $AB = 2\sqrt{3} \text{ dm}$; c) Deoarece $\sin \angle BOA = \frac{AB}{AO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, rezultă că $m(\angle BOA) = 60^\circ$. Analog se arată că $m(\angle COM) = 60^\circ$, prin urmare $m(\angle AOM) = 180^\circ - 2 \cdot 60^\circ = 60^\circ$. 2. a) $AC = \sqrt{2} \text{ m}$; b) $BB' \parallel OO'$ și $DD' \parallel OO' \Rightarrow BB' \parallel DD' \Rightarrow B, D, D'$ și B' sunt coplanare; c) $AO \perp OC$ și $AO \perp OO' \Rightarrow AO \perp (CDD') \Rightarrow (ABB') \perp (CDD')$.

TESTUL 25

- I. 1. 2. 2. b. 3. $\frac{1}{10}$. 4. π . 5. 3. 6. 7.
 II. 2. $x \in \{-1, 0, 1, 2\}$. 3. 150 de timbre, respectiv 120 timbre. 4. b) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. 5. $E(n) = n(n+1)$ și, cum cei doi factori au parități diferite, $E(n)$ este număr natural par.
 III. 1. a) $BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = 10 \text{ km} = OD$; b) $AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = 26 \text{ km}$; traseele posibile sunt $A-D-B-C$ și $A-C-B-D$, având lungimile de 54 km, respectiv 58 km; traseul minim are lungimea de 54 km; c) Fie X proiecția punctului B pe AD ; exprimând în două moduri aria triunghiului ABD , obținem că $BX = \frac{BD \cdot AO}{AD} = \frac{18 \cdot 24}{26} = \frac{216}{13} \text{ km}$. Timpul necesar parcurgerii acestei distanțe va fi $t = \frac{d}{v}$.

$= \frac{216}{13} \cdot \frac{1}{18} = \frac{12}{13}$ ore, deci $t < 1$ oră. 2. b) $VA = \sqrt{12^2 + 13^2} = \sqrt{313}$ m; $l_{\text{întîrită}} = 96 + 4\sqrt{313} < 167 \Leftrightarrow 4\sqrt{313} < 71 \Leftrightarrow 16 \cdot 313 < 71^2 \Leftrightarrow 5008 < 5041$, adevărat; c) $AM + MC = \text{minim} \Rightarrow A-M-C$ coliniare pe desfășurare; pe desfășurare, ΔVAC este isoscel și VM este bisectoarea unghiului $\angle AVC$, deci $VM \perp AC$; în piramidă, vom avea că $VB \perp AM$ și $VB \perp CM$, prin urmare $VB \perp (AMC)$.

TESTUL 26

I. 1. 10. 2. 5. 3. 8. 4. 60. 5. 49π . 6. 21.

II. 2. $a(b+3) = ab+6 \Rightarrow 3a=6 \Rightarrow a=2$. 3. $83 = nc_1 + 3$, $65 = nc_2 + 1$, unde $n > 3$; n divide numerele 80 și 64, deci divide $(80, 64) = 16$; obținem că $n \in \{4, 8, 16\}$.

4. b) $x \in [\sqrt{3}, +\infty)$.

III. 1. a) $l_{\text{gard}} = P_{ABCD} - 4 \cdot MN = 584$ m; b) $\mathcal{A}_{MNRS} = 4 \cdot 100 = 400$ m²; $\mathcal{A}_{PQUT} = 4 \cdot 200 = 800$ m²; pătratul comun are aria de 16 m²; $\mathcal{A}_{\text{alei}} = \mathcal{A}_{MNRS} + \mathcal{A}_{PQUT} - \mathcal{A}_{\text{pătr.}} = 1184$ m²; c) $d_{\text{max}} = AC = 100\sqrt{5}$ m < 225 m. 2. b) Cele 80 g vopsea acoperă o suprafață de 216 cm². Suprafața totală a cubulețelor rezultate în urma tăierii este $27 \cdot 24 = 648$ cm², din care 216 cm² reprezintă suprafața deja vopsită. Pentru cei 432 cm² rămași mai avem nevoie de încă 160 g vopsea; c) Dacă O' este centrul pătratului $A'B'C'D'$, atunci $CO' \perp (BDD')$, deci $\angle(BC', (BDD')) = \angle BO' = 30^\circ$.

TESTUL 27

I. 1. 1. 2. 2. 3. 18. 4. 108. 5. 90. 6. 1540.

II. 2. 6. 3. Până în momentul întâlnirii, A parcurge două treimi din lungimea pistei. Cum treimea rămasă o parcurge în 40 sec, întreaga pistă este parcursă de A în 120 sec. Astfel, B are nevoie de 240 sec pentru un tur de pistă. 4. b) $|f(u) - f(v)| = |-2(u-v)| = 2 \cdot |u-v| < 2 \cdot 5 = 10$.

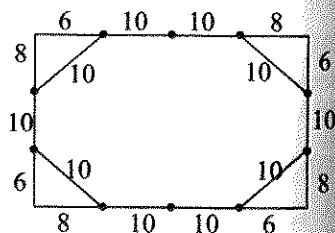
III. 1. b) $\mathcal{A}_{\text{gazon}} = \frac{83 \cdot (3)}{100}$. $\mathcal{A}_{\text{gr.}} = \frac{5}{6} \cdot 24 \cdot 34 = 680$ m²; Preț = $680 \cdot 2,5 = 1700$ lei; nu

ajung 1500 lei; c) De exemplu, se poate proceda ca în figura alăturată. 2. a) $h_{\text{siloz}} = h_{\text{tr}} + AD = 3(2 + \sqrt{3})$ m; b) $\gamma_{\text{pr.patr.}} = AB^2 \cdot AA' =$

$$= 360 \text{ m}^3; \gamma_{\text{pr.tr.}} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} \cdot AA' = 90\sqrt{3} \text{ m}^3;$$

$$\gamma_{\text{grâu}} = \frac{75}{100} (\gamma_{\text{pr.patr.}} + \gamma_{\text{pr.tr.}}) = 67,5(4 + \sqrt{3}) \text{ m}^3 =$$

$\approx 387 \text{ m}^3$; c) 78 de drumuri.



TESTUL 28

I. 1. 2. 2. $\frac{3}{11}$. 3. 12. 4. 12. 5. 50. 6. 18.

II. 2. -4. 3. Peste 5 ani. 4. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ funcția liniară al cărei grafic este dreapta AB . Din $f(0) = 1$ și $f(1) = 3$ obținem $b = 1$, $a = 2$, deci $f(x) = 2x + 1$. Cum $f(-2) = -3$, rezultă că $C \in G_f$, deci A, B, C sunt coliniare. 5. b) Dacă $d \mid 2n + 1$ și $d \mid 3n + 2$, atunci $d \mid 2(3n + 2) - 3(2n + 1)$, deci $d \mid 1$. Deducem că $d = 1$, prin urmare fracția este ireductibilă.

III. 1. a) $AC = 1,8$ m; $\cos \angle BAC = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$; b) 14 trepte; c) Dacă M este punctul

în care ajunge Ionuț, atunci $AM = 2$ m. Fie $N = \text{Pr}_{AC}M$; din $\triangle AMN \sim \triangle ABC$ obținem

că $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB}$, de unde $MN = 1,6$ m. 2. b) 4 dm³; c) Dacă h este lungimea sârmei,

din $\gamma_{\text{prismă}} = \gamma_{\text{piramidă}}$ obținem că $1 \text{ mm}^2 \cdot h = 4 \text{ dm}^3$. Rezultă că $h = 4000$ m.

TESTUL 29

I. 1. 1. 2. $\frac{4}{5}$. 3. 8. 4. 6. 5. 60. 6. M. Sharapova.

II. 2. $A = [-2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}]$. 3. $x = 12$, $y = 15$. 4. a) $f(\sqrt{2}) \cdot f(-\sqrt{2}) = 1 \Rightarrow (a + 2\sqrt{2})$

$(a - 2\sqrt{2}) = 1 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a \in \{-3, 3\}$; cum $a < 0$, convine doar situația $a = -3$.

III. 1. b) În triunghiurile dreptunghice BAE și CAD avem $\text{tg} \angle BAE = \frac{1,5}{2} = \frac{3}{4}$,

$\text{tg} \angle CAD = \frac{3,75}{5} = \frac{3}{4} \Rightarrow \angle BAE \equiv \angle CAD \Rightarrow A, D, E$ coliniare; c) $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} =$

$= 6,25 \text{ m} > 6 \text{ m}$. 2. a) 30 cm; b) 2,32 m pânză; c) $l_{\text{drum}} = 220 + 20\sqrt{13} > 292$.

TESTUL 30

I. 1. 3. 2. 12. 3. 69. 4. 16. 5. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 6. 6650.

II. 2. 2. 3. a) 765 lei, 102 lei respectiv 255 lei. 4. a) -1.

III. 1. a) $\mathcal{A} = \frac{1}{2} \pi r^2 = 18\pi \text{ dm}^2$; b) $\widehat{AD} = \widehat{BF} \Rightarrow AD = BF$; $\angle DAB + \angle ADF = \frac{1}{2}$.

$120^\circ + \frac{1}{2} \cdot 240^\circ = 180^\circ \Rightarrow DF \parallel AB$; c) Fie $CM \perp AO$, $M \in AO$; $CM = CO \cdot \sin \angle AOC = 3 \text{ dm}$; $OM = CO \cdot \cos \angle AOC = 3\sqrt{3} \text{ dm}$; $CA^2 = CM^2 + AM^2 = 9 + (6 - 3\sqrt{3})^2 = 36(2 - \sqrt{3}) \Rightarrow CA = 6\sqrt{2 - \sqrt{3}}$; $CA < 3,6 \Leftrightarrow 6\sqrt{2 - \sqrt{3}} < 3,6 \Leftrightarrow \sqrt{2 - \sqrt{3}} < 0,6 \Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} < 0,36 \Leftrightarrow \sqrt{3} > 1,64$, adevărat. 2. a) $AO = \sqrt{6} \text{ cm} \Rightarrow OE = 2\sqrt{6} \text{ cm} \Rightarrow BE = 6 \text{ cm}$; b) $\mathcal{V}_{\text{rocă}} = \frac{1}{3} \cdot \mathcal{A}_{BCD} \cdot (AO + OE) = 27\sqrt{2} \text{ cm}^3$; $m_{\text{rocă}} = \rho \cdot \mathcal{V}_{\text{rocă}} = 5 \text{ g/cm}^3 \cdot 27\sqrt{2} \text{ cm}^3 = 135\sqrt{2} \text{ g} \approx 191 \text{ g}$; c) $AB^2 + BE^2 = (3\sqrt{2})^2 + 6^2 = 54$; $AE^2 = (3\sqrt{6})^2 = 54$; conform reciprocei teoremei lui Pitagora, rezultă că $\angle ABE$ este unghi drept.

TESTUL 31

- I. 1. 0. 2. 12. 3. 6. 4. 28. 5. $27\sqrt{3}$. 6. 25.
 II. 2. $a = \sqrt{11} - 3$; $b = \sqrt{11} + 3$; $m_a = \sqrt{11}$. 3. $p = 6 \text{ lei}$, $c = 10 \text{ lei}$. 4. b) $m = -1$. 5. $A(n) = (n-1) \cdot n \cdot (n+1)(n+2)$; oricare ar fi patru numere naturale consecutive, două dintre ele sunt pare, dintre care unul se divide cu 4, deci produsul se divide cu 8.
 III. 1. a) 864 dm^2 ; b) $6\sqrt{3} \text{ dm}$; c) 50%. 2. a) 60 m; b) 1,5 ari; c) $\triangle MBN \sim \triangle ABC$ (U.U.) $\Rightarrow \frac{\mathcal{A}_{MBN}}{\mathcal{A}_{ABC}} = \left(\frac{\mathcal{P}_{MBN}}{\mathcal{P}_{ABC}}\right)^2 \Rightarrow \mathcal{P}_{MBN} = 24 \text{ m}$.

TESTUL 32

- I. 1. 0. 2. 15. 3. 4. 4. $3\sqrt{2}$. 5. 45. 6. 100.
 II. 2. 5 și -3. 3. 20%. 4. b) $P(-4, -4)$. 5. $E(x) = \frac{1}{2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
 III. 1. a) 12,5 cm; b) $\mathcal{A}_{\text{cutie}} = 610 \text{ cm}^2$; $x - \frac{20}{100} \cdot x = 610 \Rightarrow x = 762,5 \text{ cm}^2$ carton;
 c) Dimensiunile cutiei mari pot fi $50 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 12,5 \text{ cm}$ sau $10 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} \times 12,5 \text{ cm}$ sau $10 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 62,5 \text{ cm}$. Suprafața minimă se obține în al doilea caz și este de 2050 cm^2 . 2. a) 2,08 m; b) $MN = PQ = \frac{AC}{2}$; $MQ = NP = \frac{BD}{2}$, $AC = BD$ ca diagonale ale unui dreptunghi; c) $0,768 \text{ m}^2$.

TESTUL 33

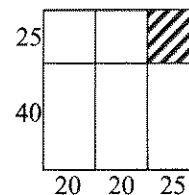
- I. 1. -6. 2. 2. 3. $[-2, 6)$. 4. 20π . 5. 400. 6. 88.
 II. 2. $2x - 1 \mid 5 \Rightarrow x \in \{-2, 0, 1, 3\}$. 3. Matei a rezolvat 10 probleme, iar Cosmin 8 probleme. 4. a) $f(0) \cdot f(\sqrt{1}) \cdot f(\sqrt{2}) = 0$; b) $A(0, -2)$, $B(\sqrt{2}, 0) \in G_f$.
 5. $\frac{x^2 + 5x - 14}{4 - x^2} = \frac{(x-2)(x+7)}{(2-x)(x+2)} = -\frac{x+7}{x+2}$.
 III. 1. a) $AM = (AB - MS) : 2 = 20 \text{ cm}$; b) $AD = 2AM = 40 \text{ cm}$; $\mathcal{A}_{ABCD} = 0,2 \text{ m}^2$; c) Dacă $\mathcal{S}$ este suprafața căutată, atunci $\mathcal{S} = 2000 - 400\pi = 400(5 - \pi) > 400(5 - 3,15) = 740$. 2. b) $\mathcal{A}_t = 592 \text{ cm}^2$, deci cantitatea de vopsea este $592 \cdot 0,5 = 296 \text{ g}$; c) $\mathcal{V} = 224\sqrt{7} \text{ cm}^3 \approx 582,4 \text{ cm}^3$; atunci masa înainte de vopsire este $\rho \cdot \mathcal{V} = 873,6 \text{ g}$, iar masa după vopsire este $1169,6 \text{ g}$.

TESTUL 34

- I. 1. -4. 2. 48. 3. 2. 4. 4. 5. $9\sqrt{3}$. 6. 50.
 II. 2. $x = 3 - \sqrt{8}$, $y = 3 + \sqrt{8}$, $m_g = \sqrt{xy} = 1$. 3. $2r + 4c = 10$, $r = c + 0,5$. Obținem $r = 2 \text{ lei}$ și $c = 1,5 \text{ lei}$. 4. a) $f(m) = 1$, deci $m = -2$; b) $A(0, -1)$ și $B(-1, 0) \in G_f$. 5. Calcul direct.
 III. 1. a) $\triangle SMN \sim \triangle STC$, deci $\frac{SM}{ST} = \frac{MN}{TC}$, iar $ST = 200 \text{ cm}$; b) În $\triangle STC$, $m(\angle T) = 90^\circ$, rezultă conform teoremei lui Pitagora că $SC = 250 \text{ cm}$; c) 10 trepte. 2. a) 18 cm; c) 66,6 %.

TESTUL 35

- I. 1. $\frac{15}{35}$. 2. $-\frac{8}{5}$. 3. $(-\infty, 1)$. 4. 40. 5. 18. 6. 150.
 II. 2. $a = 8\sqrt{2}$, $b = 4\sqrt{2}$. 3. $e = b + 13$ și $e + 2 = 2b$, deci $e = 28$ și $b = 15$.
 4. a) $f(-6) - f(0) = 3 - 1 = 2$; b) $A(0, 1)$ și $B(3, 0) \in G_f$. 5. $M \cap \mathbb{Q} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{3}{2}, -1, \frac{1}{2}\right\}$.
 III. 1. a) $AB = 12 \text{ cm}$; b) $R = 6$; $\mathcal{A}_{\text{semicerc}} = \frac{1}{2}\pi R^2 = 18\pi$; c) $\mathcal{A}_{ABC} = 36\sqrt{3}$. Deoarece $2\sqrt{3} > \pi$, rezultă că $\mathcal{A}_{ABC} > \mathcal{A}_{\text{semicerc}}$. 2. a) $\angle(EM, LI) = \angle EMP = 45^\circ$; b) $\mathcal{V}_{\text{apă}} = 16 \ell$; c) De exemplu, putem proceda ca în desenul alăturat.



TESTUL 36

I. 1. 17. 2. 4. 3. -4. 4. 49π . 5. 90° . 6. Duminică.

II. 2. $N = 13 + 12 \cdot 13 = 13^2$. 3. $A + B + C = 75$, $2B - C = 13$, $C = 9$. Așadar, $A = 55$, $B = 11$, $C = 9$. 4. a) $f(\sqrt{3}) + f(3\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} + 2 = 2f(2\sqrt{3})$; b) $A(0, 1)$ și

$$B(-2, 0) \in G_f. 5. E(x) = \frac{x}{3} + \frac{2x+6}{3x} \cdot \frac{x^2}{x+3} = \frac{x}{3} + \frac{2x}{3} = x.$$

III. 1. a) $\triangle BAN \equiv \triangle BCM$ (L.U.L.), deci $[BN] \equiv [BM]$; b) MN linie mijlocie în $\triangle ADC$, deci $MN \parallel AC$ și cum $AC \perp BD \Rightarrow MN \perp BD$; c) $\mathcal{A}_{BMDN} = \frac{MN \cdot BD}{2} = \frac{1}{2}$.

$$\cdot \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{ABCD}. 2. a) \mathcal{A}_1 = 192 \text{ m}^2; b) \mathcal{V}_{\text{remorcă}} = 144 \text{ m}^3 = 144\,000\,000 \text{ cm}^3;$$

$\mathcal{V}_{\text{pachet}} = 125\,000 \text{ cm}^3$. Dacă n este numărul de pachete, atunci $n \cdot 125\,000 = 144\,000\,000$, deci $n = 1152$. Se constată că cele 1152 de pachete pot fi așezate în TIR în 8 straturi, câte 144 de pachete în fiecare strat; c) $\angle(AC', (BCC')) = \angle AC'B$. În $\triangle ABC'$, $m(\angle B) = 90^\circ$, $\text{tg } \angle C' = \frac{AB}{BC'} = \frac{12}{5}$.

TESTUL 37

I. 1. 1. 2. 12. 3. $\{0, 1, 2, 3\}$. 4. 20. 5. 36. 6. 30.

II. 2. $p = 100$. 3. $f = \frac{3}{5}(f + b)$ și $f + 4 = 2b$, deci $f = 12$ și $b = 8$. 4. $f(x) = -2x + 1$,

$A(0, 1)$ și $B(1, -1) \in G_f$. 5. a) $-x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x \in \{-1, 1\}$; b) $\sqrt{2}(n + 2m) + 1 + n + 3m = 0$, deci $n = 2$ și $m = -1$.

III. 1. a) $\triangle TOA \equiv \triangle SOA$ (C.I.) $\Rightarrow AT = AS$; b) $OT = \sqrt{AO^2 - AT^2} = 50 \text{ m}$; c) $\mathcal{A}_{\text{lac}} = \pi r^2 < 4 \cdot 50^2 = 10000 \text{ m}^2 = 1 \text{ ha}$. 2. a) $5 \ell^2 = 1125$; $\ell^2 = 225$; $\ell = 1,5 \text{ m}$; b) $AC_1 = \ell\sqrt{3} = 1,5\sqrt{3} = \sqrt{6,75} > \sqrt{6,25}$; vergeaua va încăpea în container; c) Desfășurând cubul, obținem că MB este linie mijlocie în $\triangle ACC_1$, deci $BM = 0,75 \text{ m}$.

TESTUL 38

I. 1. 15. 2. 3. 3. $A = (-2, 3]$. 4. 25 cm^2 . 5. 45° . 6. 19.

II. 2. 53. 3. a) 4 caiete; b) 1 leu. 4. $(a - 1)^2 + (b + 2)^2 = 0$, deci $a = 1$ și $b = -2$.

$$5. E(x) = \frac{2x+1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = 2.$$

III. 1. a) $AH = 4 \cdot 15 = 60 \text{ cm}$; b) $RA = 2AH = 120 \text{ cm}$; c) Lungimea covorului =

$= 4 \cdot 30 + 4 \cdot 15 = 180 \text{ cm}$. 2. a) $AT = 6 \text{ cm}$; $\mathcal{P}_{EAT} = 18 \text{ cm}$; b) $\mathcal{A}_1 = 3$, $\mathcal{A}_{AMT} = 3 \cdot 9 = 27 \text{ cm}^2$; c) $AM \perp MT$, $AM \perp ME \Rightarrow AM \perp (MTE)$; $d(A, (MTE)) = AM = 3\sqrt{2} \text{ cm}$.

TESTUL 39

I. 1. -4. 2. 6. 3. $(-3, 3)$. 4. $\mathcal{P} = 24 \text{ cm}$. 5. $h = 12 \text{ cm}$. 6. 13 voturi.

II. 2. $42 + x = 3(x + 10)$; $x = 6$. 3. Înlocuind $x = 1$ în ecuație, obținem că $m = 2$. Rezolvând ecuația $x^2 - 3x + 2 = 0$, găsim a doua soluție $x_2 = 2$. 4. a) $A(0, 2)$ și $B(-2, 0) \in G_f$; b) $m_g = \sqrt{a \cdot b} = 1$. 5. $E(x) = \frac{x-2}{6x} \cdot \frac{2x(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{3}$.

III. 1. a) $m(\angle BAC) = 75^\circ$; b) Dacă $AM \perp BC$, atunci $AM = 6$, iar $\sin 60^\circ = \frac{AM}{AC}$,

deci $AC = 4\sqrt{3}$; c) $\mathcal{P} = 6(\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1) < 6(1,5 + 1,8 + 1) = 25,8 \text{ cm}$. 2. a) diametrul exterior = diametrul interior + $2 \cdot \text{grosimea țevii} = 4 \text{ cm}$; b) $\mathcal{V} = \mathcal{V}_{\text{exterior}} - \mathcal{V}_{\text{interior}} = (\pi \cdot 4 \cdot 100 - \pi \cdot 2,25 \cdot 100) \text{ cm}^3 = 175\pi \text{ cm}^3$; c) $m = \rho \cdot \mathcal{V} = 175\pi \cdot 0,4 \text{ g} = 219,8 \text{ g}$.

TESTUL 40

I. 1. $\frac{2}{3}$. 2. 1. 3. 5. 4. 15. 5. 25π . 6. 31.

II. 2. $n = \frac{500 \dots 022}{98 \text{ de } 0} \Rightarrow$ suma cifrelor lui n este 9 $\Rightarrow n : 9$. 3. a) $0 < 1 + \sqrt{2} < 3 \Rightarrow 1 +$

$+\sqrt{2} \in A$; b) $\{1, 2\}$. 4. $G_f = \{A, B, C, D\}$, unde $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$, $C(1, 2)$, $D(2, 3)$.

$$5. \frac{x+1}{2x-1}.$$

III. 1. a) 120 cm ; b) Dacă n ar fi numărul plăcilor utilizate, atunci $150^2 = n \cdot 120$, imposibil pentru $n \in \mathbb{N}$; c) $[15, 8] = 120$ plăci. 2. a) $\mathcal{A} = 32\sqrt{29} \text{ dm}^2$; b) $\mathcal{V}_{\text{pir}} = 213,3 \text{ dm}^3$, prin urmare răspunsul este afirmativ; c) Notăm cu h înălțimea până la care se va ridica apa. Cum raportul volumelor este cubul raportului de asemănare,

deducem că $\left(\frac{h}{OO'}\right)^3 = \frac{\mathcal{V}_{\text{apă}}}{\mathcal{V}_{\text{pir}}}$, de unde $\left(\frac{h}{10}\right)^3 = \frac{90 \cdot 3}{640}$ și atunci $h = 7,5 \text{ dm}$.

TESTUL 41

I. 1. 4. 2. 8. 3. 180 . 4. 9. 5. 36π . 6. 4.

II. 2. 60. 3. Folosind notații sugestive, avem: $a + b = 39$, $4a + 2b = 102$. Obținem că

$a = 12, b = 27$. 4. $m = 1$. 5. a) $x = \frac{5}{2}$; b) Dacă $m = 0$, obținem $\frac{-1}{x-2} = 0$, imposibil.

Dacă $m = 1$, obținem $\frac{0}{x-2} = 1$, imposibil. Rezultă că ecuația nu are soluții dacă $m \in \{0, 1\}$.

III. 1. a) $A = \frac{x(3-x)}{2}$; b) După calcule, inegalitatea dată revine la $4x^2 - 12x + 9 \geq 0$, adică $(2x - 3)^2 \geq 0$, evident adevărat; c) Ținând seama de punctele precedente, aria este cel mult egală cu $\frac{9}{8}$, valoarea maximă fiind atinsă când $x = \frac{3}{2}$. În acest caz,

perimetrul va fi $\frac{6+3\sqrt{2}}{2}$. 2. a) $5\pi \text{ cm}^3$; b) $\frac{24\pi}{5} \text{ cm}^3$; c) 4%.

TESTUL 42

I. 1. 0. 2. 5. 3. 720. 4. 108. 5. 225. 6. 14.

II. 2. Fie r, g și a numărul bilelor roșii, galbene și, respectiv, albe. Atunci $r + g + a = 20$; $g = 8$; $r + g = 13$. Rezultă $r = 5, g = 8, a = 7$. 3. $a = 4 + 4\sqrt{3} + 3 + 7 - 4\sqrt{3} = 14 \in \mathbb{Q}$. 4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 1$. 5. b) $E(x) \in \mathbb{Z} \Rightarrow x + 2 \mid (x - 5) \Rightarrow x + 2 \mid (x + 2) - (x - 5)$, deci $x + 2 \mid 7$, deci $x + 2 \in \{-7, -1, 1, 7\} \Rightarrow x \in \{-9, -3, -1, 5\}$; $E(x)$ este număr natural numai pentru $x = -9, x = -3$ și $x = 5$.

III. 1. a) Folosind teorema înălțimii în $\triangle ABD$, $AE^2 = BE \cdot DE$. Rezultă $AE = 120 \text{ m}$; b) Folosind teorema catetei, avem $AB^2 = BE \cdot BD$ și $AD^2 = DE \cdot DB$. Rezultă $AB = 150 \text{ m}, AD = 200 \text{ m}$. Lungimea gardului este 700 m ; c) Folosim teorema înălțimii în $\triangle ADF$, $DE^2 = AE \cdot EF$, de unde $EF = \frac{640}{3} \text{ m}$. Folosind teorema catetei în același

triunghi, avem $DF^2 = EF \cdot AF$ și de aici $DF = \frac{800}{3} \text{ m}$. 2. a) Aria suprafeței care

trebuie văruită $= \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_b - 2\mathcal{A}_{\text{ușă}} - \mathcal{A}_{\text{fereastră}} = (2 \cdot 2,8 \cdot 2 + 2 \cdot 4,5 \cdot 2 + 4,5 \cdot 2,8 - 2 \cdot 0,8 \cdot 1,75 - 2 \cdot 1,5) \text{ m}^2 = 36 \text{ m}^2$; b) Fără pierderi avem nevoie de 4500 g . Fie c cantitatea de var necesară. Atunci $c - 10\%c = 4500$, de unde $c = 5 \text{ kg}$; c) Trei cutii de var au împreună $4,8 \text{ kg}$ de var, deci mai puțin decât este necesar.

TESTUL 43

I. 1. 2. 2. 90. 3. 1. 4. 15. 5. 350. 6. 7.

II. 2. -2. 3. Fie x numărul băncilor din clasă și y numărul elevilor. Atunci $y = 2x + 5$ și $y = 3(x - 3)$. Rezultă $x = 14, y = 33$. 4. a) Dacă $A(x, y)$ este punctul căutat, din $f(x) = y$ și $g(x) = y$ rezultă $2x + 3 = y$ și $3x - 2 = y$, de unde $x = 5, y = 13$, deci $A(5, 13)$. 5. $E(x) = 10$.

III. 1. a) În triunghiul BCD , dreptunghic în D , $\cos \angle DCB = \frac{\sqrt{3}}{2}$, deci $m(\angle DCB) = 30^\circ$; b) $40\sqrt{3}$; c) $AB = AD + DB = (120 + 40\sqrt{3}) \text{ m}$. Cum $40\sqrt{3} = \sqrt{4800} < \sqrt{4900} = 70$, rezultă concluzia. 2. a) $V = 27\,000 \text{ cm}^3 = 27 \text{ dm}^3 = 27 \text{ l}$;

b) Fie x înălțimea piramidei. Atunci $V_{\text{piramidă}} = \frac{900x}{3} = 300x = 27\,000$; $x = 90 \text{ cm}$;

c) $\sin(\angle AC', (ABC)) = \sin \angle C'AC = \frac{CC'}{AC'} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

TESTUL 44

I. 1. 83. 2. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 3. $\{0, 3\}$. 4. 2. 5. 40π . 6. 150.

II. 2. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2\sqrt{2} = \sqrt{8} \in (2, 3)$. 3. Dacă x, y sunt dimensiunile dreptunghiului, rezultă că $2(x + y) = 24$ și $x - y = 2$. Deducem $x = 7, y = 5$ și aria dreptunghiului este egală cu 35 cm^2 . 4. b) 2 u.a. 5. $E(x) = \left(1 - \frac{x-1}{x+1}\right)^2 \cdot \frac{x^2-1}{4} = \frac{4}{(x+1)^2}$.

$\frac{(x-1)(x+1)}{4} = \frac{x-1}{x+1}$.

III. 1. a) $MN = 50 \text{ m}$; c) $MNPQ$ este pătrat cu aria egală cu 2500 m^2 ; gazonul costă 2000 lei . 2. b) $\mathcal{A}_1 = 144\sqrt{2} \text{ m}^2$. Fie x suprafața de tablă necesară. Atunci $x - 10\%x = 144\sqrt{2}$. Rezultă $x = 160\sqrt{2} > 220$. Prin urmare, nu putem acoperi acoperișul; c) Fie $d = (VBC) \cap (VAD)$; cum $BC \parallel DA, BC \subset (VBC), DA \subset (VAD)$, rezultă că $d \parallel BC \parallel DA$. Dacă M și N sunt mijloacele segmentelor BC , respectiv AD , atunci $VM \perp d$ și $VN \perp d$, deci $\angle((VBC), (VAD)) = \angle MVN$. Avem că $VM = VN = 6\sqrt{2} \text{ m}, MN = 12 \text{ m}$ și, conform reciprocei teoremei lui Pitagora, $m(\angle MVN) = 90^\circ$.

TESTUL 45

I. 1. 3. 2. 11. 3. -3. 4. 96. 5. 10. 6. $\frac{2}{5}$.

II. 2. $-\frac{1}{4}$. 3. 6. 4. b) $x = 5$. 5. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \sqrt{2}$; $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 4$.

III. 1. b) $AE \parallel CD, AD \parallel CE, AD = CD$, deci $AECD$ este trapez isoscel; c) $\mathcal{P}_{AEC} = 18 + 6\sqrt{3} < 30 \text{ km}$, deci distanța poate fi parcursă în mai puțin de jumătate de oră.

2. a) $AO = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \text{ (m)}$; b) $\angle(SA, (ABC)) = \angle SAO$. Deducem $m(\angle SAO) = 60^\circ$;

c) Cum $SA = 2\sqrt{3} \text{ m}$, sunt necesari $3 \cdot 2\sqrt{3} \text{ m} = 6\sqrt{3} \text{ m} > 10 \text{ m}$ de cablu.

TESTUL 46

I. 1. 22. 2. 6. 3. 28. 4. 5. 5. 24. 6. 160.

II. 2. $a = 1 \in \mathbb{N}$. 3. 28 cm. 4. $P_1\left(\frac{2}{7}, \frac{1}{7}\right), P_2\left(\frac{2}{5}, -\frac{1}{5}\right)$. 5. $n = (x+2)^2 + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

III. 1. a) Dacă $AD \perp BC$, rezultă $AD = 80 \text{ m}$; b) Fie $BE \perp AC$. Din $S_{ABC} = \frac{BC \cdot AD}{2} =$

$$= \frac{AC \cdot BE}{2} \text{ deducem } BE = 96 \text{ m, deci } \sin \angle BAC = \frac{BE}{AB} = \frac{24}{25}. \text{ c) } S_{ABC} = 4800 \text{ m}^2.$$

Pentru casă folosim $20\% S_{ABC}$, adică 960 m^2 ; rămân 3840 m^2 . 2. a) $9072\sqrt{3} \text{ cm}^2$;

b) $V = 9,072\sqrt{3} \ell < 10 \cdot 2 \ell = 20 \ell$; c) $AM^2 = AB^2 + BM^2 = 900 \Rightarrow AM = 30 \text{ cm}$;

$MC^2 = C'B^2 + B'M^2 \Rightarrow MC' = 51 \text{ cm}$. Furnica merge 81 cm .

TESTUL 47

I. 1. 287. 2. 5. 3. 7. 4. 24. 5. $2\sqrt{3}$. 6. 5.

II. 2. $\sqrt{5}$. 3. $t = \frac{3 \cdot 15^\circ + 6 \cdot 30^\circ}{3+6} = 25^\circ$. 4. $f(-1) = 4$; $A \notin$ graficului funcției f . 5. b) $\sqrt{2}$.

III. 1. 'b) $S_{ABECD} = S_{ABCD} + S_{BCE} = 64\sqrt{3} + 48\sqrt{3} = 112\sqrt{3} \text{ m}^2$; c) Dacă M este mijlocul lui BC , atunci $\triangle ABP \sim \triangle EMP$. Obținem $BP = \frac{8\sqrt{3}}{5} \text{ m}$. 2. b) $\frac{16384\sqrt{5}\pi}{3}$;

c) $m = \rho V = 69,143 \text{ kg}$.

TESTUL 48

I. 1. $\frac{8}{9}$. 2. 11. 3. 9. 4. 4. 5. 18. 6. 13.

II. 2. Din $\overline{ab} = 6 \cdot (a+b) + 1$ rezultă $4a = 5b + 1$ și de aici $\overline{ab} = 43$ sau $\overline{ab} = 97$.

3. Din $e = 4x + 2$ și $e = 7y + 2$ obținem că $e - 2$ se divide atât cu 4, cât și cu 7, deci $e - 2$ se divide cu 28. Rezultă că $e \in \{2, 30, 58, \dots\}$. Ținând cont și de câți elevi ar

putea fi într-o clasă, deducem că $e = 30$. 4. $OA = 5$; $AB = \sqrt{10}$; $OB = 5$, deci $\mathcal{P}_{OAB} =$

$$= 10 + \sqrt{10}; \mathcal{A}_{OAB} = \frac{OB \cdot d(A, Ox)}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2}. \text{ 5. b) Este necesar ca unul dintre}$$

factori să fie egal cu 1 sau cu -1 . Rezultă $x \in \{-5, -7, 5, 3\}$. Prin verificare, găsim $x = -7$ sau $x = 5$.

III. 1. a) $BC = 200 \text{ m}$; lungimea gardului este egală cu 560 m ; b) $MC = 40\sqrt{5} \text{ m}$, $MB = 80\sqrt{5} \text{ m}$. Deoarece $BC^2 = BM^2 + CM^2$, rezultă că $m(\angle BMC) = 90^\circ$; c) $S_{DMC} = 1600 \text{ m}^2$; $S_{BMC} = 8000 \text{ m}^2$; $S_{ABM} = 6400 \text{ m}^2$. Parcela BMC are suprafața mai mare.

2. a) $V = 76000 \text{ cm}^3 = 76 \ell$; c) $\mathcal{A}_t + \mathcal{A}_b = 100(20\sqrt{10} + 36) \text{ cm}^2 > 100(20 \cdot 3,1 + 36) \text{ cm}^2 = 9800 \text{ cm}^2$, pe când aria foliei este egală cu 9000 cm^2 . Nu putem face vasul.

TESTUL 49

I. 1. $\frac{4}{9}$. 2. 6. 3. 2. 4. 20. 5. 90. 6. $\frac{4}{7}$.

II. 2. $m_g = 1$; $b < m_g < a \Leftrightarrow \sqrt{2} - 1 < 1 < 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow 0 < \sqrt{2} < 2$. 3. Din $e = 4x + 2$ și $e = 7y + 5$ obținem că $e + 2$ se divide atât cu 4, cât și cu 7, deci $e + 2$ se divide cu 28.

Rezultă că $e \in \{26, 54, 82, \dots\}$. Convine doar valoarea $e = 26$. 4. Avem $A(2, 5)$,

$B(-1, -1)$, $M(2, 0)$, $N(0, -1)$. Fie $P(2, -1)$; atunci $\mathcal{A}_{AMNB} = \mathcal{A}_{PAB} - \mathcal{A}_{PMN} = \frac{6 \cdot 3}{2} -$

$$-\frac{1 \cdot 2}{2} = 8. \text{ 5. a) Adăugăm numărul 1; } 4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2; \text{ b) Ecuația este echi-}$$

valentă cu $(2x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 0$. Rezultă $2x + 1 = 0$ și $y - 1 = 0$, deci $x = -\frac{1}{2}$, $y = 1$.

III. 1. a) Distanța parcursă este $d = 6 \cdot 3 \text{ km} = 18 \text{ km}$; b) Deoarece $AB + BC < d < AB + BC + CD$, rezultă $M \in (CD)$, $CM = 3 \text{ km}$; $AM = \sqrt{74} \text{ km}$; c) Andrei ajunge din nou în A după ce merge 30 km și face $30 : 6 = 5$ ore. Andrei ajunge din nou în A la ora 14 și 30 de minute. 2. b) $V = 11700\pi \text{ cm}^3 = 36,738 \ell$; c) Suprafața calculată este $1465\pi \text{ cm}^2$; folosim deci $1465\pi + 10\% \cdot 1465\pi = 1611,5\pi > 5060 \text{ cm}^2 = 0,506 \text{ m}^2$, așadar nu ajung $0,5 \text{ m}^2$ tablă.

TESTUL 50

I. 1. -1 . 2. 2. 3. $2^3 \cdot 3$. 4. 120. 5. 60. 6. 10.

II. 2. $a = 6$. 3. Dacă x este numărul apartamentelor cu trei camere, atunci $2(19 - x) + 3x = 46$, rezultă $x = 8$. 4. a) $f(1) = 5 \Rightarrow a = 3$.

III. 1. b) 12 m^2 ; c) $\triangle APN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{4-a}{4} = \frac{a}{3}$, unde a este latura pătratului.

Obținem că $a = \frac{12}{7}$ m, deci $\mathcal{A}_{MNPB} = \frac{144}{49} \text{ m}^2$. 2. a) $d = 30\sqrt{3} \text{ cm} = \sqrt{2700} \text{ cm} > 50 \text{ cm}$;

b) Deoarece $\mathcal{A}_i = 0,54 \text{ m}^2 > 0,5 \text{ m}^2$, deci nu putem împacheta cutia; c) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

TESTUL 51

I. 1. 305. 2. $\frac{7}{5}$. 3. 1. 4. 45. 5. 10π . 6. 5.

II. 2. 7 ani. 3. a) $A = \{-1, 1, 2, 3\}$, $B = \{-2, 0, 2, 4\}$, deci $A \cap B = \{2\}$; b) Se reprezintă cele 16 puncte. 4. $M\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$.

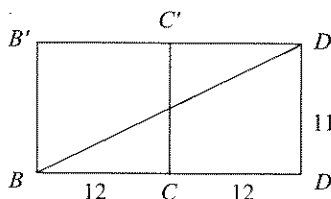
III. 1. a) Ducem $O'M \perp OA$, $M \in (OA)$; atunci $\triangle OO'M$ este dreptunghic în M , cu $OM = \frac{1}{2} OO'$. Rezultă că $m(\angle MO'O) = 30^\circ$, deci $m(\angle AOO') = 60^\circ$; b) $O'M = 5\sqrt{3} = AB$; c) $\frac{26\pi}{3} + 10\sqrt{3} \text{ cm}$. 2. a) 3456 cm^2 ; b) Aria vasului este 4032 cm^2 . Dacă S este suprafața de tablă necesară confecționării vasului, atunci $S - 16\%S = 4032$, de unde $S = 4800 \text{ cm}^2$; c) Capacitatea vasului este $16,128\sqrt{3} \text{ l}$ și este mai mică de 30 l .

TESTUL 52

I. 1. 1. 2. 348. 3. $(-\infty, -1]$. 4. $\frac{3}{4}$. 5. VA sau VC . 6. 4.

II. 2. a) Adrian; b) Fie n numărul elevilor clasei, $n \in \mathbb{N}^*$, $n < 30$. Cum $25\% \cdot n$, $35\% \cdot n$ și $40\% \cdot n$ sunt numere naturale, atunci $4 \mid n$, $20 \mid n$, $5 \mid n$. Obținem $n = 20$. 3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 5$. 4. a) $E(\sqrt{2}) = 2 + 2\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; b) $x \in [-3, 1] \Rightarrow x - 1 \leq 0$, $x + 3 \geq 0 \Rightarrow E(x) = (1 - x) + (x + 3) = 4$.

III. 1. a) 36 cm ; b) $54\sqrt{3} \text{ cm}^2$; c) $36\pi - 54\sqrt{3} \text{ cm}^2$. 2. a) $MD' = 6\sqrt{5} \text{ m}$; b) Dacă B , N , D' și M sunt coplanare, planul (BMN) taie planele paralele (BCC') și (ADD') după dreptele paralele BN , respectiv MD' . Analog, $BM \parallel ND'$, deci $BND'M$ este paralelogram. Rezultă că $BN = MD'$, adică $\sqrt{x^2 + 12} = 6\sqrt{5}$, de unde $x = 6 \text{ (m)}$; c) Drumul minim este cel în linie dreaptă de pe desfășurarea din figură; obținem $BD' = \sqrt{697} \approx 26,4 \text{ m}$.



TESTUL 53

I. 1. 20. 2. $3\sqrt{5}$. 3. 960. 4. 16. 5. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. 6. 3.

II. 2. Deoarece $x \mid 240$, $x \mid 192$ și $x \mid 108$, iar x este maxim, rezultă că $x = \text{c.m.m.d.c.}(108, 192, 240)$. Așadar, $x = 12$. 3. $\overline{x3} \cdot \overline{x5} + 1 = (10x + 3)(10x + 5) + 1 = \overline{x4}^2$. 4. a) $f(1) = 3$, iar $f(-1) = -1$, deci $A \notin G_f$ și $B \in G_f$; b) Ecuația este $2 - 2x - 3 = 6x + 3$, deci $x = -\frac{1}{2}$.

III. 1. a) Înălțimea trapezului este egală cu 400 m ; b) $\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot h}{2} = 160\,000 \text{ m}^2 = 16 \text{ ha}$; c) Se vor obține $300 \cdot 16 = 4800 \text{ kg}$ de porumb. 2. a) 96 dm^2 ; b) $0,326 \text{ m}^3$; c) Fie $\{S\} = OR \cap AL$. Cum SM este linie mijlocie în triunghiul LAE , rezultă că $SM \parallel AE$. Însă $SM \subset (OMR)$, prin urmare $AE \parallel (OMR)$.

TESTUL 54

I. 1. $x = 5$. 2. $\frac{1}{4}$. 3. -2 . 4. 2. 5. 12. 6. $17,4^\circ$.

II. 2. $\frac{3\sqrt{2}-4}{2} - \frac{\sqrt{2}-1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}} + 3 = 1$. 3. În fiecare minut debitul fântânii care primește mai multă apă este $60 : 4 \cdot 3 = 45 \text{ l}$. 4. a) $f(\sqrt{3}) = 0$ și $f(2\sqrt{3}) = \sqrt{3}$, deci $A(\sqrt{3}, 0) \in G_f$ și $B(2\sqrt{3}, 3) \notin G_f$; b) $A(\sqrt{3}, 0)$ și $M(0, -\sqrt{3}) \in G_f$. 5. $R(x) = \frac{(x-5)(x-2)}{(x-5)^2} = \frac{x-2}{x-5}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

III. 1. a) $18,75 \text{ m}^2$; b) $\mathcal{P}_{BCED} = 87,5 \text{ m}$; c) Numărul stâlpilor este $87,5 : 2,5 = 35$. 2. a) $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$; b) Deoarece triunghiul $AB'D'$ este echilateral, iar $AA' = A'B' = A'D'$, rezultă că $A'AB'D'$ este piramidă triunghiulară regulată și perpendiculara din A' cade în centrul cercului circumscris $\triangle AB'D'$. Analog, $CAB'D'$ este piramidă triunghiulară regulată și înălțimea din C cade în centrul cercului circumscris $\triangle AB'D'$. Datorită unicității perpendicularei pe un plan într-un punct, rezultă că $A'C \perp (AB'D')$; c) $4^3 = 64$ cubulețe.

TESTUL 55

I. 1. $\{1, 3\}$. 2. 0. 3. -10 . 4. 2. 5. 24. 6. 5.

II. 2. 22 bănci. 3. a) 405 lei; b) Aflăm cât reprezintă 405 din 500. Astfel, $\frac{P}{100} \cdot 500 =$

= 405, deci $p = 81$. Așadar, prețul s-a micșorat cu 19%. 4. $A(a, b) \in G_f \Leftrightarrow f(a) = b \Leftrightarrow b = 2a - 5$. Relația $|a| = |b|$ conduce la situațiile: 1) $a = b = 5$ sau 2) $a = -b = \frac{5}{3}$, care nu convine.

III. 1. a) 40 cm; c) Utilizând reciproca teoremei lui Pitagora, se arată că $AD^2 = AM^2 + MD^2$. 2. a) 10 cm. b) 6 cm și 8 cm. c) 16,8 %.

Cuprins

CALENDARUL de desfășurare a Evaluării Naționale pentru absolvenții clasei a VIII-a, în anul școlar 2015-2016 / 5

MEMORATOR DE MATEMATICĂ / 7

TEME RECAPITULATIVE / 27

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A (2010-2015) / 85

5 VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU LUNA DECEMBRIE / 111

10 VARIANTE DE SUBIECTE PENTRU LUNA MARTIE / 119

55 DE VARIANTE DE SUBIECTE, după modelul M.E.C.S. / 136

SOLUȚII / 215

Editura Paralela 45 vă mai recomandă:

